



Aprendizaje de dinámica de mecanismos basado en Cuadernos Interactivos

Antonio Giménez-Fernández¹, José L. Torres-Moreno¹, Antonio García-Chica¹, José L. Blanco-Claraco¹

¹ ARM, CIESOL, University of Almería, Spain. Email: agimfer@ual.es, jltmoreno@ual.es, agc989@ual.es, jlblanco@ual.es

Este trabajo presenta una metodología para favorecer el aprendizaje de dinámica de mecanismos basado en el uso de cuadernos interactivos. Para ello, se propone la realización de un proyecto que utiliza un modelo virtual de una máquina, en este caso, una grúa, para abordar los conceptos relacionados con la cinemática y cinética de la partícula, de los sistemas de puntos y del sólido rígido tridimensional, así como los métodos de Newton-Euler y de Euler-Lagrange para la resolución de la dinámica de sistemas multicuerpo. Gracias a la posibilidad de conectar los cuadernillos interactivos con un simulador multicuerpo, los estudiantes disponen de un sistema de visualización tridimensional de las simulaciones llevadas a cabo para la resolución de los cálculos relacionados con los problemas propuestos. La principal aportación de este trabajo consiste en la propuesta metodológica basada en cuadernillos interactivos combinada con el aprendizaje basado en proyectos. Además, se presentarán algunos datos relacionados con las experiencias de uso de la metodología propuesta.

1. Introducción

Actualmente la innovación docente busca el desarrollo de nuevas técnicas de enseñanza en las universidades, especialmente en las áreas de ingeniería. El auge de las nuevas tecnologías y de la informática da la posibilidad de plantear nuevos métodos de enseñanza en beneficio del alumnado gracias a herramientas informáticas que le permiten desarrollar a nivel teórico-práctico los conocimientos impartidos en clase.

Este trabajo presenta una metodología para favorecer el aprendizaje de dinámica de mecanismos basado en el uso de cuadernos interactivos [1]. Para ello, se propone la realización de un proyecto que utiliza un modelo virtual de una máquina, en este caso, una grúa, para abordar los conceptos relacionados con la cinemática y cinética de la partícula, de los sistemas de puntos y del sólido rígido tridimensional, así como los métodos de Newton-Euler y de Euler-Lagrange para la resolución de la dinámica de sistemas multicuerpo.

Mediante el uso de los cuadernos interactivos [2], se irán resolviendo problemas de complejidad ascendente, siempre relacionados con la máquina elegida. Si bien esta máquina puede desempeñar un movimiento espacial que implica tres articulaciones de revolución y una prismática, en las fases iniciales se bloquearán algunas de estas articulaciones para adecuar la complejidad de los ejercicios a los contenidos abordados en cada momento. No obstante, el hecho de disponer del modelo virtual completo desde el inicio del proyecto permite disponer de una mejor perspectiva sobre las tareas a abordar además de fomentar el interés y la motivación.

Gracias a la posibilidad de conectar los cuadernillos interactivos con un simulador multicuerpo [3], los estudiantes disponen de un sistema de visualización tridimensional de las simulaciones llevadas a cabo para la resolución de los cálculos relacionados con los problemas propuestos. Además, se utilizarán los resultados arrojados por el simulador como ground-truth, por lo que, gracias a un script encapsulado en los propios cuadernillos, los estudiantes pueden comprobar si las soluciones obtenidas son o no correctas de una manera completamente autónoma.

La principal aportación de este trabajo consiste en la propuesta metodológica basada en cuadernillos interactivos combinada con el aprendizaje basado en proyectos [4]. Además, se presentarán algunos datos relacionados con las experiencias de uso de la metodología propuesta.

2. Métodos

Para la enseñanza a partir de cuadernos interactivos de la asignatura de Dinámica de Máquinas, que se imparte en el Grado de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Almería, donde se exige una actividad la cual consiste en el estudio de la dinámica de una grúa tipo pluma de un camión, ver Figura 1.



Figura 1: Grúa tipo pluma de un camión.

Este tipo de grúa consiste en un sistema con 4 grados de libertad, que incorpora dos cilindros hidráulicos los cuales permiten la elevación de la grúa actuando sobre el segundo y tercer eslabón. La conexión con el tercer eslabón se realiza a través de un mecanismo de 4 barras [5], lo que facilita el plegado de la grúa cuando está en su posición de reposo, además de aprovechar la ventaja mecánica que este tipo de mecanismos ofrecen. Por su parte, el extensible telescópico se compone de tres tramos, lo que también el favorece plegado de la grúa cuando no está en funcionamiento, y, por tanto, su transporte. En este problema presentado al estudiante solo se tiene en cuenta la cadena cinemática de la grúa, que consta de 3 articulaciones de rotación y una de traslación.

Para que los alumnos puedan desarrollar la actividad con mayor facilidad se proponen las siguientes simplificaciones, en primer lugar, con objeto de reducir su complejidad, se ha simplificado el mecanismo prescindiendo de los actuadores cilíndricos (en lugar de la fuerza ejercida por estos, se considerarán pares ideales en las articulaciones) así como del mecanismo de cuatro barras y los dos tramos finales del extensible.

El resultado de estas simplificaciones se muestra en la Figura 2, donde se pueden visualizar, además, los sistemas de referencia asociados a cada eslabón y los parámetros DH.

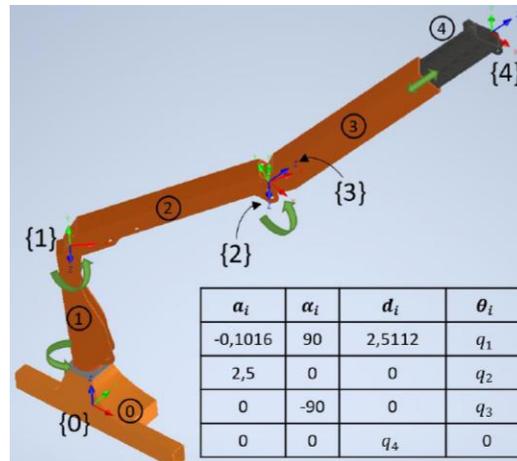


Figura 2: Parámetros DH.

A continuación, se propone una trayectoria de la grúa, definida por los siguientes parámetros articulares:

Tabla 1: Propiedades de los estilos definidos en esta plantilla.

	Aceleración (rad/s²)	Velocidad (rad/s)	Posición inicial
1	0.005t	0.4	90 (deg)
2	0.020	0.1	-5 (deg)
3	0.000	0.0	-90 (deg)
4	0.000	0.4	2.8 (m)

Las masas, posiciones del centro de masas y tensores de inercia se obtienen a partir de los archivos CAD proporcionados, teniendo en cuenta que se considera que cada pieza está compuesta íntegramente de acero de densidad 7,85 g/cm³ y masa uniformemente distribuida [6].

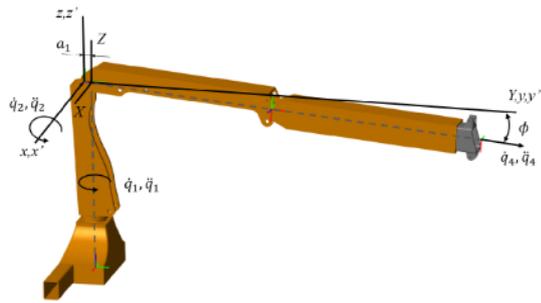
Al estudiante se le proponen las siguientes de actividades que tiene que resolver a partir de los scripts proporcionados. Estos scripts actúan de cuadernos interactivos debido a que indican los pasos a seguir y los cálculos que tienen que desarrollar hasta llegar a la solución como muestra la Figura 3.

2.1. Actividad 1

En la actividad 1 se le pide calcular la velocidad y aceleración del extremo de la grúa (SR4) en el instante inicial de movimiento. De esta forma, el estudiante empieza a familiarizarse con las ecuaciones vectoriales de movimiento relativo de un sistema compuesto por varios sólidos rígidos. Los resultados obtenidos, se compararán con los calculados mediante la herramienta Simscape Multibody [7] (simulando un único paso tiempo), de MATLAB®.

Apartado 1

Este apartado se puede resolver por coordenadas esféricas asumiendo una simplificación, tal y como se muestra en el archivo correspondiente al apartado 2. No obstante, si se desea realizar sin asumir esa simplificación, se pueden seguir este procedimiento basado en velocidades relativas. Para ello, utilizamos un sistema de coordenadas xyz paralelo al sistema fijo XYZ, ubicado en la articulación 2. Este sistema gira con q_1 . A su vez, otro sistema de coordenadas, $x'y'z'$, también situado en la articulación 2, gira con q_2 . En el instante mostrado, los tres sistemas de coordenadas son paralelos.



Para simplificar la notación, en este problema llamaremos 0 al sistema XYZ, 1 al sistema xyz y 2 al sistema $x'y'z'$. Asimismo, llamaremos P al punto al que deseamos calcular su velocidad y aceleración, es decir, al extremo de la grúa.

Para poder realizar estos cálculos hay que definir inicialmente las variables que se corresponden con los datos proporcionados en el enunciado. Si los obtenemos a partir de los datos registrados en la simulación mediante Simscape Multibody, se tiene:

`q1=...`

Velocidades

Para el cálculo de velocidades, se tiene que:

$$v_P = {}_0v_1 + {}_0\omega_1 \times {}_1r_P + {}_1v_P$$

A continuación, se analizan los términos individualmente.

Término 1: Derivada del vector de posición del SR1 respecto del SR0. Se corresponde con la velocidad del sistema de referencia 1 respecto del sistema fijo 0:

$${}_0v_1 = {}_0\omega_1 \times {}_0r_1$$

$$\text{con } {}_0\omega_1 = \dot{q}_1 \hat{k} \text{ y } {}_0r_1 = a_1 \hat{j}:$$

`w_1_0=...`
`r_1_0=...`
`v_1_0=...`

Figura 3: Cuaderno interactivo.

Para la resolución de este apartado el estudiante debe de haber estudiado el movimiento tridimensional de un cuerpo rígido y ayudarse del cuaderno interactivo 1 que se le ha proporcionado para ir siguiendo los pasos de resolución. Estos cuadernos interactivos le proporcionan un guion de resolución con figuras del mecanismo (con los sistemas de referencia incorporados a cada sólido rígido) y texto explicativo de la materia que se necesita conocer para resolver cada apartado del problema. En estos campos, aparecen zonas sombreadas, donde los estudiantes únicamente tienen que introducir los datos que se solicitan.

En este primer apartado se puede resolver por coordenadas esféricas utilizando un sistema de coordenadas xyz paralelo al sistema fijo XYZ [8], ubicado en la articulación 2, ver Figura 4. Este sistema gira con q_1 . A su vez, otro sistema de coordenadas, $x'y'z'$, también situado en la articulación 2, gira con q_2 . En el instante mostrado, los tres sistemas de coordenadas son paralelos.

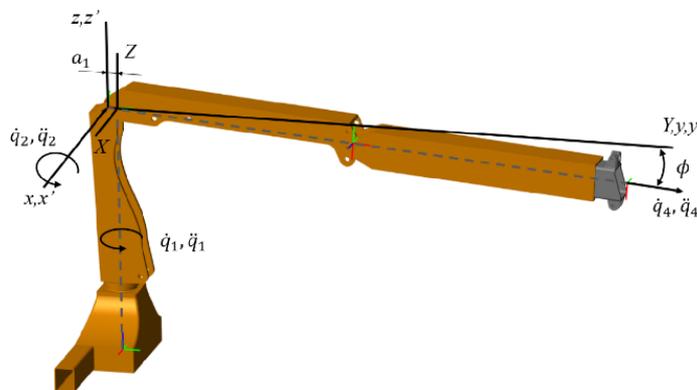


Figura 4: Sistemas de coordenadas.

Para el cálculo de las velocidades [9] de este apartado se tiene que calcular a partir de la siguiente expresión, que aparece en el texto explicativo:

$$v_P = {}_0v_1 + {}_0\omega_1 \times {}_1r_P + {}_1v_P \quad (1)$$

Para la aplicación de esta ecuación el cuaderno interactivo proporcionado al estudiante le indica los pasos para obtener los diferentes términos de la ecuación.

Término 1: Derivada del vector de posición del SR1 respecto del SR0. Se corresponde con la velocidad del sistema de referencia 1 respecto del sistema fijo 0: ${}_0v_1 = {}_0\omega_1 \times {}_0r_1$ con ${}_0\omega_1 = \dot{q}_1 \hat{k}$ y ${}_0r_1 = a_1 \hat{j}$

Término 2: Componente debida al cambio de dirección del vector de posición del punto P medido desde el SR1 cuando este vector es derivado con respecto al SR0 ${}_0\omega_1 \times {}_1r_P$, con ${}_1r_P = {}_2r_P = q_4 \cdot (\cos(q_2) \hat{j} + \sin(q_2) \hat{k})$

Término 3: Componente debida al cambio de magnitud del vector de posición del punto P medido desde el SR1 cuando este vector es derivado con respecto al SR0, más la velocidad de expansión del mástil: ${}_1v_P = {}_1\omega_2 \times {}_1r_P + {}_1\dot{r}_P$

Teniendo en cuenta que ${}_1\omega_2 = \dot{q}_2 \hat{i}$ y ${}_1\dot{r}_P = \dot{q}_4 \cdot (\cos(q_2) \hat{j} + \sin(q_2) \hat{k})$ y en el cálculo de las aceleraciones se obtienen a partir de derivar respecto del tiempo la ecuación de velocidades relativas, obteniéndose la siguiente expresión:

$$a_P = {}_0a_1 + {}_0\dot{\omega}_1 \times {}_1r_P + {}_0\omega_1 \times ({}_0\omega_1 \times {}_1r_P) + 2{}_0\omega_1 \times {}_1v_P + {}_1a_P \quad (2)$$

De igual modo el cuaderno interactivo orienta al estudiante a obtener cada término de este apartado.

2.2. Actividad 2

En la actividad 2 se pide calcular la velocidad y aceleración del extremo de la grúa (SR4) en el instante final de una trayectoria programada previamente. Posteriormente, los valores calculados se comparan con los obtenidos en una simulación completa realizada con Simescape Multibody observando los valores finales en cada uno de los casos.

En este apartado se realiza una simplificación con objeto de poder emplear coordenadas esféricas y de esta forma calcular fácilmente la velocidad y aceleración del punto P en cualquier instante de tiempo. Esta simplificación consiste en considerar despreciable la separación horizontal entre los sistemas de referencia 0 y 1, en comparación con la distancia R [10]. De esta forma, podemos situar el origen de coordenadas esféricas tal y como se muestra en la Figura 5.

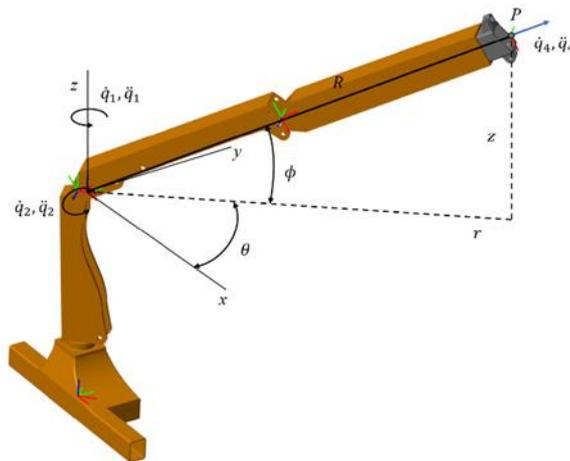


Figura 5: Sistemas de coordenadas esféricas.

Con este planteamiento, se establece una relación directa entre las coordenadas q_1 , q_2 y q_4 y las coordenadas esféricas. Por tanto, se asignan los valores a dichas coordenadas directamente a partir de los datos del enunciado.

El cuaderno interactivo muestra el procedimiento para calcular las velocidades a partir de la expresión:

$$v_P = v_R \hat{e}_R + v_\theta \hat{e}_\theta + v_\phi \hat{e}_\phi \quad (3)$$

Siendo:

$$v_R = \dot{R}$$

$$v_\theta = R \dot{\theta} \cos \phi$$

$$v_\phi = R \dot{\phi}$$

Igualmente se muestran para el cálculo de las aceleraciones a partir de las ecuaciones:

$$a_P = a_R \hat{e}_R + a_\theta \hat{e}_\theta + a_\phi \hat{e}_\phi \quad (4)$$

Siendo:

$$a_R = \ddot{R} - R\dot{\phi}^2 - R\dot{\theta}^2 - R\cos^2 \phi$$

$$a_\theta = \frac{\cos \phi}{R} \frac{d}{dt} (R^2 - \dot{\theta}) - 2R\dot{\theta}\dot{\phi} \sin \phi$$

$$a_\phi = \frac{1}{R} \frac{d}{dt} (R^2 \dot{\phi}) + R\dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi$$

2.3. Actividad 3

En la actividad 3 se pide calcular los pares articulares mediante el método recursivo de Newton-Euler [11] a lo largo de toda la simulación y presentar los resultados en gráficas, incluyendo los resultados obtenidos con Simscape Multibody.

En esta actividad se va a implementar el método de Newton-Euler para construir un bloque de Simulink que nos permita calcular la dinámica inversa, para ello en primer lugar, se identifican los sistemas de referencia y las coordenadas que modelan el mecanismo como muestra la Figura 6.

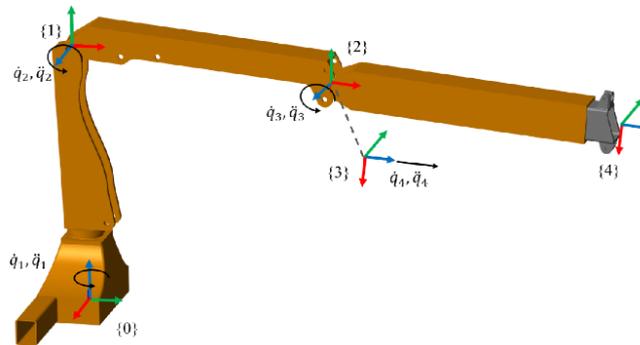


Figura 6: Sistemas de referencia.

El cuaderno interactivo sigue el siguiente procedimiento para el cálculo de este ejercicio. Primero se procede a la asignación de variables a los eslabones. Se puede trabajar con variables numéricas y generar una función que dependa de las variables cinemáticas articulares, o con variables simbólicas. Si se opta por esta última opción, lo primero sería declarar las variables:

- Parámetros dimensionales.
- Vectores de posición de los SR.
- Parámetros inerciales.
- Masas.
- Ubicación de los centros de gravedad respecto al sistema local.
- Tensores de inercia.
- Vector de aceleración gravitatoria.

En segundo lugar, se establecen las condiciones iniciales de velocidades y aceleraciones de la base del mecanismo y se hace una evaluación numérica de las fuerzas y pares en el efector final.

En tercer lugar, se obtienen las matrices de rotación R_{01} , R_{12} , R_{23} y R_{34} en función de los parámetros DH, como se indica en la Figura 7.

Finalmente, se obtiene la velocidad angular del sistema a . Si el eslabón i está articulado por un par de rotación con el $i-1$ llegando a la expresión:

$${}^i_0\omega_i = {}_i R_{i-1} \cdot ({}^{i-1}_0\omega_{i-1} + z_0\dot{q}_i) \quad (5)$$

```
A_1_0 = [cos(th1) -cos(af1)*sin(th1) sin(af1)*sin(th1) a1*cos(th1);
sin(th1) cos(af1)*cos(th1) -sin(af1)*cos(th1) a1*sin(th1);
0 sin(af1) cos(af1) d1;
0 0 0 1];
A_2_1 = [cos(th2) -cos(af2)*sin(th2) sin(af2)*sin(th2) a2*cos(th2);
sin(th2) cos(af2)*cos(th2) -sin(af2)*cos(th2) a2*sin(th2);
0 sin(af2) cos(af2) d2;
0 0 0 1];
A_3_2 = [cos(th3) -cos(af3)*sin(th3) sin(af3)*sin(th3) a3*cos(th3);
sin(th3) cos(af3)*cos(th3) -sin(af3)*cos(th3) a3*sin(th3);
0 sin(af3) cos(af3) d3;
0 0 0 1];
A_4_3 = [cos(theta) -cos(af4)*sin(theta) sin(af4)*sin(theta) a4*cos(theta);
sin(theta) cos(af4)*cos(theta) -sin(af4)*cos(theta) a4*sin(theta);
0 sin(af4) cos(af4) d4;
0 0 0 1];
R_1_0=A_1_0(1:3,1:3);
R_2_1=A_2_1(1:3,1:3);
R_3_2=A_3_2(1:3,1:3);
R_4_3=A_4_3(1:3,1:3);
R_5_4=eye(3);
```

Figura 7: Matrices de rotación.

Si el eslabón i está articulado por un par prismático con el $i-1$ según la expresión:

$${}^i_0\omega_i = {}_i R_{i-1} \cdot {}^{i-1}_0\omega_{i-1} \quad (6)$$

Quinto se obtiene la aceleración angular del sistema $\{S_i\}$. Si el eslabón i está articulado por un par de rotación con el $i-1$:

$${}^i_0\dot{\omega}_i = {}_i R_{i-1} \cdot ({}^{i-1}_0\dot{\omega}_{i-1} + (z_0\ddot{q}_i + {}^{i-1}_0\omega_{i-1} \times z_0\dot{q}_i)) \quad (7)$$

Si el eslabón i está articulado por un par prismático con el $i-1$:

$${}^i_0\dot{\omega}_i = {}_i R_{i-1} \cdot {}^{i-1}_0\dot{\omega}_{i-1} \quad (8)$$

Sexto se obtiene la aceleración lineal del sistema $\{S_i\}$. Si el eslabón i está articulado por un par de rotación con el $i-1$:

$${}^i_0\dot{v}_i = {}^i_0\dot{\omega}_i \times {}_{i-1}^i p_i + {}^i_0\omega_i \times ({}^i_0\omega_i \times {}_{i-1}^i p_i) + {}_i R_{i-1} \cdot {}^{i-1}_0\dot{v}_{i-1} \quad (9)$$

Si el eslabón i está articulado por un par prismático con el $i-1$:

$${}^i_0\dot{v}_i = {}_i R_{i-1} \cdot (z_0\ddot{q}_i + {}^{i-1}_0\dot{v}_{i-1}) + {}^i_0\dot{\omega}_i \times {}_{i-1}^i p_i + {}^i_0\omega_i \times ({}^i_0\omega_i \times {}_{i-1}^i p_i) + 2{}^i_0\omega_i \times {}_i R_{i-1} \cdot z_0 \dot{q}_i \quad (10)$$

Séptimo se obtiene la aceleración lineal del centro de gravedad del sólido i :

$${}^i_0\dot{v}_{ci} = {}^i_0\dot{\omega}_i \times {}^i p_{ci} + {}^i_0\omega_i \times ({}^i_0\omega_i \times {}^i p_{ci}) + {}^i_0\dot{v}_i \quad (11)$$

Octavo se transforma la aceleración de la gravedad a partir del sólido $i-1$ al SR del eslabón i :

$${}^i g = {}_i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} g \quad (12)$$

Noveno se obtiene la fuerza ejercida sobre el sólido i a partir de la expresión:

$${}^i F_{i,i-1} = {}_i R_{i+1} \cdot {}^{i+1} F_{i+1,i} + m_i \cdot {}^i_0\dot{v}_{ci} - m_i \cdot {}^i g \quad (13)$$

Decimo se obtiene el par ejercido sobre el sólido i a partir de la expresión:

$${}^i M_{i,i-1} = {}_i R_{i+1} \cdot ({}^{i+1} M_{i+1,i} + ({}_{i+1} R_i \cdot {}_{i-1} p_i) \times {}^{i+1} F_{i+1,i}) + ({}_{i-1} p_i + {}_i p_{ci}) \times m_i \cdot {}_0 \dot{v}_i + I_{ci} \cdot {}_0 \dot{\omega}_i + {}_0 \dot{\omega}_i \times (I_{ci} \cdot {}_0 \dot{\omega}_i) - ({}_{i-1} p_i + {}_i p_i) \times (m_i \cdot {}_i g) \quad (14)$$

Undécimo se obtiene la fuerza o el par ejercido por la articulación i a partir de las expresiones:

- Si es en revolución:

$$\tau_i = {}^i M_{i,i-1}^T \cdot {}_i R_{i-1} \cdot z_0 \quad (15)$$

- Si es en revolución:

$$\tau_i = {}^i M_{i,i-1}^T \cdot {}_i R_{i-1} \cdot z_0 \quad (16)$$

En la Figura 8 se puede apreciar el código, realizado por el equipo docente, que se proporciona al estudiante. En el mismo se introducen todos los comentarios necesarios para que se pueda entender mejor la forma de escribir las ecuaciones estudiadas en la asignatura en un lenguaje de programación, y las diferentes formas que tienen estas herramientas para resolver dichas ecuaciones: por medio de métodos diferenciales numéricos, o de forma simbólica.

2.4. Actividad 4

En la actividad 4 se calculan los pares articulares mediante el método recursivo de Euler-Lagrange [12-13] a lo largo de toda la simulación y se le pide presentar los resultados en gráficas, incluyendo los resultados obtenidos con Simscape Multibody de MATLAB®. El estudiante ha estudiado previamente en las sesiones teóricas las ecuaciones fundamentales de Euler-Lagrange. Ha aprendido a calcular los parámetros necesarios para calcular la energía mecánica de un sistema multicuerpo, y las fuerzas generalizadas que se quieren calcular en el sistema que se presenta en el trabajo. Además, en otra sesión práctica, se presentan los comandos principales para resolver las ecuaciones de movimiento mediante el método simbólico. Esta práctica previa se realiza con mecanismos planos sencillos de manivela-biela-corredera para que el estudiante se familiarice con este método.

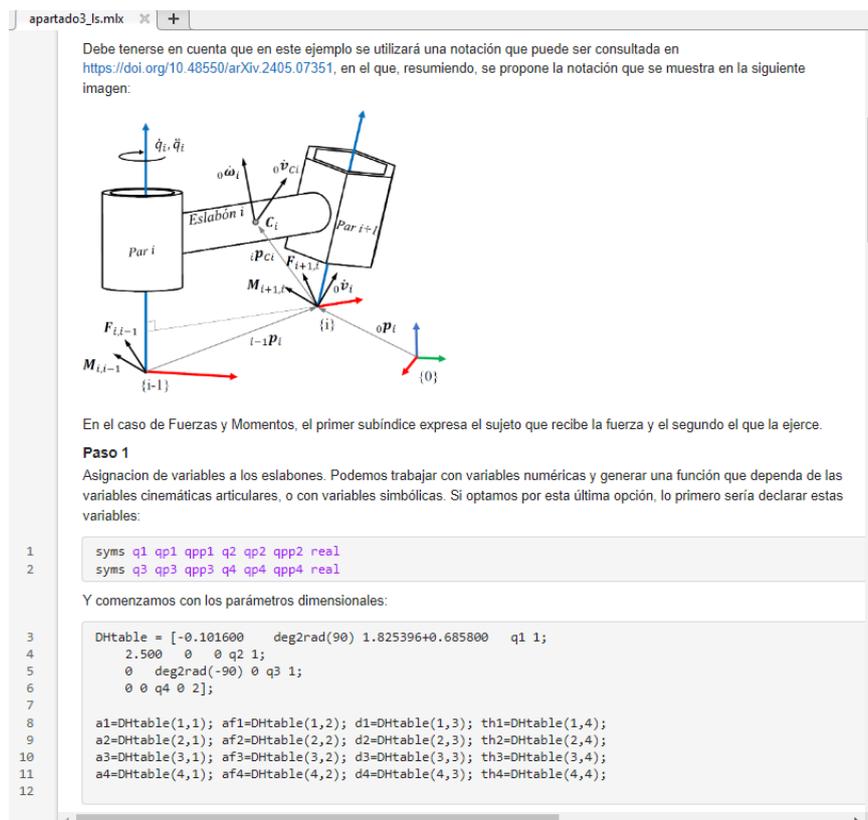


Figura 8: Apariencia del código en Matlab.

Finalmente, la Figura 9 presenta los resultados obtenidos en el cálculo de cada de una de las articulaciones de la grúa, por los diferentes métodos estudiados, y se les pide que razonen las diferencias encontradas entre cada uno de ellos.

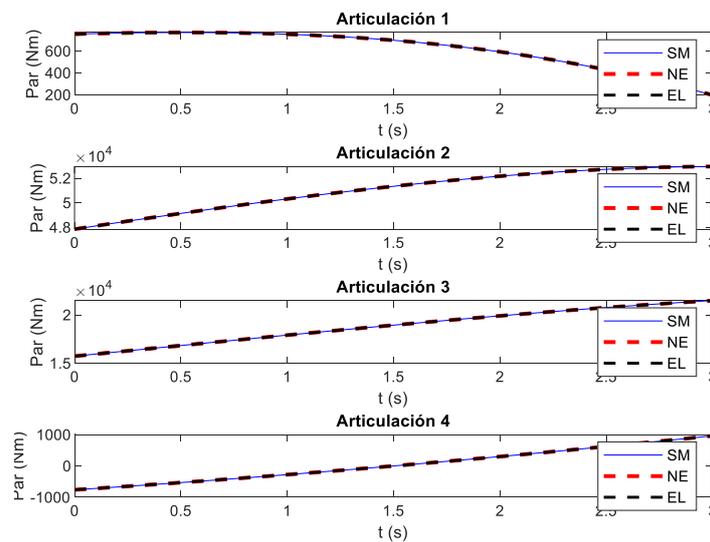


Figura 9: . Resultados obtenidos en la simulación en los tres métodos distintos.

También se les solicita que expliquen el porqué de los pares que aumentan y los que disminuyen, para que aprendan a relaciones los valores obtenidos con las posiciones articulares distintas que tienen cada una de las articulaciones en cada una de las posiciones por las que pasa la grúa. Se puede apreciar fácilmente como la articulación 1 baja en par, conforme baja su valor, y como las tres restantes aumentan, al extender el brazo telescópico de la grúa.

3. Resultados

Este trabajo se lleva solicitando a los estudiantes del Grado en Ingeniería Mecánica desde hace tres cursos. La experiencia adquirida hasta ahora muestra que la curva de aprendizaje es lenta, y en principio no se ve la importancia de la ayuda que permite el uso de herramientas informáticas y programas de diseño en 3D.

Una vez que va avanzando el curso, y se avanza en el desarrollo de las primeras prácticas se comprende la importancia del uso de las herramientas utilizadas y la facilidad con la que se puede resolver problemas de una complejidad media.

Respecto a los resultados de evaluación, los estudiantes que aprueban el trabajo no tienen dificultad para aprobar también las pruebas finales escritas que se realizan al final del curso.

4. Conclusiones

Las prácticas realizadas en la asignatura y la propuesta de este trabajo a los estudiantes consiguen obtener varios objetivos fundamentales: que aprendan la importancia de los conceptos relacionados con la cinemática y cinética de la partícula, de los sistemas de puntos y del sólido rígido tridimensional, así como los métodos de Newton-Euler y de Euler-Lagrange para la resolución de la dinámica de sistemas multicuerpo. Por otro lado, que vean la importancia del uso de las herramientas informáticas para poder resolver problemas que se vuelven complejos, cuando aumenta el número de sólidos rígidos y articulaciones de un sistema mecánico en movimiento.

Como trabajos futuros se proponen la ampliación de las características de los proyectos propuestos, introduciendo nuevos grados de libertad, de manera que se combinen cadenas cinemáticas abiertas y cerradas, así como el modelado de los actuadores lineales y cilindros hidráulicos.

5. Agradecimientos

Este trabajo fue financiado en parte por el Proyecto de Innovación Docente 24_25_1_32C del Vicerrectorado de Grados e Innovación Docente de la Universidad de Almería.

6. Referencias

- [1] Cardoso, A., Lietão, J., Teixeira, C.: Using the Jupyter Notebook as a Tool to Support the Teaching and Learning Process-es in Engineering Courses. In: International Conference on Interactive Collaborative Learning. Springer, Kos Island, Greece (2018).
- [2] Hertel, J. D., Cunningham, C. M., & Kelly, G. J. (2017). The roles of engineering notebooks in shaping elementary engineering student discourse and practice. *International Journal of Science Education*, 39(9). <https://doi.org/10.1080/09500693.2017.1317864>
- [3] Simscape Multibody Homepage, <https://es.mathworks.com/products/simscape-multibody.html>, último acceso 2024/03/19.
- [4] Uziak, J. (2016). A project-based learning approach in an engineering curriculum. *Global Journal of Engineering Education*, 18(2).
- [5] Torres-Moreno, J. L., Cruz, N. C., Álvarez, J. D., Redondo, J. L., & Giménez-Fernandez, A. (2022). An open-source tool for path synthesis of four-bar mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 169. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104604>
- [6] Rothbart, H. A., & Klipp, D. L. (2004). Cam Design Handbook. *Journal of Mechanical Design*, 126(2). <https://doi.org/10.1115/1.1723466>
- [7] Torres-Moreno Jose Luis and Blanco-Claraco, J. L. and G.-F. A. (2023). General-Purpose Software Tools in Teaching MMS. In C. and P. M. J. I. G. P. J. C. and Castejon (Ed.), *Trends in Educational Activity in the Field of Mechanism and Machine Theory (2018–2022)* (pp. 201–211). Springer Nature Switzerland.
- [8] Beer, F., Cornwell, P., & E. Russell Johnston Jr. (2015). *Vector Mechanics for Engineers: Dynamics*. In McGraw-Hill Interamericana.
- [9] Avello-Iturriagoitia, A. (2014). *Teoría de máquinas*.
- [10] Torres, C. G. (2016). *Análisis y síntesis de mecanismos con aplicaciones*. Grupo Editorial Patria.
- [11] Barman, S., & Xiang, Y. (2020). RECURSIVE Newton-EULER DYNAMICS and SENSITIVITY ANALYSIS for ROBOT MANIPULATOR with REVOLUTE JOINTS. *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference*, 2. <https://doi.org/10.1115/DETC2020-22646>
- [12] Tapia, R. (1969). An application of a Newton-like method to the Euler-Lagrange equation. *Pacific Journal of Mathematics*, 29(1), 235-246.
- [13] Featherstone, R., & Featherstone, R. (1987). Inverse dynamics—the recursive newton-euler method. *Robot Dynamics Algorithms*, 65-77.
- [14] García de Jalón J., Callejo A., A straight methodology to include multibody dynamics in graduate and undergraduate subjects, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46, 2, 2011, Pages 168-182, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.09.008>