



Dimensionamiento de actuador inercial para mejora de comportamiento dinámico de máquina de deposición de fibras

Alexander Pena-Sevillano ^{1*}, Iker Mancisidor ¹, Rafa Barcena ², Iker Ortiz de Urbina¹

¹ 1 Dinámica y control, Ideko S.Coop. , apenasevillano@ideko.es, imancisidor@ideko.es , iortizdeurbina@ideko.es

² Departamento de Tecnología Electrónica, Universidad del País Vasco, rafa.barcena@ehu.es

RESUMEN

La fabricación de piezas de compuestos de fibra conlleva hoy en día múltiples etapas de trabajo manual. En concreto, el proceso de laminación, consistente en apilar varias capas de telas preformadas de fibra para su posterior moldeado, requiere de una alta precisión y por tanto mano de obra altamente especializada. La automatización de este proceso necesita una máquina extremadamente precisa y adaptable. Por lo tanto, las vibraciones que puedan perjudicar la precisión en la colocación de las láminas han de ser controladas para maximizar la productividad.

En el presente trabajo se realiza la caracterización de una máquina de laminación de fibra para mejorar su productividad usando un actuador inercial. La estructura de la máquina consiste en un carro lineal que porta un travesaño alto sobre el que se desplaza un carnero vertical que porta el cabezal encargado de transportar y procesar las telas preformadas. Como consecuencia de esta geometría, la máquina presenta una esbeltez dinámica considerable y, por tanto, la velocidad máxima de operación está limitada por vibraciones residuales de baja frecuencia.

Para seleccionar el actuador inercial adecuado, se identifican las vibraciones críticas de la máquina en las distintas zonas de trabajo. Para ello se han medido las vibraciones residuales derivadas de movimientos rápidos en las tres direcciones cartesianas y distintas posiciones con los diferentes cabezales con los que cuenta la máquina, determinando la amplitud y tiempo de establecimiento de las vibraciones. Además, se han obtenido las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) para relacionar las vibraciones con los modos propios de la máquina. A continuación, se realiza un análisis modal de la máquina.

De esta forma se identifican las formas y masas modales correspondientes a las vibraciones a suprimir, lo cual permite determinar la fuerza nominal objetivo, las dimensiones y el rango de frecuencias del actuador inercial.

1. Introducción

El funcionamiento de las máquinas de alto rendimiento se ve limitado por las vibraciones residuales que persisten una vez finalizado un movimiento [1]. El desplazamiento preciso a alta velocidad conlleva frenadas de alta aceleración que excitan los modos estructurales de las máquinas. Aunque a lo largo de los años se han propuesto gran cantidad de soluciones a este reto, el problema de las vibraciones residuales está presente aún hoy en día ya que los requisitos de precisión y productividad son a su vez más estrictos en industrias como la aeronáutica, robótica o fabricación. Las máquinas ligeras y robots con funciones del tipo *pick-and-place* son especialmente propensas a las vibraciones residuales [2] ya que presentan modos estructurales de baja frecuencia con una masa relativamente baja con respecto a la carga transportada.

Las técnicas más habituales para reducir las vibraciones residuales se basan en métodos de lazo abierto, las cuales se basan en evitar la aparición de la vibración a través de la modificación de la trayectoria de movimiento de la máquina. Entre estos métodos se distinguen los de *trajectory smoothing* [1] que reducen la excitación de las frenadas, los de *input shaping* [3] que modifican la trayectoria para excluir los componentes frecuenciales críticos y los de *feed-forward* [4] que añaden a la trayectoria componentes para generar una fuerza contraria a la vibración predicha por un modelo de la máquina. Estas técnicas son sencillas de implementar ya que no requieren componentes adicionales, a cambio, suponen en general una reducción en la velocidad del proceso y requieren un modelado preciso de las vibraciones de la máquina.

Adicionalmente, también es habitual el uso de métodos pasivos para minimizar el efecto de las vibraciones residuales. Los métodos pasivos se centran en reducir los modos de vibración de las máquinas, ya sea aumentando la rigidez o el amortiguamiento de estos. Para aumentar la rigidez modal se debe modificar la propia máquina, modificando su geometría para conseguir el efecto deseado. Para aumentar el amortiguamiento, además de mediante modificaciones de diseño, se pueden añadir amortiguadores pasivos [5]. Las técnicas pasivas tienen un efecto limitado si se mantienen las prestaciones de la máquina. Además, los amortiguadores pasivos son inadecuados en máquinas con dinámica variable o dependiente de la posición [6] y en los casos en que varios modos resultan críticos se debe usar un amortiguador pasivo para cada uno de ellos.

Por último, las técnicas activas de eliminación de vibraciones residuales añaden un lazo de control adicional a la máquina, en el que la información procedente de los sensores se procesa y se devuelve a un algoritmo de control con el fin de generar una fuerza que contrarreste la vibración. La fuerza puede ser introducida, entre otros, por los propios accionamientos de la máquina [7] o por actuadores adicionales dedicados [8]. Una de las implementaciones más sencillas de actuadores añadidos para la amortiguación activa es el uso de actuadores inerciales, que aceleran una masa conectada a la estructura primaria para generar fuerza. El electromagnetismo es la tecnología más empleada en este contexto debido a su rápida respuesta, alta densidad de fuerza y facilidad de control.

En los actuadores inerciales, la masa suele estar suspendida por un elemento flexible, lo que confiere a los actuadores un modo de resonancia a frecuencias inferiores a su ancho de banda de trabajo. Además, la generación de fuerza inercial a bajas frecuencias requiere recorridos mayores a medida que la frecuencia se aproxima a cero [9], lo cual es problemático para las suspensiones flexibles, ya que no se comportan linealmente bajo altas deformaciones. Por lo tanto, los actuadores inerciales destinados a reducir las vibraciones a baja frecuencia deben diseñarse específicamente para superar estas limitaciones.

El caso de estudio del presente trabajo es la máquina ADMP® (Automated-Dry-Material-Placement) de DANOBAT, presentada en la Figura 1. Esta máquina ha sido diseñada para automatizar el proceso de laminado de composites, consistente en apilar varias capas de telas preformadas de fibra para su posterior moldeado. La configuración mecánica de la máquina se compone de un carro lineal que sostiene un travesaño elevado, sobre el cual se desplaza un carnero vertical que porta el cabezal que transporta y procesa las telas preformadas. Como resultado de esta geometría, la velocidad máxima de operación se ve limitada por vibraciones residuales de baja frecuencia.

En este artículo se presenta el proceso de caracterización de la máquina ADMP® con el objetivo de mejorar su comportamiento dinámico mediante uno o varios actuadores inerciales. En primer lugar, se mide la respuesta dinámica en distintas posiciones y con los distintos cabezales de trabajo. En segundo lugar, se realiza un análisis modal de la máquina en la configuración más flexible. Finalmente, se miden las vibraciones residuales resultantes de desplazamientos a máxima velocidad para determinar qué modos de vibración son los más limitantes para el rendimiento de la máquina. Como resultado se describen las características necesarias del actuador para neutralizar las vibraciones residuales.



Figura 1: Máquina ADMP® de DANO BAT analizada.

2. Amortiguamiento activo de vibraciones residuales

Las vibraciones residuales son un tipo de vibración libre. Según Yang [10] «La vibración libre se produce sin fuerzas aplicadas externamente; surge cuando la energía cinética o la energía potencial están presentes inicialmente en el sistema vibrante. El aporte de energía se debe a desplazamientos y velocidades iniciales, que también se denominan perturbaciones iniciales.» Esto no significa que la vibración libre se produzca sin motivo, sino que la fuerza causante que sacó al sistema de una posición de reposo se deja de aplicar y el sistema vibra según su propia naturaleza.

En la práctica, y concretamente en las máquinas, las vibraciones libres están sujetas a amortiguación. Esto significa que el sistema vibrante pierde gradualmente su energía cinética, normalmente en forma de calor generado por la fricción. En estos casos, una vibración libre amortiguada también se denomina vibración transitoria, ya que el sistema pasa de un estado de mayor energía a un estado de menor energía en reposo. La Figura 2 muestra la respuesta temporal típica de una vibración libre amortiguada.

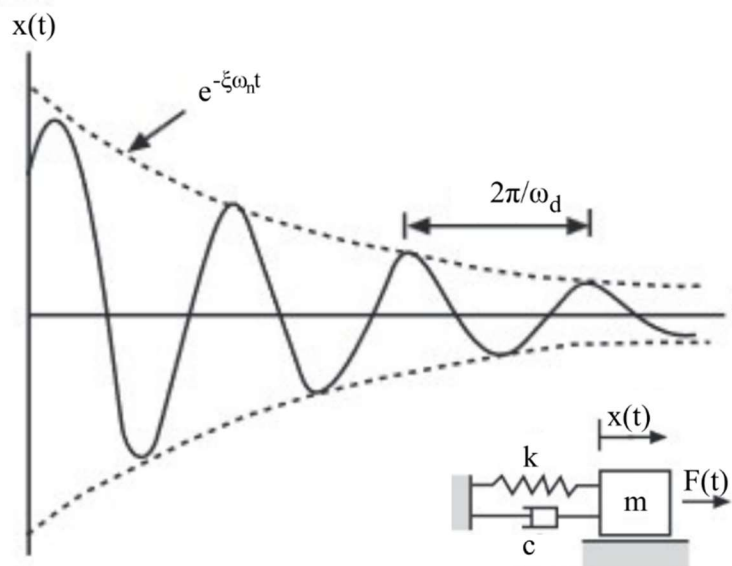


Figura 2: Vibración libre amortiguada, adaptado de [10]

La ecuación de movimiento para un sistema de un solo grado de libertad (SDOF) con amortiguación es la siguiente:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (1)$$

Para condiciones iniciales no nulas ($x(0) \neq 0$, $\dot{x}(0) \neq 0$, $\ddot{x}(0) \neq 0$ o $F(0) \neq 0$) y si el sumatorio de fuerzas es constante ($F(t) = \text{cte}$) el sistema presentará una vibración libre hasta detenerse en el punto de equilibrio $x(t) = F(t)/k$. La duración de la vibración libre está directamente relacionada con el amortiguamiento del sistema y con su frecuencia natural. Para neutralizar la vibración libre se debe ejercer una fuerza variable que lleve al sistema al punto de equilibrio en el menor tiempo posible.

En una máquina de tipo *pick-and-place* como la estudiada en este artículo las vibraciones residuales se dan cuando se finaliza un desplazamiento de una subestación de trabajo a otra. La velocidad del desplazamiento, así como la deceleración y *jerk* máximos de la máquina afectan a las vibraciones resultantes, de manera que estos se deben reducir para cumplir con los requisitos de precisión de la máquina. Para determinar el nivel de vibración admisible se establece un criterio de tiempo de establecimiento, es decir, el tiempo desde que la máquina completa un movimiento hasta que su vibración es menor que la tolerancia del posicionamiento. El tiempo de establecimiento depende del amortiguamiento de los modos de vibración excitados, de su frecuencia y de la excitación causante de la vibración.

De las diversas técnicas presentadas en el Apartado 1 para reducir las vibraciones residuales, las técnicas activas resultan especialmente interesantes cuando la vibración característica de la máquina es dependiente de su posición y cuando está compuesta por varios modos superpuestos. Para aplicar una estas técnicas se utilizan comúnmente actuadores electromagnéticos.

En un actuador electromagnético ideal la aceleración es proporcional a la corriente que atraviesa el circuito, la cual es a su vez proporcional a la señal de consigna:

$$F_{act} \propto I_{act} \propto V_{cont} \quad (2)$$

En la práctica la ecuación (2) se cumple en al menos un rango de frecuencias denominado ancho de banda, dependiente del diseño del actuador.

La reducción de la vibración mediante un actuador se realiza aplicando una ley de control, de entre las cuales una de las más sencillas y efectivas [11] es la realimentación de velocidad, o DVF por sus siglas en inglés *direct velocity feedback*. Al aplicar el control mediante DVF se toma de un sensor la velocidad del sistema y se introduce una señal de control, V_{cont} , proporcional a la misma:

$$V_{cont}(t) = G_{DVF} \dot{x}(t) \quad (3)$$

Teniendo en cuenta (2) se puede modelar la fuerza que ejerce el actuador como:

$$F_{act} = G_{DVF} G_{act} \dot{x}(t) = K_{DVF} \dot{x}(t) \quad (4)$$

donde G_{act} representa la amplificación de la señal de control del actuador.

Insertando (4) en (1) obtenemos la ecuación de movimiento del sistema controlado:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) - K_{DVF}\dot{x}(t) \quad (5)$$

$$m\ddot{x}(t) + (c + K_{DVF})\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (6)$$

Por lo tanto, aplicando DVF se incrementa el amortiguamiento del sistema lo que reduce directamente las vibraciones libres o residuales que presente, afectando principalmente al tiempo de establecimiento que es la característica crítica en la máquina estudiada. La Figura 3 muestra el efecto de aplicar amortiguamiento activo con ganancia efectiva K_{DVF} proporcional al amortiguamiento del sistema c , a un sistema SDOF tanto sobre su dinámica como en su respuesta a impulso.

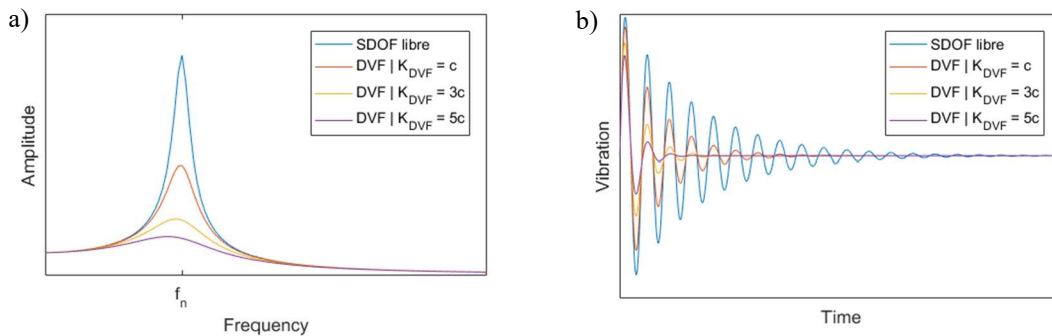


Figura 3: Efecto de amortiguamiento con DVF, en la respuesta dinámica (a) y en la vibración libre (b).

2.1. Modelo mecatrónico de amortiguamiento activo

Para determinar la efectividad del actuador inercial al aplicar amortiguamiento sobre la máquina ADMP® se construye un modelo mecatrónico capaz de representar las vibraciones de esta y su reducción. El comportamiento dinámico de la máquina con múltiples grados libertad se puede describir por la siguiente ecuación matricial definida en coordenadas cartesianas,

$$[M]\{\ddot{r}(t)\} + [C]\{\dot{r}(t)\} + [K]\{r(t)\} = \{F(t)\} \quad (7)$$

donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente mientras que $\{r(t)\} = \{x(t), y(t), z(t)\}$ es el vector desplazamiento cartesiano en tres dimensiones.

La ecuación (7) se puede transformar a coordenadas modales, considerando k modos de vibración, usando una matriz de vectores modales $[Q]$ para el punto de medición. Cada columna de esta matriz coincide con el desplazamiento modal η de cada modo. Así se obtiene,

$$[Q]^T[M][Q]\{\ddot{\eta}(t)\} + [Q]^T[C][Q]\{\dot{\eta}(t)\} + [Q]^T[K][Q]\{\eta(t)\} = [Q]^T\{F(t)\} \quad (8)$$

donde

$$[Q] = \begin{bmatrix} \psi_x^1 & \psi_x^2 & \dots & \psi_x^k \\ \psi_y^1 & \psi_y^2 & \dots & \psi_y^k \\ \psi_z^1 & \psi_z^2 & \dots & \psi_z^k \end{bmatrix} \quad (9)$$

Nótese, que $[Q]$ relaciona las coordenadas modales con las cartesianas en un punto arbitrario de la máquina, por lo que existen tantas matrices de vectores modales como puntos donde se quiera medir o actuar.

Assumiendo amortiguamiento proporcional, la ecuación matricial (8) se puede diagonalizar y desacoplar, obteniendo que la dinámica de cada modo es:

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\xi_i\omega_{n,i}\dot{\eta}_i(t) + \omega_{n,i}^2\eta_i(t) = \frac{P_i(t)}{m_i} \quad (10)$$

donde m_i , $\omega_{n,i}$ y ξ_i son la masa modal, frecuencia natural y amortiguamiento del modo i de la estructura, mientras que P_i es la fuerza modal ejercida en ese modo. A partir de la ecuación (10) se puede construir un modelo en espacio de estados que representa la dinámica general de la máquina reducida a n modos de vibración.

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \ddot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\eta}_k \\ \ddot{\eta}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\omega_{n,1}^2 & -2\xi_1\omega_{n,1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{n,2}^2 & -2\xi_2\omega_{n,2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\omega_{n,k}^2 & -2\xi_k\omega_{n,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \dot{\eta}_1 \\ \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \eta_k \\ \dot{\eta}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & m_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_k \end{bmatrix} \quad (11)$$

Las fuerzas modales están compuestas transformación modal de la suma de las fuerzas aplicadas sobre la estructura,

$$\{P(t)\} = \sum_{j=1}^m [Q_j]^T \{F_j(t)\} \quad (12)$$

El desplazamiento cartesiano del modelo en el punto j se obtiene revirtiendo la transformación modal tal que:

$$\{r_j(t)\} = [Q_j]^T \{\eta(t)\} \quad (13)$$

A partir de este modelo en espacio de estados se puede realizar el modelo mecatrónico del sistema con amortiguamiento activo, realizando la simplificación de asumir que las vibraciones residuales generadas por la cinemática se pueden estimar mediante impulsos en el punto de medición.

El modelo se realiza usando el esquema clásico para un sistema en lazo cerrado y las ecuaciones (11) para representar la máquina, (4) para el controlador, y (12), (13) para realizar las transformaciones entre coordenadas modales y cartesianas. La Figura 4 muestra el diagrama que representa el modelo mecatrónico para simular el comportamiento de la máquina con amortiguamiento activo.

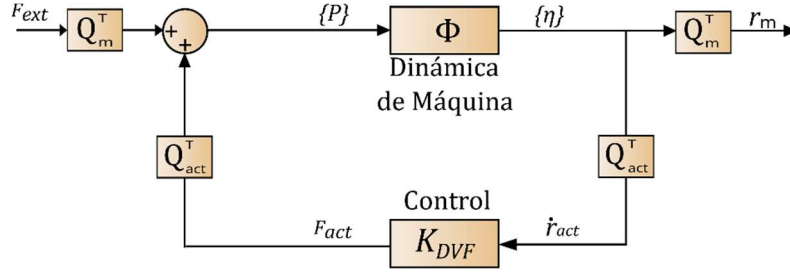


Figura 4: Diagrama del modelo mecatrónico para simulación de amortiguamiento activo.

En el modelo Q_m representa el cabezal de la máquina que transporta las láminas de composite y el punto de trabajo del actuador Q_{act} se escogerá de manera que se optimice la reducción de vibración y el coste. Las vibraciones se introducen mediante una fuerza externa F_{ext} ejercida en el punto de interés.

3. Análisis del comportamiento dinámico de la máquina de deposición de fibras

Para aumentar la velocidad de trabajo de la máquina de deposición de fibras mediante un actuador inercial se identifican en primer lugar las vibraciones críticas que limitan las operaciones a realizar. Se distinguen dos procesos a realizar: por un lado, cada lámina preformada se recoge de la mesa de corte con un rodillo de succión y se almacena, por otro lado, se depositan las distintas láminas almacenadas sobre la mesa de laminación. Además, debido a que la máquina cuenta con sendos cabezales para dichas operaciones ambos deben ser considerados, se denominará C1 al cabezal de recogida, más ligero, y C2 al cabezal de laminación, el más pesado de ambos. Los desplazamientos entre subestaciones son especialmente interesantes ya que involucran cubrir la totalidad del espacio de trabajo y cualquier vibración residual surgida impide ejecutar las operaciones con precisión. Los desplazamientos críticos suceden tres posiciones: frente al almacén de rodillos en las alturas mínima (P1) y máxima (P2) del mismo y sobre la mesa de laminación (P3). La Figura 5 muestra la distribución de las subestaciones, los puntos de trabajo y las tres configuraciones.

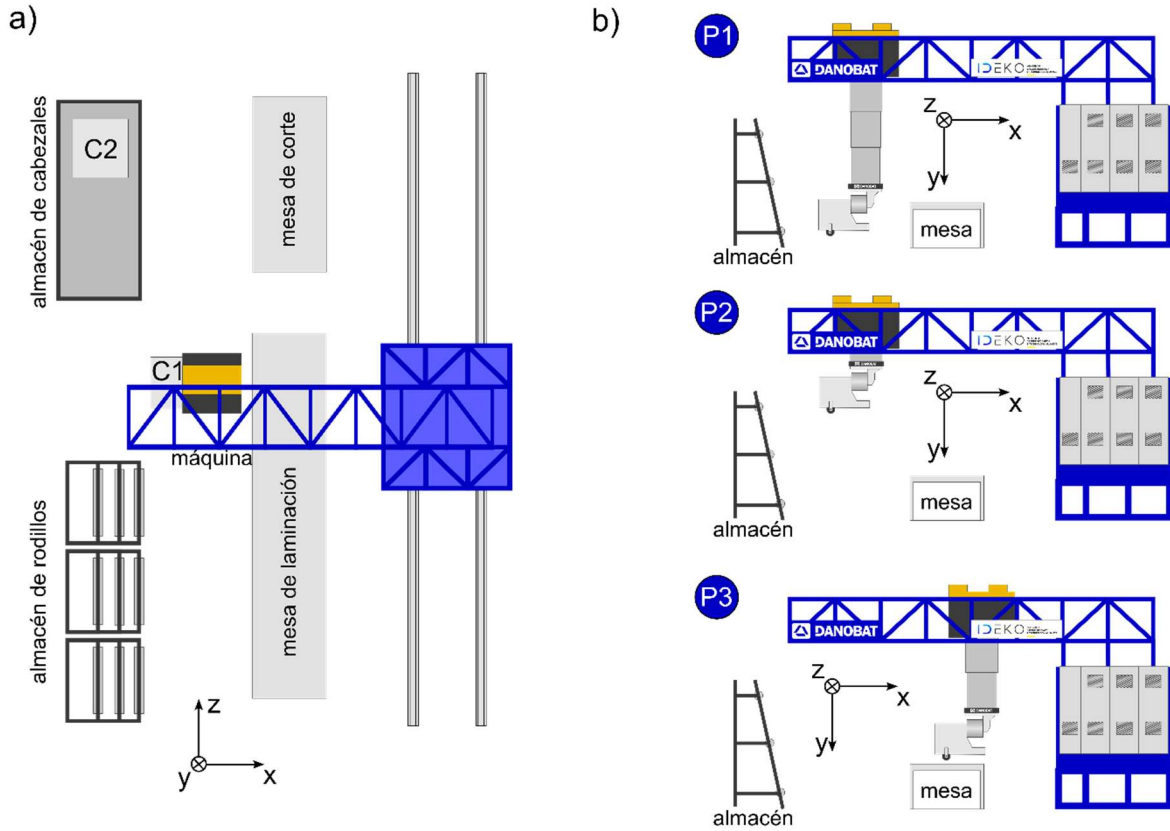


Figura 5: Distribución del espacio de trabajo y posiciones analizadas.

3.1. Obtención de respuesta dinámica

En primer lugar, se obtiene la respuesta dinámica de la máquina en las posibles configuraciones. Las mediciones se realizan mediante un test de impacto con un martillo dinamométrico y un velocímetro, obteniendo vibración en el cabezal en función de la fuerza ejercida. La Figura 6 muestra las gráficas función de respuesta en frecuencia (FRF) con el cabezal C2 en los distintos puntos de trabajo analizados. Se observa que los modos críticos cambian de frecuencia en función de la posición.

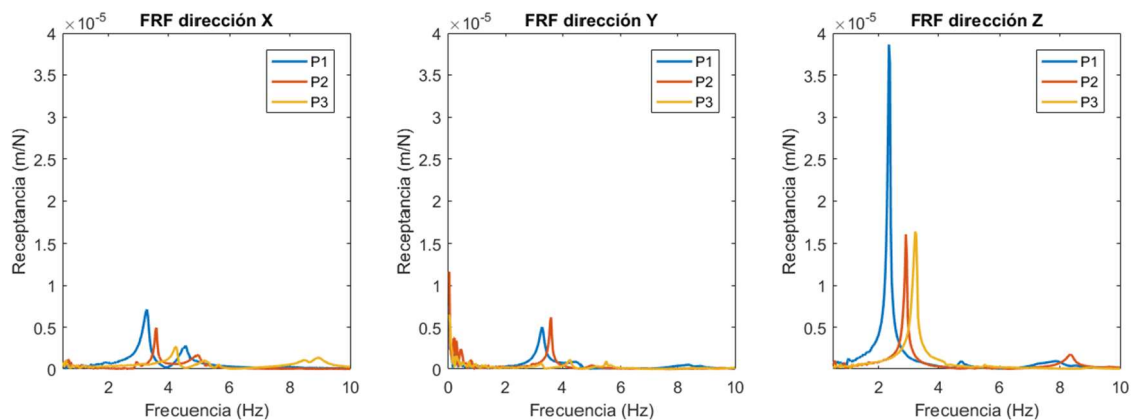


Figura 6: Respuesta dinámica con la configuración C2 en las distintas posiciones.

La Figura 7 muestra la respuesta dinámica de la máquina con los diferentes cabezales C1 y C2. La medición se realiza en P1 ya que es el que presenta mayores amplitudes y menor frecuencia en la Figura 6. Se aprecia que el cambio de masa en el extremo del carnero altera la frecuencia y amplitud de las resonancias, pero manteniendo la proporción y número de estas.

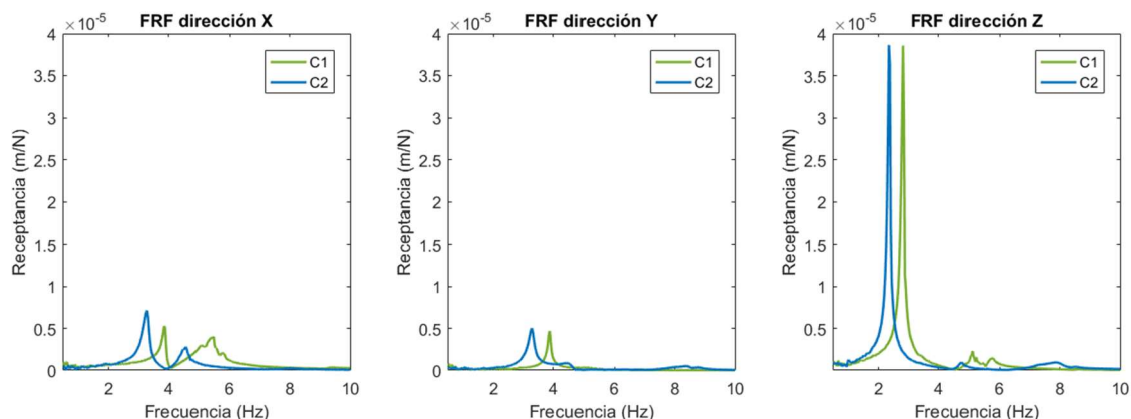


Figura 7: Respuesta dinámica en la posición P1 en las distintas configuraciones.

3.2. Análisis Modal

Mediante el análisis modal se puede determinar la manera en que se deforma la máquina al vibrar en las frecuencias de resonancia. Así, se podrá determinar dónde puede añadirse un actuador para contrarrestar las resonancias críticas presentadas en las Figuras 5 y 6. Por ello, se realiza un único análisis modal de la máquina al completo en la combinación de posición y cabezal más flexibles, P1/C2. De esta forma se obtiene la relación de la vibración del cabezal con los distintos puntos de la máquina, así se podrán determinar los requisitos de un actuador inercial en función de su punto de trabajo. La Figura 8 muestra las formas modales de los cuatro primeros modos de vibración de la máquina coincidentes con las resonancias observadas en el apartado anterior.

Tabla 1: Resultados del análisis modal.

	Frecuencia Natural (fn)	Amortiguamiento (ξ)	Masa Modal (kg)	Matriz de vectores modales [Q]		
				q1	q2	q3
1	2.327 Hz	1.25 %	2525.58	(0.072, 0.025, 0.997)	(-0.021, 0.025, 0.725)	(-0.048, 0.070, 0.399)
2	3.237 Hz	1.61 %	1280.33	(0.785, 0.619, -0.022)	(0.242, 0.253, -0.026)	(-0.031, 0.267, -0.112)
3	4.449 Hz	2.30 %	3113.54	(0.990, 0.024, 0.136)	(0.443, -0.371, 0.136)	(0.168, -0.522, 0.125)
4	4.692 Hz	1.77 %	4021.75	(-0.205, -0.515, 0.833)	(0.123, -0.223, 0.185)	(0.174, -0.221, -1.022)

Del análisis modal se obtienen las características de cada modo de vibración y la proyección del mismo en cada dirección cartesiana en los puntos medidos. La Tabla 1 presenta los parámetros modales correspondientes a los cuatro primeros modos de la máquina y su proyección en tres puntos conformando la matriz de vectores modales. Los puntos analizados, representados en la Figura 9, son el cabezal, q1, donde se debe reducir la vibración y dos puntos viables para la colocación de actuadores inerciales que son: el extremo del carnero, q2, y el extremo de la viga, q3.

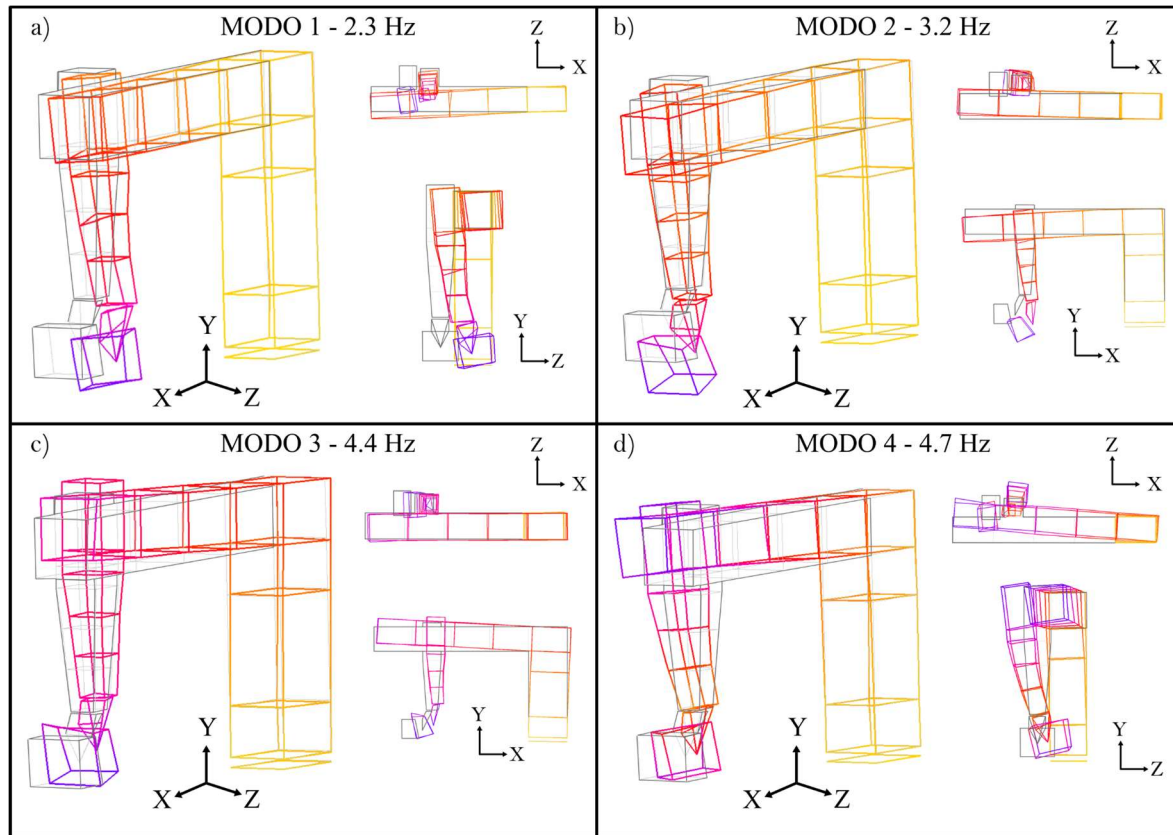


Figura 8: Formas modales de los 4 modos principales.

El primer modo presenta el menor amortiguamiento y su proyección es casi exclusivamente en la dirección Z. El segundo y tercer modos tienen proyección tanto en X como en Y, con una relación diferente en función del punto de medición. Por último, el cuarto modo vibra predominantemente en dirección Z tanto en q1 como en q3 mientras que en q2 apenas muestra proyección en ninguna dirección.

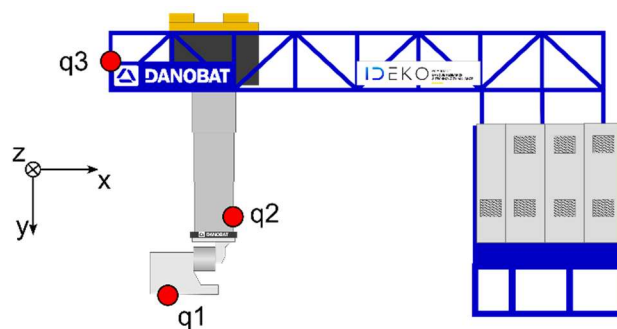


Figura 9: Puntos de medición relevantes del análisis modal.

3.3. Vibraciones residuales

Finalmente, se mide la vibración residual resultante de los movimientos de la máquina para determinar las vibraciones más limitantes del posicionamiento a alta velocidad. Las mediciones se realizan con movimientos en una única dirección a la velocidad de avance máxima admisible en cada eje usando ambos cabezales, en todos los casos las vibraciones son mayores con C2.

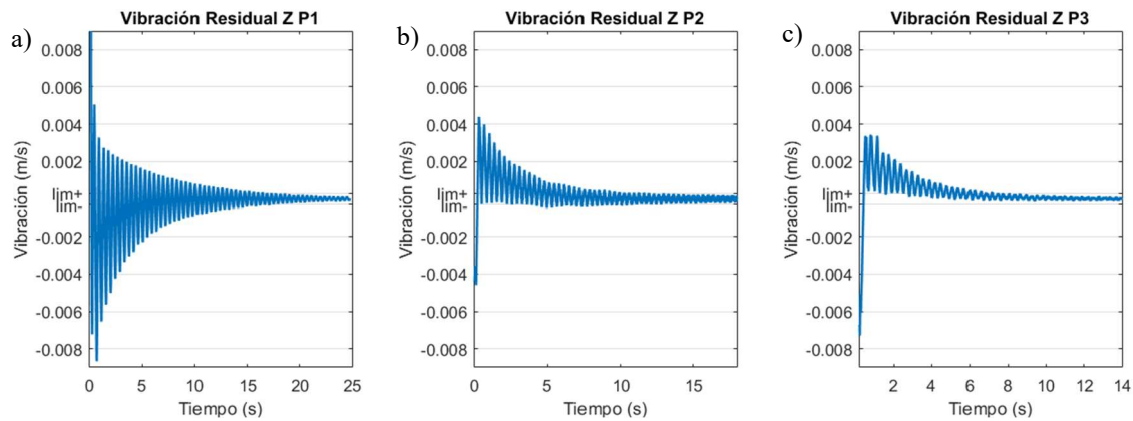


Figura 10: Vibración Residual ante desplazamientos en dirección Z con avance 60 m/min, en distintas posiciones.

La figura 10(a) presenta la vibración para un movimiento en dirección Z en P1-C2. Se observa cómo se excita principalmente el modo de 2.33 Hz con una amplitud de 1.19 mm/s y un tiempo de establecimiento de 17.72 s. en la Figura 10(b) se presenta la medición P2-C2, Donde la frecuencia sube a 3 Hz, en consonancia con la medición presentada en la Figura 6, y la amplitud se reduce con un tiempo de establecimiento menor. Para la Figura 10(c) la medición P3-C2 muestra una reducción aún mayor de la vibración con una frecuencia mayor.

A diferencia de la dirección Z, la respuesta dinámica de la máquina varía en función de la posición en los ejes X e Y, por ello la vibración residual resultante depende de la posición final del mismo. En la Figura 11(a) se muestra la vibración al realizar un desplazamiento en X que finaliza en P1. La Figura 11(b) muestra la respuesta a un desplazamiento en Y que finaliza en la misma posición.

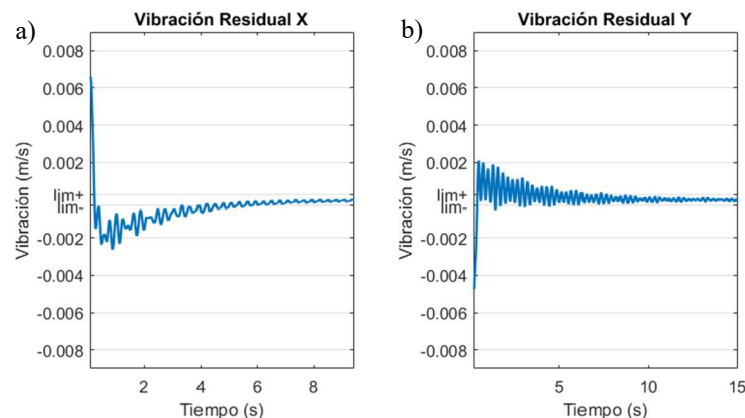


Figura 11: Vibración Residual ante desplazamientos en direcciones X e Y con avance 60 m/min y 20 m/min respectivamente, finalizando en posición P1.

La Tabla 2 muestra las características principales de las vibraciones residuales medidas. Las vibraciones en dirección Z son mayores que el resto con tiempos de establecimiento, el tiempo necesario para que la vibración sea menor que la máxima aceptable (0.3 mm/s), de hasta 17.72 s en el peor de los casos. Dicha vibración está dominada por el primer modo de la máquina. La vibración en Y es la segunda más crítica y está dominada por el segundo modo de la máquina. Por último, la vibración en X es la menor de las tres direcciones de movimiento, aun así, el tiempo de establecimiento es de 6.02 s obligando a reducir la velocidad del proceso de laminación, en este caso la vibración es una combinación del segundo y tercer modo.

Tabla 2: Propiedades de las vibraciones residuales críticas.

Dirección	Posición	Velocidad (m/min)	Frecuencia (Hz)	Amplitud (mm/s)	Tiempo de establecimiento (s)
X	P1	60	3.42 4.71	0.15 0.11	6.02
Y	P1	20	3.63	0.18	7.66
Z	P1	60	2.31	1.19	17.72
Z	P2	60	3.00	0.51	12.64
Z	P3	60	3.28	0.46	8.05

4. Dimensionamiento y simulación de actuador inercial

Una vez estudiados los modos críticos a amortiguar, se ha procedido a la definición de los requerimientos que debería cumplir la solución inercial activa. Una de las variables más importantes de estos actuadores suele ser el rango de frecuencias a cubrir, ya que, según este *bandwidth*, la tecnología activa más adecuada a emplear puede variar. En el caso de esta máquina, se ha observado que los modos de vibración críticos están por debajo de 5 Hz, lo que requiere pensar en un actuador sin rigidez de suspensión para evitar el modo asociado y que presente un comportamiento lineal a frecuencias cercanas a 0 Hz, lo que conlleva un amplio rango de desplazamiento. Además, con el objetivo de que el actuador sea totalmente lineal en estos modos por debajo de 5 Hz, se establece que el actuador debe cubrir al menos los 20 Hz, que es una frecuencia cuatro veces mayor que el objetivo de frecuencia más alto. Por tanto, podemos definir que *el ancho de banda del actuador debe cubrir al menos el rango entre 0 y 20 Hz*.

Otra variable clave es la dirección de actuación del actuador. En este caso, los modos críticos son multidireccionales y por tanto se descarta la posibilidad de solucionar el problema mediante un actuador unidireccional. Mediante el análisis de la Tabla 1, se puede observar que los modos tienen una mayor proyección en las direcciones Z y X, mientras que los modos con proyección en Y también tienen proyección en las otras direcciones. Por ello, se define que *el actuador debe actuar en dos direcciones, X y Z*, sea mediante el empleo de un actuador biaxial o mediante dos actuadores unidireccionales.

Finalmente, queda definir la variable más difícil de definir y que es clave en los actuadores: la capacidad de fuerza. La literatura muestra numerosos estudios a la hora de definir esta variable, pero ninguno de ellos aporta una fórmula para calcularla de forma simple, ya que se deben tener en cuenta muchos factores. Por un lado, la fuerza requerida para reducir una vibración concreta depende de la posición del actuador. Este factor suele ser muy importante en la mayoría de las aplicaciones, ya que en muchos casos el punto donde se desea reducir la vibración carece de espacio suficiente para integrar un actuador que permita realizar la fuerza requerida. Es por ello, que se suelen emplear otros puntos con desplazamientos modales importantes que permitan la integración de un actuador adecuado. En este trabajo, se han seleccionado dos puntos como potenciales para la colocación del actuador. Por un lado, el punto q2 representa el extremo estructural próximo al cabezal, lo cual hace que presente mayor proyección de la vibración. Por el otro lado, el punto q3 representa el extremo del travesaño, que, aunque requeriría de mayor fuerza, cuenta con la ventaja de que el espacio disponible es mayor y que no se desplaza con los movimientos del cabezal, facilitando la instalación y mantenimiento del actuador.

Para la definición de la fuerza, se ha implementado el modelo mecatrónico presentado en la sección 2.1, donde se puede simular el efecto de un actuador con diferentes límites de fuerza y en diferentes posiciones, sobre la dinámica de la estructura. Para ello, tras introducir los datos dinámicos de la máquina (Tabla 1) y estimar el impulso que causa una vibración residual equivalente a la excitación real (Tabla 2) en cada dirección, se ha procedido a simular el actuador en los puntos seleccionados, calculando así *la fuerza mínima requerida para poder reducir el tiempo de establecimiento hasta 1 segundo* (Tabla 3):

Tabla 3: Fuerza mínima en cada dirección.

Dirección	Fuerza en q2 (N)	Fuerza en q3 (N)
X	60	70
Z	100	200

Como ejemplo, la Figura 12 muestra la respuesta a un impulso equivalente a los desplazamientos medidos en las direcciones X, Y y Z, y la mejora obtenida mediante un actuador biaxial colocado en el punto q2, con un límite de fuerza de 100N en ambas direcciones.

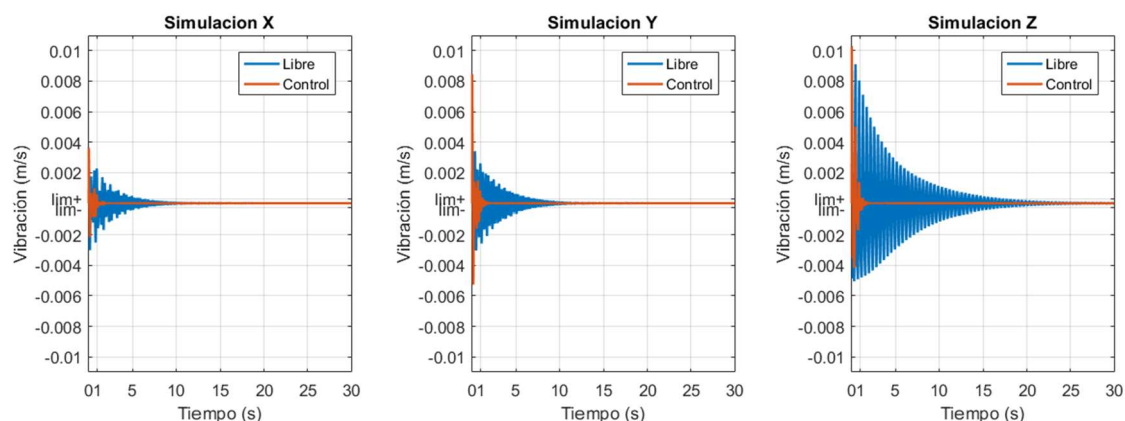


Figura 12: Simulación de reducción de vibración residual

5. Conclusiones

En este trabajo se ha caracterizado el comportamiento dinámico de una máquina de deposición de láminas preformadas para la fabricación de piezas en materiales compuestos, con el objetivo de diseñar un actuador inercial capaz de mitigar las vibraciones residuales que limitan su precisión y productividad.

Inicialmente, se ha evaluado la respuesta dinámica de la máquina en distintas zonas de trabajo y configuraciones, identificando cuatro resonancias principales, siendo la más significativa en la dirección Z. Posteriormente, mediante un análisis modal en la configuración más flexible, se han determinado las formas modales asociadas a los primeros cuatro modos, así como la proyección de estos en los puntos viables para la instalación del actuador inercial.

Adicionalmente, se analizan las vibraciones residuales generadas a la máxima velocidad de avance, estableciendo que la mayor vibración se produce en respuesta al movimiento en dirección Z, con una amplitud de 1.19 mm/s y un tiempo de establecimiento de 17.72 segundos. Esta vibración corresponde principalmente al primer modo de la máquina, con una contribución menor del cuarto modo.

Finalmente, se definen las especificaciones del actuador inercial requerido, estableciendo que deberá generar una fuerza inercial de 100 N en q_2 o de 200N en q_3 , contar con un ancho de banda mínimo de 20 Hz y evitar la presencia de un modo de suspensión.

6. Referencias

- [1] P. H. Meckl and W. P. Seering, "Minimizing Residual Vibration for Point-to-Point Motion," *J Vib Acoust*, vol. 107, no. 4, pp. 378–382, Oct. 1985, doi: 10.1115/1.3269276.
- [2] W. Tao, M. Zhang, M. Liu, and X. Yun, "Residual Vibration Analysis and Suppression for SCARA Robot Arm in Semiconductor Manufacturing," in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, Oct. 2006, pp. 5153–5158. doi: 10.1109/IROS.2006.282610.
- [3] W. E. Singhose and N. C. Singer, "Effects of input shaping on two-dimensional trajectory following," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 6, pp. 881–887, 1996, doi: 10.1109/70.544771.
- [4] A. Piazzzi and A. Visioli, "Minimum-time system-inversion-based motion planning for residual vibration reduction," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 5, no. 1, pp. 12–22, Mar. 2000, doi: 10.1109/3516.828585.
- [5] Y. Yang, J. Muñoz, and Y. Altintas, "Optimization of multiple tuned mass dampers to suppress machine tool chatter," *Int J Mach Tools Manuf*, vol. 50, no. 9, pp. 834–842, Sep. 2010, doi: 10.1016/j.ijmachtools.2010.04.011.
- [6] A. Iglesias, G. Aguirre, J. Munoa, Z. Dombovari, I. Laka, and G. Stepan, "Damping of in-process measuring system through variable stiffness tunable vibration absorber," in *26th International Conference on Noise and Vibration engineering (ISMA2016) in conjunction with the 5th International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics (USD2016)*, Leuven, Belgium, 2016.
- [7] K. Erkorkmaz and Y. Hosseinkhani, "Control of ball screw drives based on disturbance response optimization," *CIRP Annals*, vol. 62, no. 1, pp. 387–390, 2013, doi: 10.1016/j.cirp.2013.03.138.
- [8] A. Preumont, *Vibration Control of Active Structures*, vol. 246. Cham: Springer International Publishing, 2018. doi: 10.1007/978-3-319-72296-2.
- [9] D. K. Lindner, G. A. Zvonar, and D. Borojevic, "Performance and control of proof-mass actuators accounting for stroke saturation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 17, no. 5, pp. 1103–1108, Sep. 1994, doi: 10.2514/3.21316.
- [10] B. Yang, "THEORY OF VIBRATION | Fundamentals," in *Encyclopedia of Vibration*, Elsevier, 2001, pp. 1290–1299. doi: 10.1006/rwvb.2001.0112.
- [11] I. Mancisidor, A. P. Sevillano, R. Barcena, O. Franco, J. Munoa, and L. N. L. De Lacalle, "Comparison of model free control strategies for chatter suppression by an inertial actuator," *International Journal of Mechatronics and Manufacturing Systems*, vol. 12, no. 3/4, p. 164, 2019, doi: 10.1504/IJMMS.2019.103477.