XXV CONGRESO NACIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA
Santander, 10-13 junio 2025

Determinación de la propagación de fisuras en función de la frecuencia de resonancia. Ley de Paris modificada

I.A. Carrascal, J.A. Sainz-Aja, I. Sosa, D. Ferreño, J.A. Casado, S. Diego

LADICIM, Universidad de Cantabria. isidro.carrascal@unican.es, jose.sainz-aja@unican.es, israel.sosa@unican.es, diego.ferreno@unican.es, jose.casado@unican.es, soraya.diego@unican.es

El presente estudio se centra en el análisis de la propagación de fisuras en materiales metálicos sometidos a ensayos de fatiga por resonancia magnética. Este tipo de ensayos resulta una alternativa eficiente frente a los ensayos de fatiga en máquinas servohidráulicas, ya que permiten alcanzar frecuencias de ensayo más altas con un consumo energético significativamente menor, pero con la desventaja de no mantener una frecuencia constante a lo largo del ensayo.

En el estudio se utilizan barras de acero de 16 mm de diámetro siguiendo las disposiciones establecidas en la BS 4449. El objetivo es analizar la evolución de la frecuencia de resonancia durante los ensayos de fatiga y su relación con el crecimiento de las fisuras. Se observa en las secciones de rotura que la fisura se origina en la base de las corrugas que actúan de concentradores de tensión, y su geometría se aproxima a una circunferencia con centro en el origen de la fisura.

El análisis demuestra la existencia de dos etapas en el comportamiento de la frecuencia de resonancia: una primera etapa de endurecimiento cíclico donde la frecuencia crece levemente, seguida de una caída acelerada asociada a la propagación de la fisura. Este cambio permite identificar el ciclo en el que la fisura comienza a propagar como aquel punto de inflexión en la evolución de la frecuencia de resonancia del ensayo.

Finalmente, se establece una relación entre el tamaño de la fisura y la variación de la frecuencia de resonancia, lo que permite ajustar una "ley de Paris" modificada, que describe la velocidad de crecimiento de la fisura en función de la frecuencia de resonancia, aportando un enfoque novedoso para la monitorización del daño en tiempo real.

1. Introducción

El estudio de la fatiga de materiales es un campo de gran importancia en la ingeniería, dado que el fallo estructural inducido por cargas cíclicas puede comprometer la seguridad y eficiencia de componentes críticos en diversas aplicaciones industriales. Tradicionalmente, las máquinas servohidráulicas han sido la tecnología predominante para la caracterización de la fatiga, pero en los últimos años, las máquinas de fatiga por resonancia magnética, conocidas como vibróforos, han emergido como una alternativa altamente eficiente y rentable para la realización de ensayos dinámicos sobre materiales y componentes.

Los vibróforos presentan varias ventajas significativas frente a los sistemas servohidráulicos. En primer lugar, permiten realizar ensayos a frecuencias considerablemente más altas, lo que reduce drásticamente los tiempos de ensayo y por tanto el coste de los mismos. Además de la ventaja en la velocidad de ensayo, los vibróforos presentan un consumo energético significativamente menor, situándose entre el 1% y el 2% del consumo de los sistemas servohidráulicos y requieren un mantenimiento mecánico mínimo. Debido a estas características, su uso se ha extendido a una amplia variedad de materiales, como hormigones [1-3], metales y sus aleaciones [4-5], y materiales compuestos [6]. Numerosos estudios han comparado los resultados obtenidos mediante esta tecnología empleando frecuencias elevadas con los resultados obtenidos por medio de máquinas servohidráulicas a frecuencias inferiores [1,7-9].

Poniendo como ejemplo los ensayos de fatiga normalizados para el acero de armar y pretensar hormigón, las barras corrugadas para hormigón tienen una limitación normativa de 200 Hz [10], sin embargo, en el caso del acero de pretensado para hormigón, los alambres pueden ensayarse a frecuencias de hasta 120 Hz, mientras que los cordones están limitados a 20 Hz [11]. Las frecuencias a las que un vibróforo puede trabajar pueden alcanzar los 300 Hz, en función de las características de la muestra, mientras que una máquina universal de ensayo servohidráulica tiene una frecuencia de funcionamiento estándar entorno a los 20 Hz. Por tanto, en el caso de barras corrugadas, aprovechando el rango permitido, se puede reducir hasta diez veces el tiempo de ensayo y hasta seis en el caso de alambre de pretensado. En el caso de cordones de pretensado no podría utilizarse el vibróforo y queda como único método viable el uso de máquinas servohidráulicas.

Sin embargo, una de las principales limitaciones de los vibróforos es la imposibilidad de fijar y mantener una frecuencia constante durante los ensayos de fatiga. Esta variación en la frecuencia puede representar un inconveniente en ciertos estudios, pero también puede convertirse en una herramienta útil para el análisis en tiempo real de la evolución del daño en los materiales. En este trabajo, se propone aprovechar esta característica para estudiar la evolución de las fisuras generadas durante el proceso de fatiga como una función de la variación de la frecuencia de resonancia del sistema.

Para llevar a cabo este estudio, se utilizará como material de ensayo una barra corrugada de armar hormigón y como equipo de ensayo un vibróforo en el que se puede monitorizar en tiempo real la evolución de la frecuencia de vibración y permita analizar la relación entre la disminución de la frecuencia de resonancia y el crecimiento de la fisura en el material ensayado. Se espera que los resultados obtenidos contribuyan a una mejor comprensión del comportamiento de los materiales sometidos a cargas cíclicas y permitan optimizar las metodologías de ensayos de fatiga mediante vibróforos.

Por tanto, se estable como objetivo de esta investigación analizar la evolución del crecimiento de fisuras en barras corrugadas sometidas a fatiga, estableciendo una correlación entre la velocidad a la que crecen las fisuras y la variación de la frecuencia de resonancia aplicada por el equipo. Para lograrlo, se abordan los siguientes aspectos clave:

- Estudio de la geometría de la fisura. Se analizará cómo la fisura se desarrolla en la sección de rotura, correlacionando su tamaño y la reducción de la sección resistente y determinando su tamaño crítico.
- Análisis de la variación de la frecuencia de resonancia. Se diferencian claramente dos etapas, una primera fase con frecuencia creciente debido al endurecimiento cíclico del material y una segunda en la que la frecuencia disminuye aceleradamente por la propagación de la fisura. Se definirá el punto de inflexión en la curva de frecuencia de resonancia.
- Desarrollo de un modelo analítico o Ley de Paris modificada. Se define una relación empírica que describe la velocidad de crecimiento de la fisura en función del cambio en la frecuencia de resonancia, permitiendo predecir el comportamiento del material bajo fatiga.

En resumen, esta investigación busca establecer un modelo predictivo que permita estimar el crecimiento de fisuras en función de la variación de la frecuencia de resonancia, proporcionando una herramienta útil para evaluar la vida útil de componentes sometidos a fatiga.

2. Material y Metodología de Ensayo

Para este trabajo se han seleccionado barras de acero para el armado del hormigón de 16 mm de diámetro y calidad B-500-SD [12]. La longitud libre de las probetas se mantuvo constante en todos los ensayos realizados (L_0 = 500 mm).

Para los ensayos de fatiga se han seguido las disposiciones establecidas en la norma BS 4449:2005+A3:2016 [13]. A modo de resumen, los datos empleados en los ensayos son:

- Rango de tensiones ($\Delta\sigma$): 200 MPa.
- Relación de tensiones ($\sigma_{min}/\sigma_{max}$): 0,2.
- Requisito: 5 probetas deben superar $5 \cdot 10^6$ ciclos.

A partir de estos datos se obtienen los siguientes parámetros de ensayo:

- Sección nominal: 201 mm^2.
- σ_{max} = 250 MPa $\rightarrow$ F_{max} = 50,3 kN
- σ_{min} = 50 MPa $\rightarrow$ F_{min} = 10,1 kN
- F_{med} = 30,2 kN
- F_a = 20,1 kN

En este punto puede ser interesante analizar el funcionamiento teórico de la máquina de fatiga por resonancia o vibróforo empleado. La máquina de ensayo está constituida, básicamente, por un servo motor encargado de introducir la carga estática del nivel medio de la fatiga y un sistema oscilante accionado magnéticamente por un electroimán encargado de generar la carga dinámica de fatiga. En la Figura 1 se puede observar un esquema de una máquina de resonancia tipo.

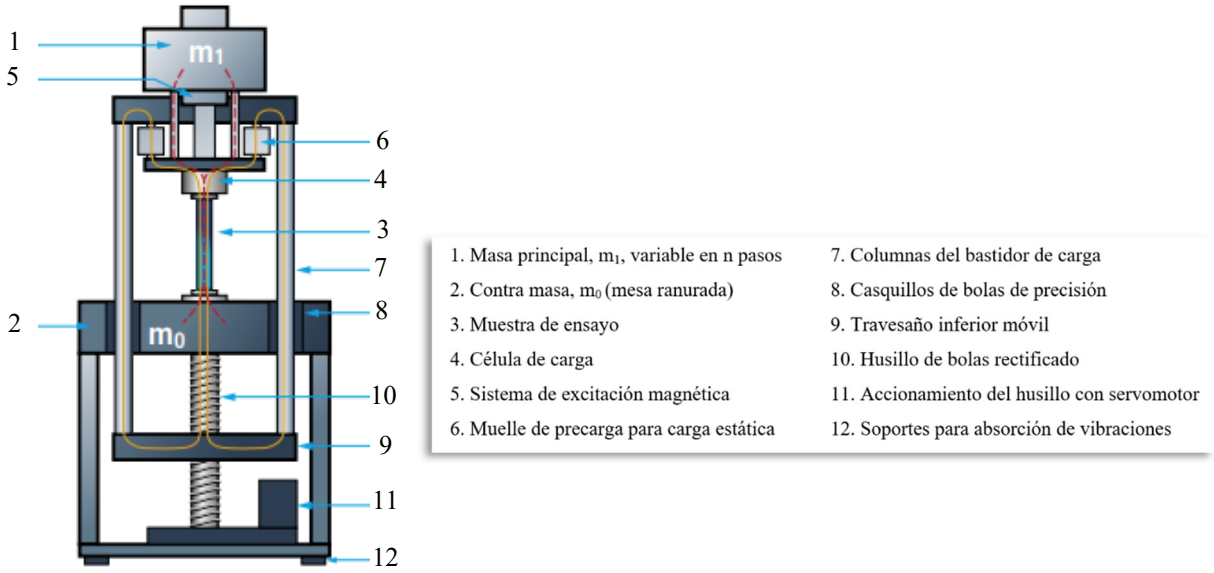

Figura 1: Esquema de la máquina de fatiga por resonancia magnética

La máquina de resonancia funciona como un oscilador forzado externamente donde una gran masa que se encuentra al final de un resorte está sometida a una fuerza externa dependiente del tiempo (Figura 2). La probeta funciona como un resorte cuando está fijada en la máquina de ensayos y es oscilada por la masa de excitación a través del accionamiento resonante. La mayor amplificación de la fuerza se produce cuando la amplitud de oscilación coincide con la frecuencia natural de la probeta utilizada. Un controlador proporciona un circuito de retroalimentación basado en la fuerza (o tensión) media, la frecuencia y el desplazamiento, y ajusta la fuerza ejercida por el accionamiento resonante a la frecuencia natural del sistema de ensayos [14].

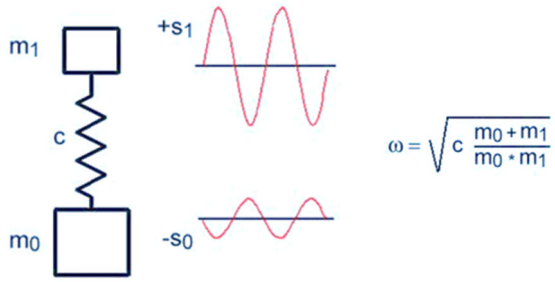

Figura 2: Principio básico. Sistema de dos masas [14]

Donde m_1 es la masa variable en el accionamiento resonante, m_0 es la contra masa (constituida por el bastidor de carga y base de la máquina), c es la elasticidad del sistema incluyendo la rigidez de la probeta y $\omega = 2\,\pi\,f$ (siendo f la frecuencia de ensayo).

Las máquinas de ensayo por resonancia operan a plena resonancia, es decir el punto de operación está situado en la cresta de la curva de resonancia (Figura 3), por lo que se consigue una amplificación muy alta de la fuerza de excitación aplicada. Un electroimán excitado y controlado convenientemente suministra la energía suficiente al sistema oscilante para que se alcance y mantenga la amplitud de oscilación deseada.

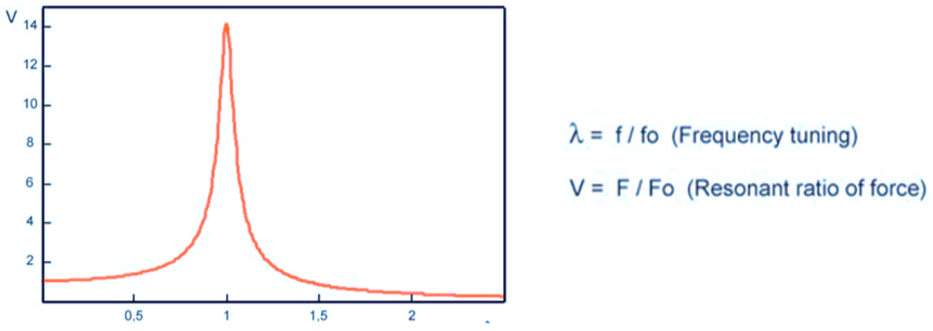

Figura 3: Resonancia [14]

Cuando una probeta longitudinal se somete a una vibración en tracción la frecuencia de resonancia, f_R, se puede determinar como:

$$f_R = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1}$$

Donde k es la rigidez del sistema y m la masa dinámica.

La rigidez de una probeta sometida a tracción, k, se puede obtener a partir de la ley de Hooke como la relación entre la fuerza aplicada, F, y la variación de longitud experimentada por la probeta, ΔL:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \rightarrow \quad \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0} \quad \rightarrow \quad F = k \cdot \Delta L \tag{2}$$

donde k es la rigidez y se puede determinar a partir de la expresión:

$$k = \frac{E \cdot A}{L_0} \tag{3}$$

siendo, E es el módulo de elasticidad del material, L_0 es la longitud inicial libre de la probeta y A el área neta, y por tanto:

$$f_R = \sqrt{\frac{E \cdot A}{L_0 \cdot m}} \tag{4}$$

Y, teniendo en cuenta que en este estudio, siempre se utilizará el mismo tipo de probeta: mismo material (E) y misma tamaño de probeta (L_0), y que en la máquina no se alterará la distribución de masas dinámicas (m):

$$f_R = c\sqrt{\mathrm{A}} \tag{5}$$

Donde c es una constante que dependerá del material, de la geometría de la muestra y de la configuración de equipo empleado. Y, por tanto, la variación de la frecuencia de resonancia de la probeta en tracción depende únicamente de la variación de la raíz cuadrada de la sección neta de la probeta, A_N.

Para la realización de los ensayos de fatiga se empleó un vibróforo (máquina de fatiga a alta frecuencia por resonancia magnética) de 400 kN de capacidad, marca Zwick, modelo Amsler 400 HFP 5100, equipada con electrónica TestXpert (Figura 4).

Figura 4: Equipo empleado

El ensayo consistirá en someter una muestra de barra corrugada a la variación de tensión y número de ciclos establecidos en la norma BS 4449:2005+A3:2016 [13] por medio de una máquina de fatiga a alta frecuencia por resonancia magnética y analizar la evolución sufrida por la frecuencia de resonancia del sistema. Si el ensayo finaliza prematuramente se realiza una medida de la superficie de fractura para conocer el valor de la sección neta resistente en los últimos ciclos de carga. Se realizarán ensayos hasta conseguir un total de 10 ensayos con rotura prematura.

3. Resultados y Análisis

La primera operación será analizar la geometría de la fisura sobre la sección de rotura e intentar correlacionarla la evolución de la sección neta resistente de la barra en función del crecimiento de fisura.

Al inspeccionar visualmente las superficies de fractura usando pequeñas magnificaciones, no se detectan defectos que puedan actuar como iniciador, sino que las roturas se originan en los concentradores de tensiones asociados con las uniones corruga-fuste. En todos los casos se comprueba que la geometría del fondo de fisura se aproxima más a una circunferencia que a una elipse.

En la Figura 5 se pueden observar las secciones de rotura de una de las barras ensayadas donde se indica la zona de iniciación de la fisura (amarillo), así como la geometría del frente de la fisura crítica (azul), aproximada a una circunferencia con centro en el punto de inicio de la fisura. El tamaño de fisura crítico medido en todos los casos está en torno a los 9 mm.

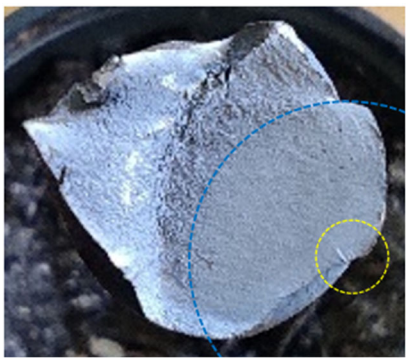

Figura 5: Aspecto de la superficie de rotura de una de las barras ensayadas.

En la Figura 6 se muestra la evolución del área fisurada en función del tamaño de la fisura suponiendo un crecimiento del frente de fisura aproximado a una circunferencia en todo momento. En la misma figura se muestra la comparativa si se hubiera supuesto un crecimiento del perfil de fisura según una elipse de relación 1/1,5. Se comprueba que la máxima diferencia se encuentra para valores de fisura cercanos al crítico y la diferencia está en valores cercanos al 10 %.

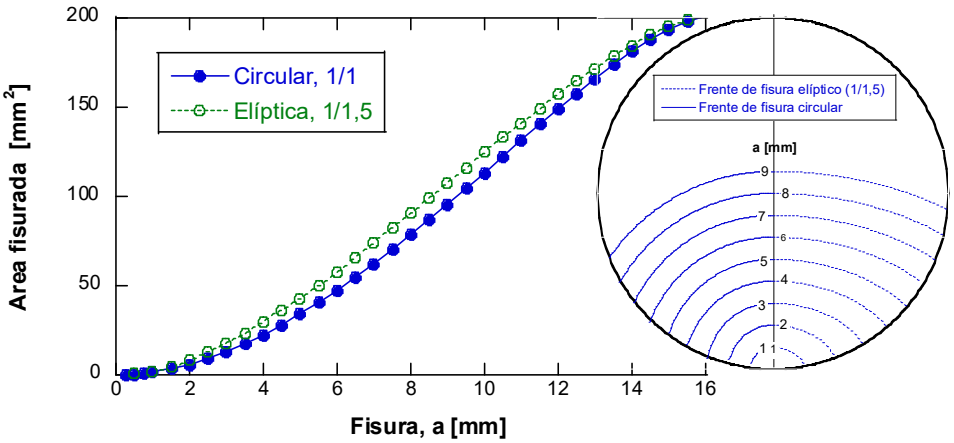

Figura 6: Evolución del área fisurada en función del avance del tamaño de fisura

Suponiendo que la fisura mantiene la misma relación de aspecto desde su origen hasta la rotura del componente (circunferencial), tal como indica la Figuras 6, se puede buscar una correlación entre el tamaña de fisura, hasta valores próximos a los críticos, con la evolución del área fisurada. En la Figura 7 y la Expresión (6) se obtiene una relación potencial entre el tamaño de fisura y el área fisurada.

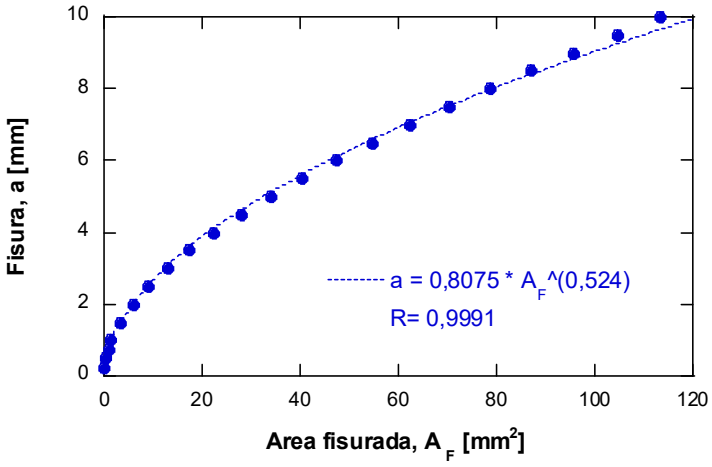

Figura 7: Relación entre el tamaño de fisura y el área fisurado de la barra.

$$a = 0.8075 \cdot A_F^{0,524} \tag{6}$$

El siguiente paso será analizar la evolución de la frecuencia de resonancia de la máquina durante el ensayo con el objeto de poder relacionarla con el avance de fisura a través del área remanente de la sección resistente.

En la Figura 8 se muestra el aspecto típico de la curva obtenida durante un ensayo de fatiga de una barra corrugada en la que se representa la frecuencia de resonancia frente al número de ciclos para una de las probetas analizadas. Se puede comprobar que existen dos etapas, en un primer tramo la frecuencia es ligeramente creciente y, en una segunda etapa, a partir del valor máximo de la frecuencia de resonancia, f_{Rmax}, ésta se precipita de forma acelerada hasta el fallo del componente.

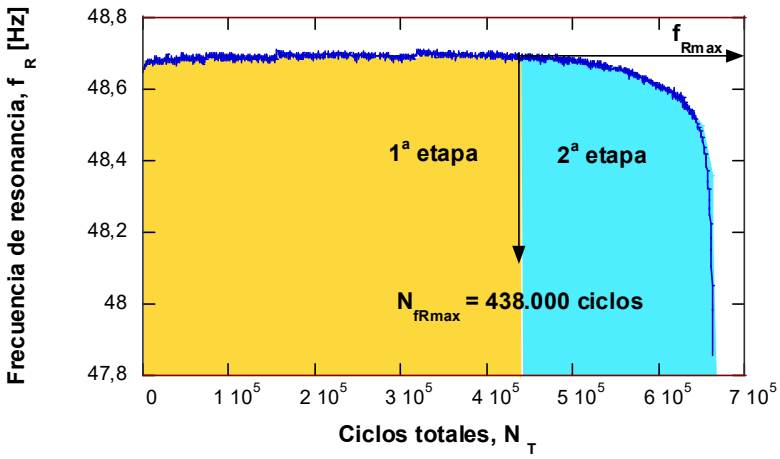

Figura 8: Evolución de la frecuencia de resonancia frente al número de ciclos totales

La primera etapa con frecuencia creciente se corresponde con un endurecimiento cíclico del material, mientras que, la segunda etapa corresponde a la propagación de la fisura, es decir a la disminución de la sección neta resistente y por tanto perdida de frecuencias de resonancia [15-16]. El punto de inflexión de la curva se correspondería con el instante de inicio de propagación de la fisura. La selección de este punto de inflexión es complicado ya que la curva, como se puede apreciar en la Figura 8, presenta una meseta que puede desvirtuar la selección de este punto máximo de frecuencia. Para definir el punto de inflexión, teniendo en cuenta que la evolución de frecuencia presenta un cierto ruido, se ha definido como criterio seleccionar aquel ciclo a partir del cual todos los valores de frecuencia se encuentran por debajo del máximo absoluto menos el ruido en la señal de frecuencia (0,02 Hz, aproximadamente).

Se ha realizado un análisis de 10 barras ensayadas con rotura prematura en el ensayo de fatiga empleando el criterio definido anteriormente. En la Figura 9 se muestran, tanto la evolución de los ciclos totales soportados, N_T, como los de iniciación, N_{ini} (primera etapa) y los de propagación, N_{pro} (segunda etapa). Si se define el coeficiente de variación, C_V, de un conjunto de datos de una variable como la relación entre su desviación estándar y su media aritmética, ($C_V = 100 \cdot S_D/\bar{N}$), se puede observar que el coeficiente de variación para la propagación es de un 16 %, mientras que para los ciclos de iniciación sube hasta el 22,4 %. Atendiendo a estos valores, se comprueba que existe una mayor dispersión en esta primera etapa del proceso de fatiga en la que debe aparecer la fisura que en la segunda, que se corresponde con el avance de la misma hasta alcanzar el tamaño crítico y por tanto será esta primera etapa la que marque la diferencia en la duración total del ensayo.

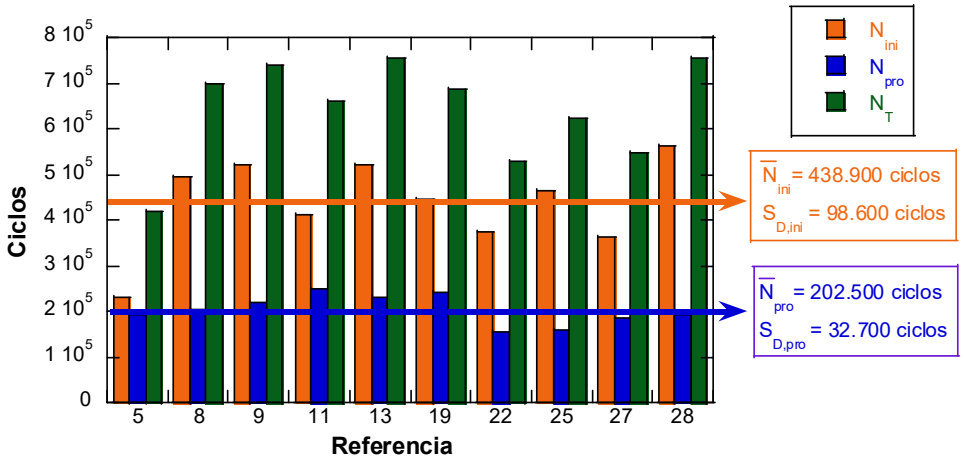

Figura 9: Comparativa de los ciclos de rotura, iniciación y propagación de 10 ensayos

Por tanto, para hacer el seguimiento de la fisura habrá que centrarse en la segunda de las etapas, Figura 10. En dicha figura se representan la variación de la frecuencia de resonancia, $\Delta f_{Ri} = f_{Rmax}-f_{Ri}$, frente al número de ciclos de la segunda etapa, iniciando el contador de ciclos en el punto de inflexión.

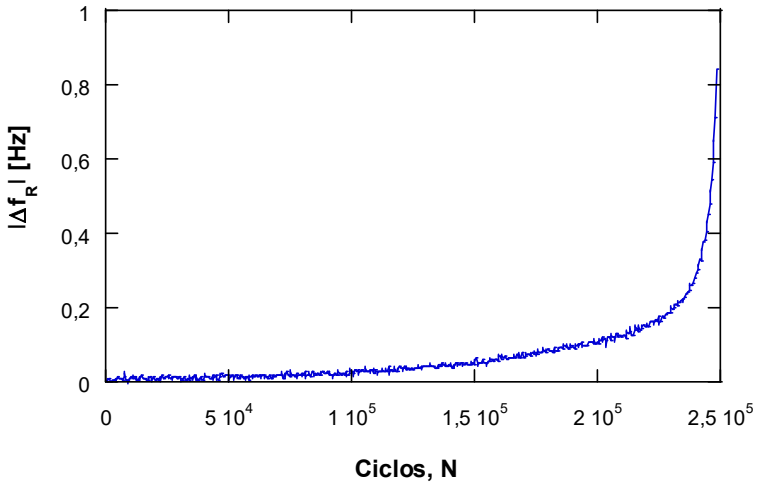

Figura 10: Evolución de la variación de frecuencia de resonancia frente al número de ciclos durante la etapa de propagación

Como se pudo ver en la Expresión (5), la frecuencia de resonancia se relaciona directamente con la raiz cuadrada de la sección remanente, a través de una constante, c.

Para la calibración del modelo analítico, se selecciona el ciclo de rotura, ya que se puede cuantificar la sección remanente a partir de la sección de fractura y se conoce el valor de la frecuencia en el momento de la rotura.

$$f_R = f_{Rmax} - |\Delta f_R| \tag{7}$$

el valor de la variación de la resonancia se puede expresar como:

$$|\Delta f_R| = f_{Rmax} - f_R = c\sqrt{A_0} - c\sqrt{A_N} = c\left(\sqrt{A_0} - \sqrt{A_N}\right) \tag{8}$$

y en el momento de la rotura:

$$|\Delta f_{Rmax}| = f_{Rmax} - f_{RR} = c\sqrt{A_0} - c\sqrt{A_{NR}} = c\left(\sqrt{A_0} - \sqrt{A_{NR}}\right) \tag{9}$$

donde Δf_{Rmax} es la máxima variación de la frecuencia de resonancia, A_0 es la sección neta inicial, sin fisura, es decir el área inicial, y A_{NR} es la sección remanente en el momento de la rotura.

Y, por tanto, el parámetro *c* se puede obtener de la expresión:

$$c = \frac{|\Delta f_{Rmax}|}{\sqrt{A_0} - \sqrt{A_{NR}}} \tag{10}$$

Para obtener el parámetro *c* se utilizarán los datos obtenidos en los 10 ensayo de fatiga realizados. Se medirá el tamaño de fisura crítico, a_c, sobre las superficies de rotura de cada barra ensayada correctamente. y se determinará la sección neta en rotura a partir de la expresión:

$$A_{NR} = A_0 - A_{FR} \tag{11}$$

Donde la sección fisurada en rotura se determinará a partir de la Expresión (6), en la que como tamaño de fisura se introducirá el valor del tamaño crítico de fisura, a_c. En la Tabla 1 se reflejan los datos empleados en el cálculo del parámetro *c*.

Tabla 1: Cálculo del parámetro *c*

Barra	Δf_{Rmax} (Hz)	a_c (mm)	A_{NR} (mm^2)	c (Hz/mm)
5	**0,734**	**8,42**	**113,6**	**0,208**
8	**0,897**	**8,65**	**108,9**	**0,239**
9	**0,724**	**8,53**	**111,4**	**0,199**
11	**0,841**	**7,82**	**125,1**	**0,280**
13	**0,910**	**8,11**	**119,6**	**0,280**
19	**0,945**	**8,21**	**117,7**	**0,283**
22	**0,730**	**7,84**	**124,7**	**0,242**
25	**0,620**	**7,80**	**125,4**	**0,208**
27	**0,950**	**8,40**	**113,9**	**0,271**
28	**0,874**	**7,87**	**124,1**	**0,288**
			Media	**0.25**

Una vez obtenida la constante c, se puede determinar la sección neta, A_N, en cualquier instante en función de la variación de la frecuencia de resonancia a partir de la expresión:

$$A_N = \left(\sqrt{A_0} - \frac{|\Delta f_R|}{c}\right)^2 = A_0 + \left(\frac{|\Delta f_R|}{c}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{A_0} \cdot \frac{|\Delta f_R|}{c} \tag{12}$$

y, por tanto, la sección fisurada, A_F, se puede calcular a partir de la siguiente expresión:

$$A_F = A_0 - A_N = \frac{|\Delta f_R|}{c}\left(2\sqrt{A_0} - \frac{|\Delta f_R|}{c}\right) \tag{13}$$

sustituyendo la relación anterior en la Expresión (6), se obtendría la evolución del tamaño de fisura en función del número de ciclos.

$$a = 0{,}8075 \cdot \left(\frac{|\Delta f_R|}{c}\left(2\sqrt{A_0} - \frac{|\Delta f_R|}{c}\right)\right)^{0{,}524} \tag{14}$$

En la Figura 11 se representa la evolución de la fisura a lo largo del número de ciclos para la barra nº 11.

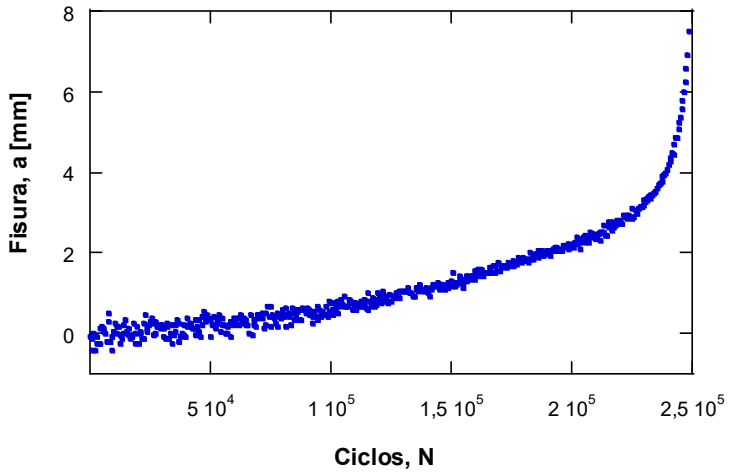

Figura 11: Evolución del tamaño de fisura en función del número de ciclos

Por último, una vez definida la evolución de la fisura con el nº de ciclos, se puede obtener una pseudo 'ley de Paris', Expresión (15), con la que se pueda definir la velocidad con la que está creciendo la fisura en función del cambio que se está produciendo en la frecuencia de resonancia del sistema. En la Figura 12 se representa la evolución de la velocidad de crecimiento del tamaño de fisura en función de la variación en la frecuencia de resonancia del sistema, así como el ajuste de tipo potencial realizado.

$$\frac{da}{dN} = C' \cdot |\Delta f_R|^n \tag{15}$$

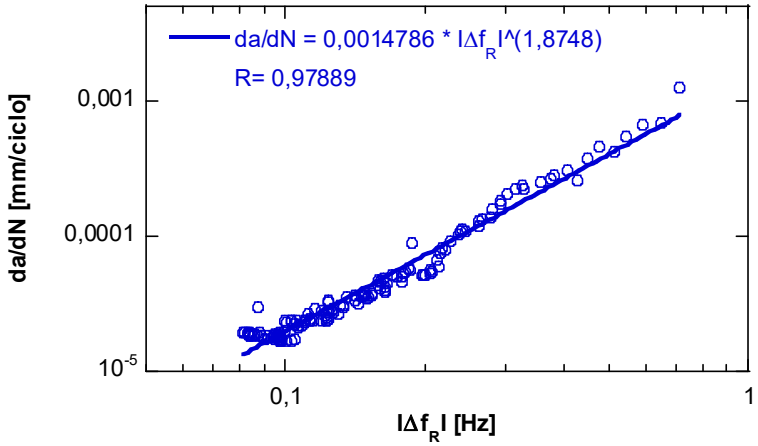

Figura 12: Evolución de la velocidad de crecimiento de la fisura como función de la variación en la frecuencia de resonancia para la barra 11

La Figura 13 representa el mismo ajuste realizado para las 10 probetas ensayadas correctamente. Los parámetros del ajuste obtenidos para cada una de las probetas se muestran en la Tabla 2, donde también se incluyen valores medios y los coeficientes de variación para cada uno de ellos. Por último, en la Figura 14, se muestran todos los datos experimentales (puntos) junto con el ajuste realizado para los valores medios (línea recta) por medio de la Expresión (16).

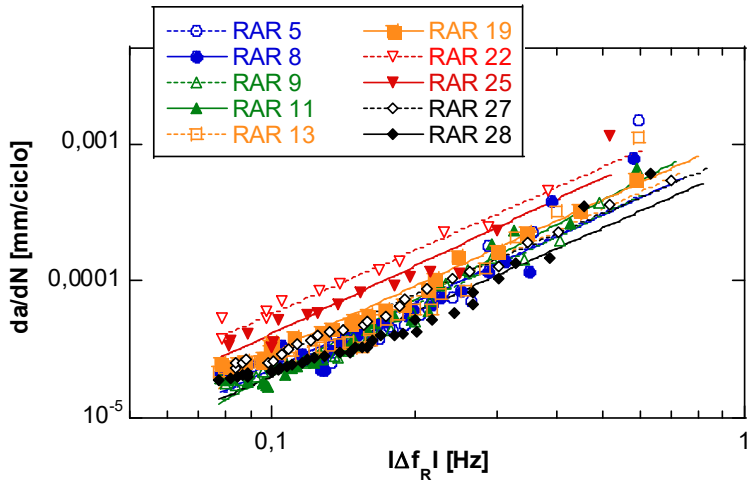

Figura 13: Evolución de la velocidad de crecimiento de la fisura como función de la variación en la frecuencia de resonancia para todas las probetas analizadas

Tabla 2: Ley de Paris Modificada. ($da/dN = C' \cdot |\Delta f_R|^n$)

Barra	C' (mm/ciclo·Hz^n)	n	R
5	**0,0009619**	**1,6354**	**0,8853**
8	**0,0009131**	**1,6013**	**0,9210**
9	**0,0009629**	**1,6669**	**0,9050**
11	**0,0013643**	**1,8217**	**0,9772**
13	**0,0010073**	**1,6062**	**0,9348**
19	**0,0011658**	**1,5827**	**0,9724**
22	**0,0019453**	**1,5284**	**0,9650**
25	**0,0017497**	**1,6263**	**0,9276**
27	**0,0008633**	**1,4840**	**0,9840**
28	**0,0007086**	**1,5439**	**0,8639**
Media	**0,0011642**	**1,6097**	
Desviación estándar	**0,0004028**	**0,0923**	
Coeficiente de Variación	**34,6 %**	**5,7 %**	

$$\frac{da}{dN} = 1{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot |\Delta f_R|^{1{,}61} \qquad (16)$$

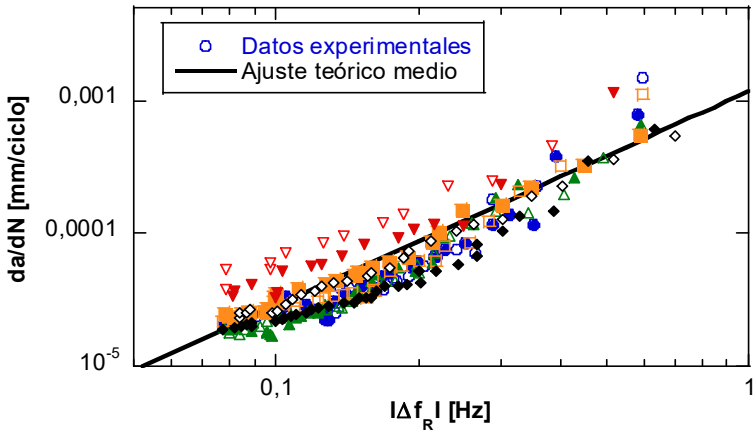

Figura 14: Comparativa del ajuste teórico medio con todos los datos experimentales

4. Conclusiones

El estudio analiza la propagación de fisuras en materiales metálicos sometidos a ensayos de fatiga por resonancia magnética, con el objetivo de mejorar la monitorización del daño estructural en tiempo real. A partir de los resultados obtenidos, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. Los ensayos mediante vibróforos permiten trabajar a frecuencias más altas, reduciendo los plazos de ejecución y con menor consumo energético que las máquinas servohidráulicas, lo cual implica una reducción de coste. Sin embargo, presentan como inconveniente que es complicado fijar una frecuencia de ensayo y que, además, la frecuencia de resonancia varía durante el ensayo, lo que puede dificultar el análisis de las condiciones experimentales.
2. Se identifican dos etapas en la evolución de la frecuencia de resonancia:
    - Primera etapa: endurecimiento cíclico del material, donde la frecuencia tiende a aumentar ligeramente.
    - Segunda etapa: reducción acelerada de la frecuencia, correlacionada con la propagación de la fisura.
    - Este comportamiento permite identificar el punto de inflexión, que marca el inicio de la propagación de la fisura.
3. Se establece una relación entre el tamaño de la fisura y la variación de la frecuencia de resonancia, lo que permite ajustar un modelo analítico (Ley de Paris modificada) que describe la velocidad de crecimiento de la fisura en función del cambio en la frecuencia de resonancia.
4. Se obtiene una herramienta que permite monitorizar la integridad estructural en tiempo real durante un proceso de fatiga, lo que puede mejorar la predicción de vida útil de componentes sujetos a fatiga.

Como conclusión final, el estudio demuestra que la variación de la frecuencia de resonancia es un indicador útil del estado de daño en materiales sometidos a fatiga. El ajuste de una Ley de Paris modificada permite describir la propagación de fisuras con un modelo analítico, facilitando su aplicación en la predicción y prevención de fallos estructurales.

5. Referencias

[1] Sainz-Aja J., Thomas C., Polanco J. A., Carrascal I. “High-frequency fatigue testing of recycled aggregate concrete”, *Applied Sciences (Switzerland). Open Access* Volume **10**, Issue 11. Article number 10 (2020)

[2] Thomas C., Sainz-Aja J., Setien J., Cimentada A., Polanco J.A. “Resonance fatigue testing on high-strength self-compacting concrete”. J*ournal of Building Engineering*. Volume **35**, 102057 (2021)

[3] Baktheer A., Chudoba R. “Experimental study of the interacting effects of loading rate and temperature on concrete fatigue behavior under compression”. *Construction and Building Materials. Open Access* Volume **45810**, 139466 (2025)

[4] Liu H., He C., Huang Z., Wang Q. “Very High Cycle Fatigue Failure Mechanism of TC17 Alloy”. *Jinshu Xuebao/Acta Metallurgica Sinica.* Volume **53**, Issue 9, Pages 1047 – 1054 (2017)

[5] Ulewicz R., Tomski P. “The effect of high-frequencies loading on the fatigue cracking of nodular cast iron”. *Metalurgija.* Volume **56**, Issue 1-2, Pages 33 – 36 (2017)

[6] Apinis R. “Accceleration of Fatigue Tests of Polymer Composite Materials by Using High-Frequency Loadings”. *Mechanics of Composite Materials*. Volume **40**, pages 107–118 (2004)

[7] Thibaux P., Thiele M., Wittenberghe J., Baessler M. “Comparison of resonance and hydraulic testing on large scale fatigue tests of welded tubular joints for offshore wind turbine foundations”. *International Journal of Fatigue,* Volume **193**, 108797 (2025)

[8] Stanzl-Tschegg S. “Very high cycle fatigue measuring techniques. International Journal of fatigue”, Vol. **60** pages 2-17 (2014)

[9] Russenberger M. E. “Frequency Behavior of Resonance Testing Machines”. *Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 5: Grund- und Werkstoffe.* Issue 86 (1984)

[10] AENOR. UNE-EN ISO 15630-1:2019. “Aceros para el armado y el pretensado del hormigón. Métodos de ensayo. Parte 1: Barras, alambres y alambrón para hormigón”. 2019

[11] AENOR. UNE-EN ISO 15630-3:2019. “Aceros para el armado y el pretensado del hormigón. Métodos de ensayo. Parte 3: Aceros para pretensar”. 2019

[12] AENOR. UNE-36068:2011. “Barras corrugadas de acero soldable para uso estructural en armaduras de hormigón armado”. 2011

[13] BSI. BS 4449:2005+A3:2016. “Steel for the reinforcement of concrete. Weldable reinforcing steel. Bar, coil and decoiled product. Specification”. 2016

[14] Junkersfeld K. (RUMUL) https://www.linkedin.com/pulse/ensayo-de-fatiga-por-resonancia-principio-y-comunes-klaus-junkersfeld/ (2018)

[15] Lorenzino P., Navarro A. “The variation of resonance frequency in fatigue tests as a tool for in-situ identification of crack initiation and propagation, and for the determination of cracked areas”. *International Journal of Fatigue.* Volume **70**, Pages 374 – 382 (2015)

[16] Lorenzino P., Bermejo L., Navarro A. “Análisis de frecuencia de resonancia de ensayo de fatiga como herramienta para determinar las etapas de iniciación y propagación de grietas. Anales de Mecánica de la Fractura” **30**, Vol. I (2013)