



# Efecto de la dispersión de la precarga en la respuesta dinámica de rodamientos de vuelco de cuatro puntos de contacto

Martin Eizmendi Saiz<sup>1</sup>, Iker Heras Miguel<sup>1</sup>, Josu Aguirrebeitia Celaya<sup>1</sup>, Mikel Abasolo Bilbao<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad del País Vasco

[martin.eizmendi@ehu.eus](mailto:martin.eizmendi@ehu.eus), [iker.heras@ehu.eus](mailto:iker.heras@ehu.eus), [josu.aguirrebeitia@ehu.eus](mailto:josu.aguirrebeitia@ehu.eus), [mikel.abasolo@ehu.eus](mailto:mikel.abasolo@ehu.eus)

---

*Los rodamientos de vuelco de cuatro puntos de contacto son componentes críticos de sistemas mecánicos enfocados a aplicaciones de orientación. A diferencia de los rodamientos convencionales empleados en máquinas rotatorias, estos permanecen la mayor parte del tiempo bloqueados en giro; esto hace que el comportamiento vibratorio del sistema que soportan quede fuertemente condicionado por el amortiguamiento que ofrece el rodamiento. A fin de determinar dicho amortiguamiento se ha desarrollado el modelo de un grado de libertad axial (incluyendo varios modelos de amortiguamiento) de cara a correlarlo experimentalmente mediante excitación axial en un shaker electrodinámico. Sin embargo, es sabido que los errores de fabricación de las pistas y el ensamblaje del rodamiento a las estructuras adyacentes afectan a la distribución de la carga entre los elementos rodantes y esto hace que, ante una excitación axial, la respuesta pueda tener componentes en las direcciones radial y angular, pudiendo comprometer así la integridad del shaker. De cara a evaluar este efecto, se expande en primer lugar el modelo dinámico a cinco grados de libertad. Posteriormente, se implementa una dispersión en la precarga de los elementos rodantes coherente con los posibles defectos de fabricación y montaje que puedan darse, mediante una metodología cuya validez ya se comprobó experimentalmente por parte de los autores en trabajos de caracterización del par de fricción. Para terminar, se realiza una serie de simulaciones con este nuevo modelo y se comparan los resultados obtenidos con los proporcionados por el modelo previo que no tiene en cuenta la dispersión de la precarga, cuantificando así su efecto en la respuesta dinámica del rodamiento.*

---

## 1. Introducción

Los rodamientos de vuelco de cuatro puntos de contacto (en delante denominados 4PCSB, del inglés *four-point contact slewing bearings*) son rodamientos de grandes dimensiones que desempeñan un papel fundamental en sistemas destinados a movimientos oscilatorios, como los presentes en radiotelescopios, grúas torre, seguidores solares o aerogeneradores, entre otros. Generalmente, estos rodamientos están concebidos para girar únicamente con el propósito de orientar el elemento apuntador, permaneciendo bloqueados en giro la mayor parte del tiempo. Cuando oscilan, lo hacen a una velocidad de giro muy baja, lo cual contrasta diametralmente con los rodamientos convencionales utilizados en máquinas rotatorias, debido a que estos suelen operar a altas velocidades, pudiendo dar lugar a vibraciones inducidas por los defectos del propio rodamiento y su montaje [1]. Sin embargo, en los sistemas mecánicos que incluyen rodamientos tipo 4PCSB, la principal fuente de vibraciones es la naturaleza variable de las fuerzas externas que actúan sobre el conjunto. Dado que estos rodamientos conectan el elemento apuntador con una estructura fija, ejercen de transmisores de fuerza, donde las propiedades de rigidez y amortiguamiento del propio rodamiento influyen notoriamente en la respuesta dinámica de todo el conjunto frente a dichas fuerzas externas. En este sentido, un diseño o selección incorrecto del rodamiento para una aplicación específica puede dar lugar a que se generen niveles de vibración indeseados en el elemento apuntador, o incluso provocar interferencias entre el rodamiento y los componentes circundantes, siendo esto inaceptable para el funcionamiento del sistema. Por ello, un modelo dinámico que simule el comportamiento de este tipo de rodamientos es fundamental tanto para predecir su respuesta vibratoria como para integrarlos en la modelización de cualquier sistema mecánico en el que se utilicen.

En la bibliografía, la gran mayoría de trabajos que abordan el comportamiento estructural de los 4PCSB se centran en el cálculo de la rigidez [2] y del par de fricción [3]. La rigidez determina las deformaciones del rodamiento frente a cargas estáticas, mientras que el cálculo del par de fricción resulta indispensable para el dimensionamiento del sistema de actuación correspondiente. En lo que respecta al cálculo de ambos parámetros, se ha comprobado que tanto los defectos de fabricación de las pistas como la rigidez de las estructuras adyacentes condicionan la distribución de las fuerzas que soporta el rodamiento entre sus elementos rodantes, influyendo por consiguiente tanto en la rigidez como en el par de fricción resultante [4, 5]. Sin embargo, son menos frecuentes las publicaciones que abordan su respuesta dinámica. De hecho, entre las múltiples revisiones bibliográficas (e.g. [6]) que versan sobre la modelización dinámica de rodamientos convencionales utilizados en máquinas rotatorias, no se proporcionan referencias relacionadas con la respuesta dinámica de los 4PCSB. Los estudios existentes se enfocan en casos muy particulares donde el rodamiento está en régimen rotatorio, donde se hace uso del Método de los Elementos Finitos (MEF) [7] o bien se modelan mediante la formulación multicuerpo haciendo uso de software comercial (ADAMS en [8]). En estos casos de estudio, las vibraciones se generan debido a los impactos entre los elementos rodantes y las pistas de rodadura, en lugar de estar asociadas a la naturaleza dependiente del tiempo de las fuerzas externas. De hecho, no se han identificado técnicas de modelización específicas para analizar la respuesta dinámica del rodamiento cuando está bloqueado en giro, que precisamente representa el principal modo de trabajo de estos rodamientos.

Con el objetivo de caracterizar la respuesta dinámica de estos rodamientos cuando trabajan bajo sollicitaciones dinámicas en su dirección axial, en trabajos previos los autores han desarrollado y validado un modelo analítico de un grado de libertad (GDL) que incorpora el amortiguamiento histerético dotado por la deformación hertziana de los contactos bola-pista. Sin embargo, es conocido que los errores de fabricación de las pistas y el ensamblaje del rodamiento en las estructuras adyacentes influyen en la distribución de la carga entre los elementos rodantes, fenómeno que se denomina dispersión de la precarga. Por tanto, con vistas a ensayar estos rodamientos en un shaker electrodinámico, en este trabajo se aborda la influencia de la dispersión de la precarga en la respuesta dinámica del rodamiento por dos razones principales:

- Correlación experimental del amortiguamiento en el modelo analítico: se sospecha que, ante una excitación axial, la dispersión de la precarga pueda inducir, adicionalmente, desplazamientos radiales y angulares entre los anillos del rodamiento. Por ello, se evalúa la necesidad de incluir o no este fenómeno en el modelo analítico para garantizar la correcta correlación experimental del amortiguamiento.
- Esfuerzos transmitidos al shaker electrodinámico: los rodamientos se montarán sobre un utillaje acoplado rígidamente sobre la armadura del shaker en una disposición en la que la capacidad de la armadura para absorber esfuerzos en otras direcciones que no sea la axial es limitada. Por tanto, resulta relevante prever el orden de magnitud de los esfuerzos radiales y de momento inducidos por los desplazamientos relativos entre los anillos, dado que se transmiten a la armadura y pueden comprometer su integridad.

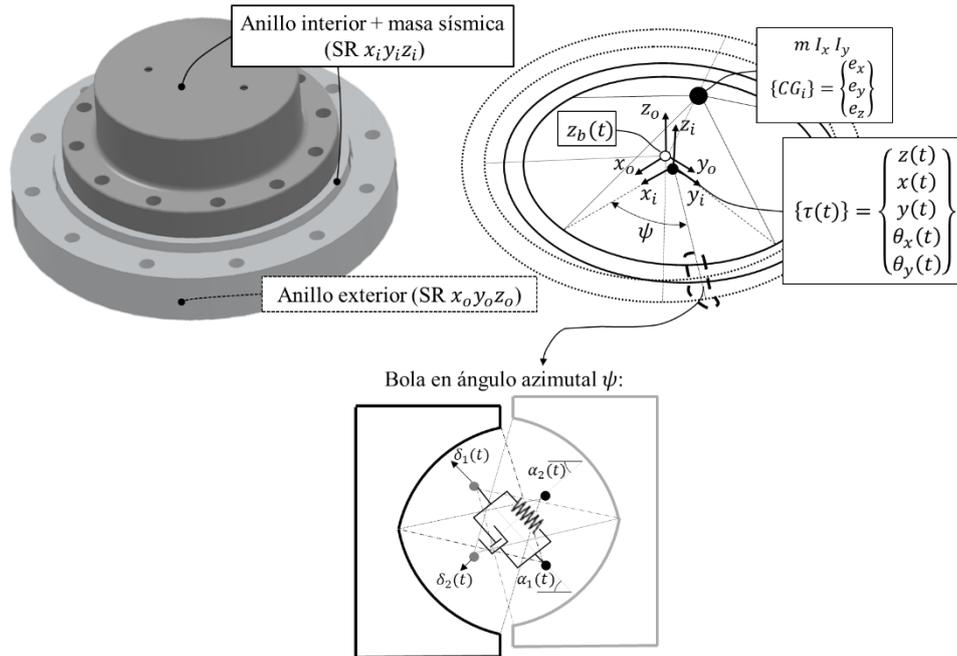
Por tanto, para evaluar el efecto de la dispersión de la precarga, en este trabajo se desarrolla un modelo de 5 GDL, incorporando la dispersión de la precarga de manera análoga a lo realizado en [5], y se realizan una serie de simulaciones con este nuevo modelo, comparando los resultados obtenidos con los proporcionados por el modelo de 1 GDL. De este modo, los resultados permiten discernir si el efecto de la dispersión de la precarga en la respuesta dinámica del rodamiento es un factor a tener en cuenta o no.

## 2. Modelo dinámico

En este apartado se presenta el modelo dinámico empleado para incluir los efectos de los errores de fabricación en la respuesta dinámica del rodamiento. Este modelo simula la respuesta dinámica de un 4CPSB montado en un shaker electrodinámico tal como se representa en la Figura 1. En esta configuración, la masa sísmica está unida al anillo interior, mientras que el anillo exterior está fijado a la armadura del excitador por medio de un utilaje acoplador. El conjunto se excita mediante el movimiento armónico de la armadura en la dirección axial del rodamiento. Se consideran como la única fuente de flexibilidad las deformaciones en los contactos bola-pista, asumiendo que los anillos y las estructuras adyacentes se comportan como sólidos rígidos. De esta manera, se aborda el problema de manera generalista, dado que la inclusión de la flexibilidad de los componentes adyacentes es ad-hoc de la aplicación en particular. De hecho, el modelo aquí propuesto se puede extender para incorporar la flexibilidad de las estructuras adyacentes mediante técnicas de reducción dinámica o incluso integrarlo en un modelo de elementos finitos.

### 2.1. Modelo de 5 GDL

El modelo analítico consiste en la extensión e integración del modelo de interferencias geométricas desarrollado por Aguirrebeitia et al. en [2] en la ecuación de movimiento de un sistema de parámetros concentrados. El modelo simula la respuesta del conjunto formado por el anillo interior-masa sísmica cuando se le aplica una excitación al anillo exterior, teniendo en cuenta los 5 GDL relativos entre los anillos, i.e.: los desplazamientos axial (eje  $z$ ), radiales (en  $x$  e  $y$ ) y giros (en  $x$  e  $y$ ), tal como se representa en la Figura 1. El contacto bola-pista se modela mediante un mecanismo que conecta los centros de curvatura de las pistas de rodadura en cada diagonal de contacto con un elemento muelle-amortiguador (en la Figura 1 únicamente se representa en una diagonal), simulando las fuerzas normales de contacto elásticas y de amortiguamiento. La simulación del contacto bola-pista a través de este mecanismo estriba en la suposición de que sería necesaria una excitación de frecuencia extremadamente alta para excitar el movimiento relativo de la bola entre las pistas, dada su baja masa y la alta rigidez del contacto hertziano. Además, en un trabajo anterior se verificó mediante el MEF que las fuerzas de contacto friccionales apenas contribuyen a disipar la respuesta del rodamiento, por lo que en el modelo no se tienen en cuenta.



**Figura 1:** Representación del modelo de 5 GDL.

La ecuación resultante del movimiento planteada en coordenadas relativas es:

$$[M(m, I_x, I_y, \{CG_i\})]\{\tau_r \ddot{(t)}\} + \{r_{cont}(\{\tau_r(t)\}, \{\tau_r(t)\})\} = \{f(m, \{CG_i\}, \{\tau_b \ddot{(t)}\})\}$$

Por lo que la respuesta en coordenadas absolutas resulta:

$$\{\tau(t)\} = \{\tau_b(t)\} + \{\tau_r(t)\}$$

donde  $\{\tau(t)\}$  es la respuesta del conjunto anillo interior-masa sísmica;  $\{\tau_r(t)\}$  es el vector que contiene los 5 GDL relativos entre los anillos;  $[M(m, I_x, I_y, \{CG_i\})]$  es la matriz de masas;  $\{f(m, \{CG_i\}, \{\tau_b \ddot{(t)}\})\}$  es el vector excitación, siendo  $\{\tau_b \ddot{(t)}\}$  el vector de aceleración del anillo exterior, cuya ley de movimiento es conocida (axial puro). Las características másicas del conjunto están concentradas en una masa puntual de masa  $m$  y momentos

de inercia  $I_x$  y  $I_y$ , cuyo centro de gravedad está posicionado en las coordenadas  $\{CG_i\}$  referenciado desde el centro del anillo interior.

Por último,  $\{r_{cont}(\{\tau_r(t)\}, \{\dot{\tau}_r(t)\})\}$  es el vector que contiene la suma de las reacciones elásticas y disipativas de los contactos de todas las bolas en el centro del anillo interior, donde la reacción normal  $Q_i$  en cada diagonal de contacto  $i$  de cada bola se formula como la suma de la contribución elástica y disipativa. La fuerza de contacto elástica se plantea mediante la fórmula de Hertz para el contacto bola-pista, donde la constante de rigidez del contacto  $K$  se puede calcular según [9]. En lo que respecta al amortiguamiento, se modela la fuente proporcionada por la histéresis del material debido a la deformación hertziana de los contactos, la cual sirve como una medida de la capacidad mínima de amortiguamiento del rodamiento [10]. Esta fuente de amortiguamiento se formula mediante el modelo de Hertz-Damp [11], donde originalmente el parámetro  $\chi$  está concebido para simular impactos en sistemas multicuerpo. Sin embargo, dado que estos rodamientos suelen estar usualmente precargados mediante la introducción de bolas de mayor tamaño (produciendo una interferencia  $\delta_{pi}$  en las diagonales de contacto) para evitar la pérdida total de contacto entre las bolas y las pistas, en trabajos anteriores los autores han desarrollado y validado mediante el MEF una fórmula del parámetro  $\chi$  aplicable específicamente a contactos precargados en los que se puede dar o no la pérdida parcial del contacto entre la bola y pista durante un intervalo de la vibración, que es precisamente el caso de estos rodamientos. En vez de emplear el coeficiente de restitución como métrica del amortiguamiento del material como en [11], este parámetro se formula en función del factor de pérdida del material  $\eta$ . Así, los autores han llegado a formular la siguiente fuerza de contacto en la diagonal “ $i$ ” en función de la rigidez y del factor de pérdida del material

$$Q_i = K \cdot \delta_i(\{\tau_r(t)\})^{3/2} + \chi_i(\eta, K, \delta_{pi}) \cdot \delta_i(\{\tau_r(t)\})^{3/2} \cdot \dot{\delta}_i(\{\tau_r(t)\}, \{\dot{\tau}_r(t)\})$$

siendo  $\delta_i(\{\tau_r(t)\})$  la interferencia de contacto y  $\dot{\delta}_i(\{\tau_r(t)\}, \{\dot{\tau}_r(t)\})$  la velocidad de interferencia de contacto de cada diagonal de contacto  $i$ , las cuales son dependientes de la posición y velocidad relativa entre los anillos. Por tanto, la ecuación del movimiento a resolver es no lineal, dado que además de la propia naturaleza no lineal de las fuerzas de contacto, las deformaciones de los mismos son dependientes de la solución. La ecuación del movimiento se resuelve mediante integración numérica, empleando para ello el esquema explícito Runge Kutta 4.

## 2.2. Implementación de los errores de fabricación

Cuando se monta un rodamiento precargado mediante la introducción de bolas de mayor diámetro al nominal entre las pistas de los anillos, los errores de fabricación de las pistas y el ensamblaje del rodamiento a las estructuras adyacentes provocan una dispersión de la precarga, haciendo que la distribución de las deformaciones de los contactos, y por ende las fuerzas de contacto, no sea uniforme en las diagonales de las bolas del rodamiento. Esto produce que la posición relativa de montaje entre los anillos interior y exterior no sea la nominal proveniente del CAD.

De hecho, Heras et al. [4] midieron los errores de fabricación de las pistas de un rodamiento determinado proporcionado por fabricante mediante una máquina de medir por coordenadas, y comprobaron mediante un modelo analítico que cuando se introducía una bola de tamaño nominal las diagonales de contacto resultaban precargadas. Por tanto, concluyeron que las tolerancias de fabricación tienen una influencia considerable en el problema de distribución de carga.

Además, una vez se ensambla el rodamiento con las estructuras adyacentes mediante el atornillado de los anillos, esta dispersión de la precarga se ve nuevamente alterada. Teniendo en cuenta este aspecto, Escanciano et al. [5] correlaron un modelo analítico para calcular el par de fricción con los resultados experimentales obtenidos por Menck et al. [3]. Para ello, asumieron que los errores de fabricación de las pistas y el ensamblaje provocan una dispersión normal de la precarga. Para simular la dispersión, mantuvieron las dimensiones nominales de las pistas y dotaron de una precarga aleatoria a cada bola (lo que equivale a asumir que las bolas introducidas son de tamaño diferente) mediante la definición de un valor medio, una desviación estándar y una semilla para la generación de los números aleatorios.

Con el fin de implementar los errores de fabricación en el modelo dinámico de 5 GDL, se opta por hacerlo tal y como se hacía en [5]. Una vez asignada a cada bola  $z$  su precarga  $\Delta_p^z$ , el primer paso consiste en resolver las condiciones iniciales de posición  $\{\tau_{r0}\}$ , con el objetivo de determinar la posición relativa inicial entre el anillo exterior y el conjunto formado por el anillo interior y masa sísmica. Para ello, se plantea la energía potencial elástica del sistema y se minimiza dicha función en términos de  $\{\tau_{r0}\}$ , de manera análoga a lo realizado por Heras et al [4]. Se obvia el efecto de la gravedad.

$$E_{el} = \frac{2}{5} \cdot \sum_{z=1}^Z \sum_{i=1}^2 \left[ K \cdot \delta_i(\{\tau_{r0}(\Delta_p^z)\})^{5/2} \right]$$

### 3. Resultados

Debido a la dispersión de la precarga, se sospecha que, cuando el rodamiento sea sometido a una excitación en el eje  $z$ , se vayan a excitar desplazamientos y giros relativos adicionales entre los anillos en los ejes  $x$  e  $y$  además de en el eje axial. Para abordar esta hipótesis, se realiza una serie de simulaciones con el modelo de 5 GDL, comparando los resultados obtenidos con los proporcionados por el modelo de 1 GDL que no incluye la dispersión de la precarga. Como indicador, se opta por construir las curvas de transmisibilidad de un rodamiento determinado variando únicamente el grado de dispersión en la precarga por medio de la desviación estándar (SD) de la misma, manteniendo constante el valor medio  $\mu$ . Nótese que, lanzar el modelo de 5 GDL con una SD nula, es lo mismo que suponer que no hay dispersión, particularizando el modelo al caso de 1 GDL (axial en este caso).

Para construir las curvas de transmisibilidad se aplica una excitación armónica al anillo exterior (el cual está acoplado a la armadura del excitador) y se realiza un barrido en frecuencia (de 50Hz a 2000Hz), manteniendo constante el nivel de aceleración de la excitación en 1G. La geometría del rodamiento simulado y las características másicas del conjunto formado por el anillo interior y la masa sísmica (obtenidas del modelo CAD de la Figura 1) se muestran en la Tabla 1. Se asume que el centro de masas está situado en el eje  $z$ , obviando por tanto las posibles excentricidades para tener solo en cuenta en qué grado influye la dispersión de la precarga. En la Tabla 2 se muestran los valores de la precarga media y la desviación estándar, considerando 3 niveles de esta última. En este trabajo, únicamente se modifica el grado de dispersión mediante la variación de la desviación estándar, dejando como trabajo futuro el estudio de la posible influencia que pueda tener cambiar el número de semilla de generación de números aleatorios en los resultados, o incluso introducir directamente las mediciones de las pistas de rodadura. Por último, en lo que respecta al amortiguamiento, tal como se ha explicado previamente, se modela únicamente la fuente proporcionada por el amortiguamiento histerético del material, utilizando un factor de pérdida del material de  $\eta = 0.06$ , que es un valor dentro del orden de magnitud de los resultados experimentales obtenidos en [10].

**Tabla 1:** Datos del montaje simulado: diámetro medio  $D_{pw}$ ; diámetro de la bola  $D_w$ ; conformidad del contacto bola-pista  $s$ ; ángulo de contacto inicial  $\alpha$ ; N° de bolas  $Z$ ; masa  $m$ ; momentos de inercia  $I_{xx}$ - $I_{yy}$ ; coordenadas del centro de masas  $e_x$ - $e_y$ - $e_z$  medidas desde el centro del anillo interior.

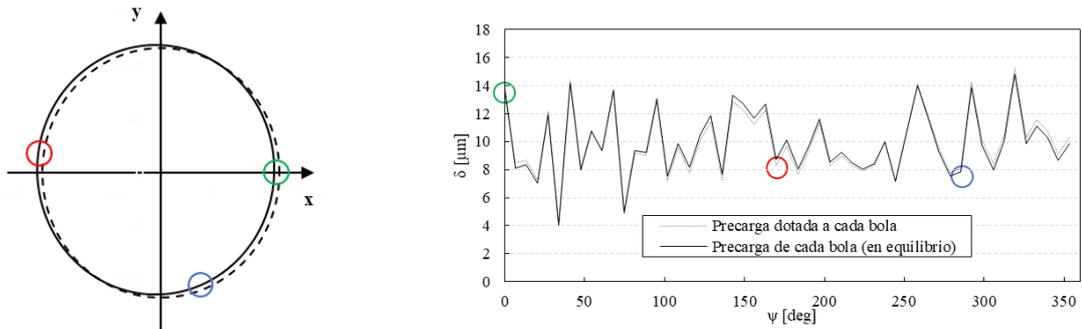
Geometría 4PCSB					Masa sísmica + anillo interior					
$D_{pw}$ (mm)	$D_w$ (mm)	$s$ (-)	$\alpha$ (deg)	$Z$ (-)	$m$ (kg)	$I_{xx}$ (kg·m <sup>2</sup> )	$I_{yy}$ (kg·m <sup>2</sup> )	$e_x$ (mm)	$e_y$ (mm)	$e_z$ (mm)
232	12.7	0.94	45	53	31	0.166	0.166	0	0	31

**Tabla 2:** Dispersiones de la precarga simuladas.

Caso de estudio	Dispersión de la precarga	$\mu$ ( $\mu\text{m}$ )	SD ( $\mu\text{m}$ )	Modelo
0	NO	10	0	1 GDL
1	SÍ	10	1	5 GDL
2			2.5	
3			5	

#### 3.1. Simulaciones

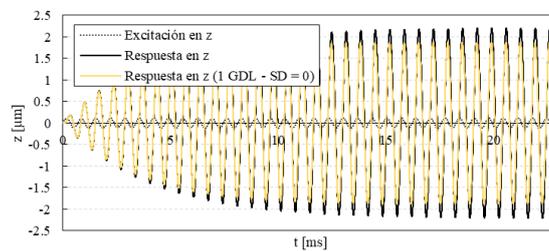
Antes de lanzar los ensayos dinámicos, el primer paso consiste en resolver las condiciones iniciales de posición del rodamiento, simulando así la posición relativa entre los anillos una vez ensamblados. A modo de ejemplo, la Figura 2 muestra la dispersión de la precarga simulados del Caso 2 de la Tabla 2, lo cual produce que en ausencia de cargas externas los anillos interior y exterior no estén perfectamente centrados. Para la dispersión simulada, el desplazamiento relativo axial y los giros resultan despreciables, mientras que el desplazamiento relativo entre los centros de los anillos es del orden de micras en el plano radial. De ahí que, en cada bola, ambas diagonales estén cargadas igualmente en la Figura 2. En ausencia de otras cargas externas, el conjunto formado por la masa sísmica y el anillo interior oscilará alrededor de esta posición de equilibrio una vez se aplique la excitación armónica al anillo exterior en el eje axial  $z$ .



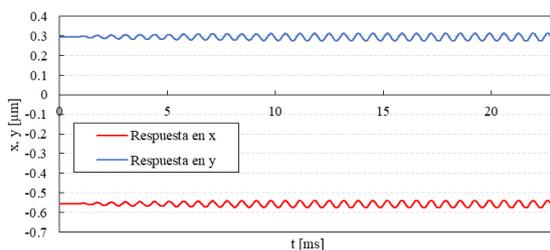
(a) Posicionamiento relativo radial inicial entre los anillos (interferencia aumentada  $\times 10^4$ ). (b) Precarga dotada a cada bola vs Precarga de cada bola en equilibrio (i.e.: interferencias de contacto causadas por la dispersión de la precarga de las bolas).

**Figura 2:** Condiciones iniciales de posición para la precarga del Caso 2 de la Tabla 2.

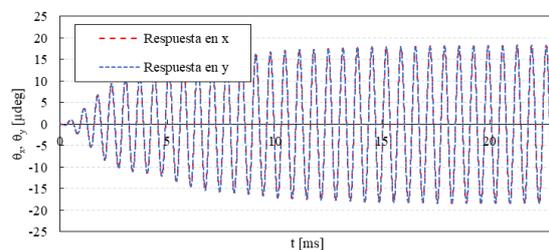
En las Figuras 3 y 4 se muestran las respuestas en función del tiempo obtenidas mediante el modelo de 5 GDL para este caso de dispersión con las proporcionadas por el modelo de 1 GDL (Caso 0 en la Tabla 2) para un caso específico de carga (cercano a la resonancia para este caso: 1G a 1480 Hz). Por un lado, la Figura 3 muestra la comparación de la respuesta axial en términos de desplazamiento del conjunto formado por el anillo interior y la masa sísmica. En este caso, el modelo de 1 GDL proporciona un resultado menos conservador. Además, se presentan las respuestas cruzadas en las direcciones radiales y los giros en los ejes  $x$  y  $y$ , donde se observa cómo en ausencia de cargas externas constantes el rodamiento vibra alrededor de la posición de equilibrio calculada al resolver las condiciones iniciales. Por otro lado, la Figura 4 ilustra la evolución temporal de las interferencias de contacto en las diagonales de las bolas. Se destaca que el modelo de 5 GDL es capaz de simular el estado variable de cada bola, mientras que el modelo de 1 GDL asume como simplificación la condición de simetría cíclica. Esto último implica que, en este modelo, todas las diagonales de contacto se carguen y descarguen simultáneamente, lo que simplifica el comportamiento real del sistema.



(a) Desplazamiento en la dirección de excitación axial.

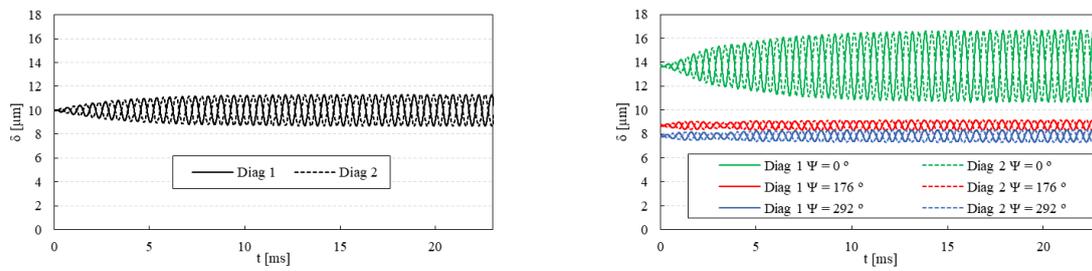


(b) Desplazamientos radiales en los ejes  $x$  e  $y$ .



(c) Giros en los ejes  $x$  e  $y$ .

**Figura 3:** Respuesta del conjunto formado por el anillo interior y masa sísmica.

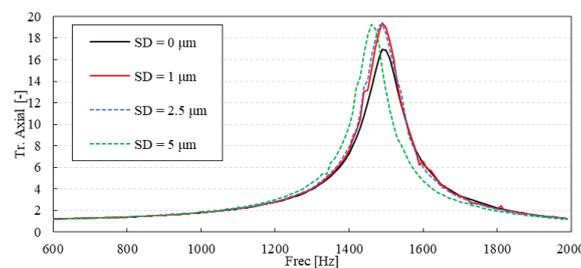


(a) Interferencias en las diagonales de contacto de todas las bolas del rodamiento (Caso 0). (b) Interferencias en las diagonales de contacto de las bolas indicadas en la Figura 2.

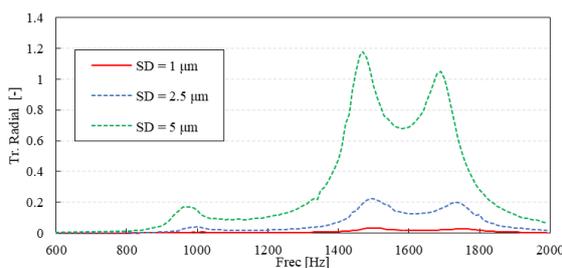
**Figura 4:** Respuesta a nivel de contacto-bola pista.

Para el nivel de excitación de 1G se realiza un barrido en frecuencia para construir la curva de transmisibilidad axial, mostrada en la Figura 5. El valor de la transmisibilidad axial en cada ensayo se calcula como el cociente entre la amplitud de la respuesta axial del conjunto formado por la masa sísmica y el anillo exterior en régimen estacionario y la amplitud del desplazamiento de la excitación (siempre axial). Se observa que la no consideración de la dispersión de la precarga (modelo de 1 GDL) conduce a valores menos conservadores de transmisibilidad, lo que genera una respuesta aparentemente más amortiguada. Por tanto, emplear el modelo de 1 GDL para llevar a cabo la correlación experimental puede conducir a correlar un mayor valor del amortiguamiento que el real. Por otro lado, comparando los Casos 1, 2 y 3, se observa que para los casos simulados el grado de dispersión no modifica el valor máximo de la transmisibilidad obtenido en cada caso.

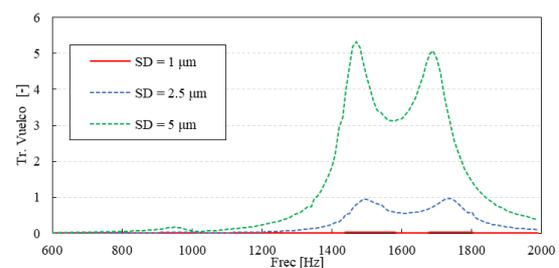
Con el fin de cuantificar el efecto de la dispersión se calculan también las curvas de transmisibilidad cruzada. La transmisibilidad cruzada radial se cuantifica como la ratio entre el valor máximo de desplazamiento radial en régimen estacionario y la amplitud del desplazamiento de la excitación axial (Figura 5b). La transmisibilidad cruzada de vuelco consiste en la ratio entre el valor máximo de giro multiplicado por el radio medio ( $D_{pw}/2$ ) del rodamiento en régimen estacionario y la amplitud del desplazamiento de la excitación axial (Figura 5c). Para el caso estudiado, se observa que las curvas obtenidas difieren significativamente de la curva de transmisibilidad axial, la cual presenta una frecuencia natural claramente definida. Se observa cómo en el caso de mayor dispersión (Caso 3), la frecuencia natural decrece en un 2% respecto al resto de casos, en los cuales la rigidez axial del rodamiento no se ve modificada (Casos 0, 1 y 2). En contraste, las curvas de transmisibilidad cruzada carecen de una frecuencia natural característica. Se observa que, en ambos casos la frecuencia a la que se da el valor máximo de la transmisibilidad ocurre en la frecuencia natural del modo axial. Así como el valor máximo de transmisibilidad axial apenas se ve afectado, el valor máximo de la transmisibilidad cruzada radial y de vuelco sí que depende considerablemente del grado de dispersión en la precarga. Nótese que en la curva de transmisibilidad cruzada de vuelco se alcanzan valores máximos del orden de  $\frac{1}{3}$  a los obtenidos en las curvas de transmisibilidad axial.



(a) Transmisibilidad axial.



(b) Transmisibilidad cruzada radial.



(c) Transmisibilidad cruzada de vuelco.

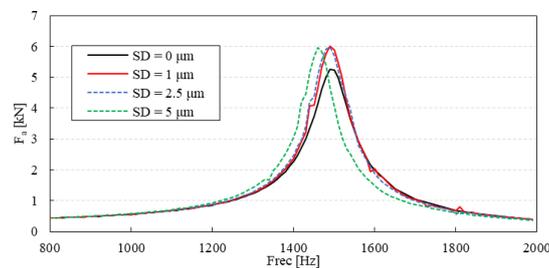
**Figura 5:** Curvas de transmisibilidad.

### 3.2. Discusión

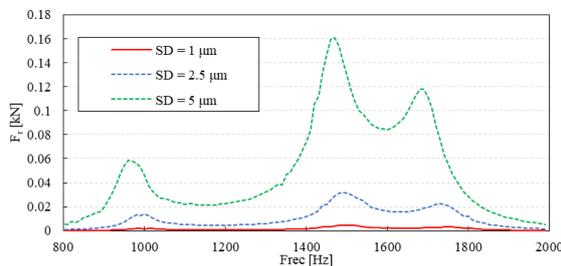
De cara a realizar ensayos experimentales para caracterizar la respuesta dinámica de los 4PCSB ante sollicitaciones axiales, se extraen las siguientes conclusiones de los resultados obtenidos en el apartado anterior.

Por un lado, se observa que el amortiguamiento, caracterizado mediante el factor de pérdida del material  $\eta$ , no es el único parámetro a correlar. Los resultados demuestran que la dispersión de la precarga producida por la combinación de los errores de fabricación de las pistas y el ensamblado del rodamiento al banco de ensayos (el anillo interior se atornillará a la masa sísmica y el anillo exterior se atornilla a utillaje acoplado a la armadura del excitador electrodinámico) influye en la respuesta dinámica, por lo que los parámetros que caracterizan la dispersión (valor medio  $\mu$ , desviación típica  $SD$  y número de semilla) son parámetros extra a tener en cuenta en una futura correlación experimental.

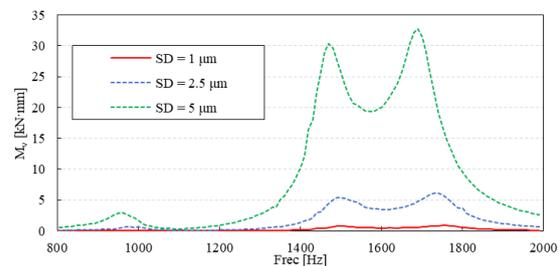
Por otro lado, en lo referente a la planificación y dimensionamiento de los ensayos, los resultados de este estudio demuestran que la dispersión de la precarga genera esfuerzos radiales y de momento que se transmiten al utillaje sobre el que está montado el rodamiento, que por consiguiente se transmiten también a la armadura del excitador electrodinámico. La Figura 6 muestra el valor máximo de estos esfuerzos en cada uno de los ensayos en función de la frecuencia de excitación, donde se observa que cuanto mayor es la dispersión de la precarga la magnitud de los esfuerzos radiales y de momento crecen notoriamente.



(a) Fuerza axial.



(b) Fuerza radial máxima.



(c) Momento de vuelco máximo.

**Figura 6:** Valor máximo de los esfuerzos transmitidos al excitador en cada ensayo.

Por tanto, se debe tener en cuenta lo siguiente en lo que respecta a la planificación y dimensionamiento de los futuros ensayos que se llevarán a cabo:

- Modos de vibración del utillaje sobre el que se monta el conjunto formado por el rodamiento y la masa sísmica: es conveniente que, además de la frecuencia natural de los modos de vibración axiales, las frecuencias naturales de los modos de vibración de flexión del utillaje estén alejadas de las frecuencias de excitación de los ensayos, con el fin de evitar deformaciones excesivas del utillaje que introduzcan ruido en la correlación experimental o que den lugar incluso al fallo del propio utillaje además de la amplificación de los esfuerzos transmitidos a la armadura.
- Capacidad de la armadura del shaker ante esfuerzos radiales y de momento: además de tener que considerar el esfuerzo axial que se transmite al excitador, que es precisamente la fuerza que tiene que ejercer este para llevar a cabo el ensayo, los esfuerzos radiales y de momento transmitidos a la armadura no deben sobrepasar su capacidad portante ante estos esfuerzos para no dañar el excitador. Por lo tanto, la monitorización del espécimen no solo es necesaria para correlar el modelo de manera precisa, sino que es mandatorio desde el punto de vista de la seguridad del funcionamiento del excitador electrodinámico.

## 4. Conclusiones

En vista de estos resultados, se observa que la dispersión de la precarga, generada por la combinación de los defectos de fabricación de las pistas y el ensamblado del rodamiento, influye en la respuesta dinámica del sistema. Cuando el rodamiento se excita en su dirección axial, tanto los desplazamientos radiales como los giros entre los anillos se ven afectados. Para el nivel de carga y los niveles de dispersión evaluados, a falta de realizar un análisis más exhaustivo como añadir también la influencia del valor de la semilla de generación números aleatorios para simular la dispersión de la precarga, se observa que un mayor grado de dispersión en la precarga incrementa notablemente los niveles de vibración en los grados de libertad restantes, generando esfuerzos radiales y de momento que se transmiten a las estructuras adyacentes.

Por tanto, de cara a realizar la futura correlación experimental del modelo analítico, el empleo del modelo de 5 GDL queda justificado. Mediante este modelo, además de correlar el amortiguamiento, se concluye que la dispersión de la precarga es otro parámetro más a correlar, el cual permitirá integrar tanto el efecto de los errores de fabricación como del ensamblado del rodamiento al banco de ensayos.

## 5. Referencias

- [1] Harris T.A., Kotzalas M.N., *Advanced Concepts of Bearing Technology: Rolling Bearing analysis*, CRC Press, (1989)
- [2] Aguirrebeitia J., Plaza J., Abasolo M., Vallejo J., “Effect of the preload in the general static load-carrying capacity of four-contact-point slewing bearings for wind turbine generators: theoretical model and finite element calculations”, *Wind Energy* **17**, 10 (2013)
- [3] Menck O., Behnke K., Stammler M., Bartschat A., Schleich F., Grassmann M., “Measurements and modeling of friction torque of wind turbine blade bearings”, *Journal of Physics: Conference Series* **2265**, 022087 (2022)
- [4] Heras I., Aguirrebeitia J., Abasolo M., “Friction torque in four contact point slewing bearings: Effect of manufacturing errors and ring stiffness”, *Mechanisms and Machine Theory* **112**, (2017)
- [5] Escanciano I., Heras I., Schleich F., Aguirrebeitia J., “Methodology for the assessment of the friction torque of ball slewing bearings considering preload scatter”, *Friction* **12**, (2024)
- [6] Cao H., Niu L., Xi S., Chen X., “Mechanical model development of rolling bearing-rotor systems: A review”, *Mechanical Systems and Signal Processing* **102**, (2018)
- [7] Zong H., Wang H., Hong R., “Dynamic research on single-row slewing bearing with local spalling of inner ring”, *Advances in Mechanical Engineering* **8**, 2 (2016)
- [8] Yao T., Wang L., Liu X., Huang Y., “Multibody dynamics simulation of thin-walled four-point contact ball bearing with interactions of balls, ring raceways and crown-type cage”, *Multibody System Dynamics* **48**, (2020)
- [9] Houpert L., “An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity—Part I”, *Journal of Tribology* **123**, 3 (2001)
- [10] Zeillinger R. et al., “Experimental Determination of Damping in Rolling Bearing Joints”, *ASME 1994 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition. Volume 5: Manufacturing Materials and Metallurgy; Ceramics; Structures and Dynamics; Controls, Diagnostics and Instrumentation; Education; General*, La Haya, Países Bajos (1994)
- [11] Lankarani H., Nikravesh P., “Continuous Contact Force Models for Impact Analysis in Multibody Systems”, *Nonlinear Dynamics* **5**, (1994)