



Comparativa de parámetros dimensionales de engranajes cilíndricos helicoidales impresos con PLA y Nylon

E. E. Zayas Figueras, I. Buj Corral, O. Godó Estany

Departamento de Ingeniería Mecánica, Universitat Politècnica de Catalunya, enrique.zayas@upc.edu,
irene.buj@upc.edu, ot.godo@estudiantat.upc.edu

En el presente trabajo se presenta la comparativa de parámetros dimensionales de engranajes cilíndricos de dientes helicoidales fabricados mediante la tecnología de fabricación por filamento fundido (FFF), con dos materiales poliméricos diferentes: el ácido poliláctico (PLA) y la poliamida (PA), comúnmente llamada Nylon.

Se exponen el diseño y la modelación, mediante la biblioteca ToolBox de SolidWorks, de engranajes helicoidales con ángulos de hélice de 15, 25 y 35 grados respectivamente, y con un módulo y número de dientes considerados comunes ($m = 4$; $Z = 17$) con ángulo de presión de 20° , que permite generar un perfil de diente evolvente correcto. Los engranajes modelados se materializan mediante una impresora de sobremesa BCN3D Sigma R19, utilizando los materiales antes indicados. Se presentan los métodos de medición de parámetros dimensionales utilizados en la verificación de dichos engranajes, las metodologías a utilizar, así como los cálculos necesarios para realizar las mediciones y obtener los valores teóricos de referencia. La verificación de los engranajes impresos se hace mediante instrumentos como un pie de rey de módulo, un micrómetro de platillos, cilindros calibrados y pie de rey tipo Mauser. Se utilizaron tres métodos de verificación, que son: el método basado en el círculo de cabeza, el método de la distancia cordal y el método de medición basado en varillas calibradas respectivamente.

El análisis de las medidas realizadas con los instrumentos de medida manuales indica que no existe un material que presente resultados significativamente mejores que otro respecto a los parámetros dimensionales considerados. Los resultados que se presentan en este trabajo surgen como parte del trabajo final de grado de uno de los autores del trabajo desarrollado en la Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB) de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC).

1. Introducción

Las ventajas que ofrecen los materiales poliméricos, tales como: ser ligeros, tener un proceso de fabricación rápido, durabilidad adecuada, bajo coste de producción y buena rentabilidad (para grandes series), y también la posibilidad de diseño innovador de productos frente a otros materiales convencionales (como por ejemplo los materiales metálicos), ha hecho que en la actualidad exista una tendencia en la industria a aumentar el uso de materiales poliméricos en diversas aplicaciones, incluidas la biomedicina, los automóviles, los aviones, los buques, etc. Por ejemplo, para aplicaciones particulares como la ingeniería automotriz y aeroespacial, la utilización de engranajes poliméricos tiene ventajas únicas sobre los engranajes metálicos, tales como: bajo costo de producción (particularmente en series grandes de engranajes obtenidos por inyección en molde y también porque se requieren menos operaciones de mecanizado y acabado para los obtenidos por arranque de viruta), baja densidad, baja inercia, alta eficiencia, funcionamiento silencioso, capacidad para absorber impactos y vibraciones como resultado de la flexibilidad elástica, la capacidad de operar con lubricación mínima o nula, la posibilidad de trabajar en medios que son hostiles para los engranajes metálicos, la posibilidad del uso del código de colores en los procesos de ensamblaje, la amplia gama de configuraciones y formas geométricas complejas que son posibles obtener, la capacidad de fabricarlos con insertos metálicos y diseños integrales, etc. Por ejemplo, en los automóviles, se usan engranajes de plástico en sistemas como el del limpiaparabrisas y el del turbocompresor, entre otros componentes. También se utilizan en juguetes con movimiento como los coches con control remoto, así como en accionamientos de componentes electrónicos como cepillos de dientes eléctricos, reductores de motores de CC y otros [1, 2, 3, 4].

Los procesos fundamentales de obtención de engranajes poliméricos son: 1) inyección de plástico en molde (proceso eficiente para la producción automatizada de series grandes de piezas, de dimensiones más bien pequeñas, normalmente usando termoplásticos –poliamidas y acetales– y materiales compuestos de termoplásticos y termoestables), 2) mecanizado (con casi los mismos procesos del mecanizado de engranajes metálicos –torneado, fresado, taladrado, tronzado; proceso usado para fabricar engranajes de alta precisión y de mayores dimensiones) y 3) la fabricación aditiva (FA), que ha complementado a la fabricación de engranajes convencionales con calidad y versatilidad y donde básicamente se utilizan los procesos de estereolitografía (SLA), sinterizado selectivo por láser (SLS), modelación por deposición fundida (FDM), proyección de aglutinante (BJ) e inyección de material (MJ) [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. En la Figura 1 se muestra un esquema que resume la clasificación antes expuesta. En la Figura 2 se muestran engranajes de plásticos, de geometría diversa, obtenidos por FDM con materiales de distintos colores.

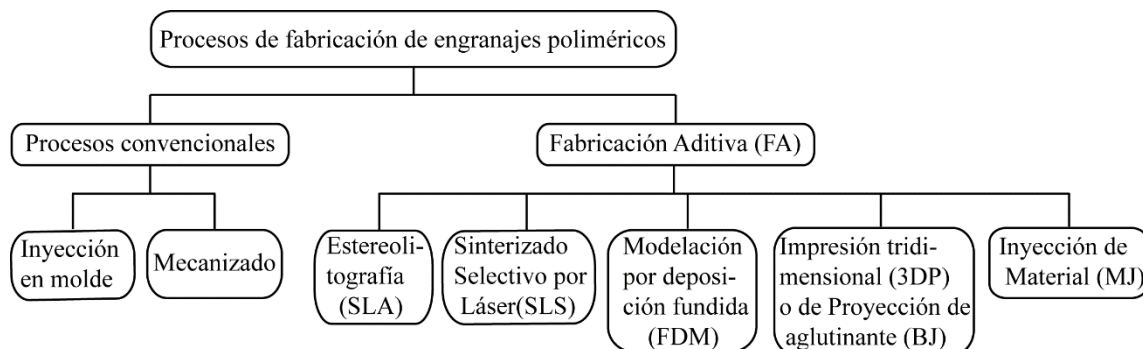


Figura 1: Clasificación de los procesos de fabricación de engranajes poliméricos.

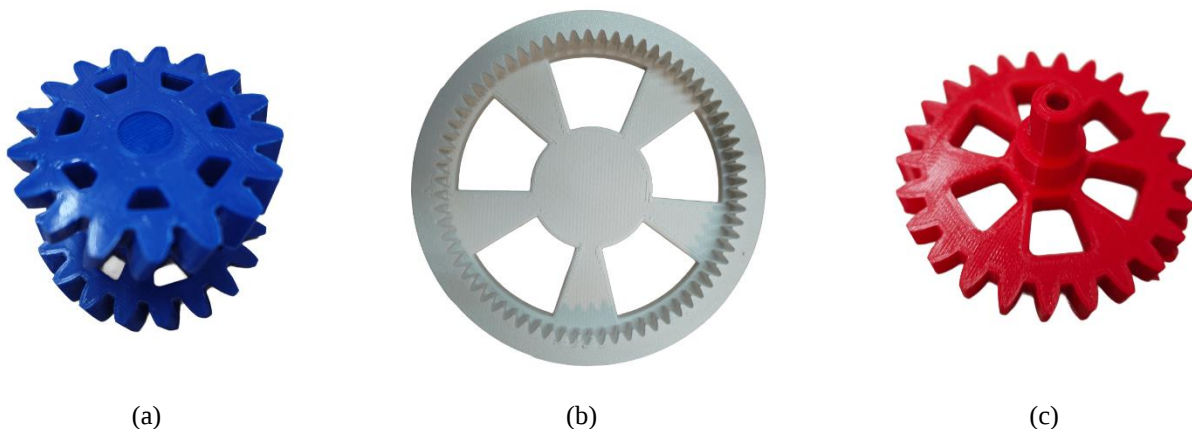


Figura 2: Ejemplo de engranajes poliméricos: (a) Dos satélites solidarios de color azul, (b) Corona con dentado interior de color blanco y (c) Piñón con cubo escalonado de color rojo.

Varios autores comentan las múltiples ventajas de la fabricación aditiva sobre la fabricación convencional de los engranajes, tales como: a) alta calidad y buena integridad superficial, b) capacidad para producir engranajes metálicos y no metálicos, c) flexibilidad (libertad de formas geométricas complejas), d) Se requieren menos herramientas y fijaciones, d) uso eficiente de recursos –menos desperdicio de material- y energía, e) producción bajo demanda (no acumulación de stocks), y f) más amigable con el medio ambiente, con menos etapas de procesamiento y bajas emisiones [6]. Por otro lado, otros autores plantean que la FA es especialmente importante en el proceso de fabricación de ruedas dentadas con perfiles de diente no evolvente, es decir, diferentes a los perfiles más estándar. Para fabricar dicho tipo de ruedas dentadas no evolventes, no es posible emplear herramientas convencionales de corte de dientes; y así los prototipos de dichas ruedas se fabrican mediante tecnologías de FA directamente a partir del modelo CAD creado [7].

A pesar de las distintas tecnologías (o procesos) de FA que se pueden utilizar en la FA [10], entre las que se encuentran las antes citadas (Figura 1), Gibson [3] explica que la mayoría de ellas usan los pasos siguientes (Figura 3): 1) Modelado 3D de la pieza con un software CAD (*Computer Aided Design*) que describe su geometría; 2) Conversión del modelo 3D a un archivo STL (*Standard Triangle Language*) –que sólo contiene información geométrica de la superficie de la pieza, 3) Manipulación de archivos STL en un programa de laminado (*Slicer*) para que el modelo tenga el tamaño, la posición y la orientación correctos para su fabricación –además de la definición de los parámetros de impresión (altura de capa, colocación de soportes, porcentaje de relleno, etc.), 4) Configuración de la máquina de FA (calibración de la máquina, colocación del material de impresión, etc.), 5) Impresión del modelo –proceso automatizado, donde la máquina puede funcionar en gran medida, sin supervisión, 6) Retirada de la pieza –una vez impresa, extraer la pieza de la máquina que según la tecnología de FA utilizada puede ser más una etapa más simple o más compleja, 7) Postprocesado de la pieza –las piezas pueden requerir un tratamiento adicional de limpieza, de acabado superficial, de extracción de soportes, de corrección de dimensiones, etc... antes de que estén listas para usar.

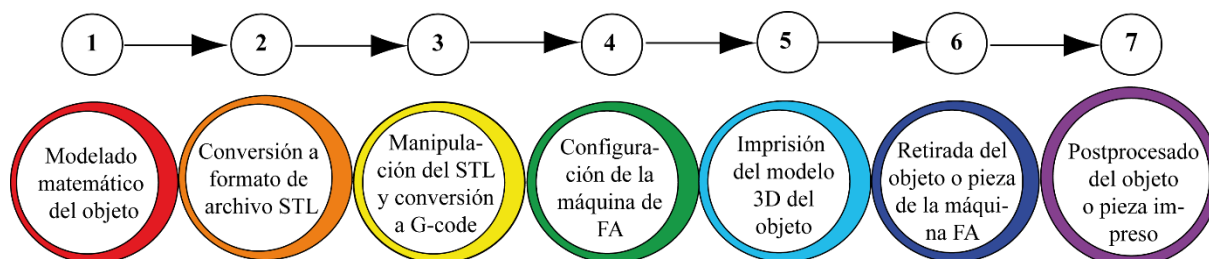


Figura 3: Pasos comunes de las tecnologías de fabricación aditiva.

Los autores Vasilescu y Fleser [11] estudian la producción de engranajes rectos y helicoidales impresos en 3D con ácido poliláctico (PLA), acrilonitrilo butadieno estireno (ABS) y Polietileno Tereftalato Glicol-modificado (PETG), recomendando el PLA por su mayor resistencia a la compresión y menor alargamiento a la rotura. Éstos sugieren utilizar un ángulo de presión de 25° a 35° para engranajes impresos, en lugar de los 14,5° y 20° habitualmente utilizados, así como elegir un módulo normalizado en el software de modelado para corregir la contracción o dilatación. Destacan que la contracción es menor en la dirección axial (vertical de impresión). Proponen ensamblar dos engranajes coaxialmente como una sola pieza y ofrecen recomendaciones para la laminación, como activar zonas de apoyo para mejorar la adherencia y geometría, ajustar contornos perimetrales según el módulo, y probar diferentes configuraciones de impresión (ancho de línea, número de capas, etc.). Para el PLA, usaron temperaturas de impresión de 210 °C y 45 °C en la base.

El presente trabajo constituye la continuación de uno anterior de los autores Zayas y Buj [2]. En este artículo se expone el diseño, la fabricación y la verificación de los parámetros dimensionales de engranajes cilíndricos helicoidales impresos por FDM con los materiales poliméricos ácido poliláctico (PLA) y poliamida (Nylon), en concreto PA66. Primero se expone el diseño y la modelación (mediante el uso de la biblioteca *ToolBox* de *SolidWorks*), de engranajes helicoidales con ángulos de hélice β de valores iguales a 15°, 25° y 35° respectivamente, con un módulo $m = 4$ mm y número de dientes $z = 17$, así como con un ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$, que permiten generar un perfil de diente evolvente correcto. Respecto a la fabricación, se expone la obtención de los engranajes con una impresora de sobremesa BCN3D Sigma R19 con tecnología FDM. Respecto a la verificación dimensional, se expone la medición del espesor del diente, de la distancia cordal y de la distancia diametral en ruedas helicoidales con número impar de dientes. Para las mediciones se han utilizado tres métodos de medición: a) el método basado en el círculo de cabeza, b) el método de la distancia cordal y c) método de medición basado en varillas calibradas respectivamente.

2. Materiales y métodos

Como se ha dicho en la introducción, el presente trabajo es continuación de uno anterior realizado por los dos primeros autores [2]. Así, para lograr los objetivos del mismo, se propone una metodología que consta de los siguientes pasos (Figura 4): 1) Selección del tipo de engranaje (rueda dentada) y de sus parámetros básicos, 2) Selección del proceso de modelado CAD utilizando el software *SolidWorks* (SW); 3) Conversión de los modelos CAD de las ruedas en archivos STL; 4) Selección de los materiales poliméricos para la impresión (PLA y Nylon); 5) Selección de los parámetros de impresión para los materiales escogidos; 6) Proceso de laminado mediante un *software* de laminado (BCN3D Cura 3.2); 7) Preparación de la impresora (BCN3D Sigma 19) y transferencia de los archivos G-Code a la misma, 8) Impresión de las ruedas dentadas; 9) Verificación de las ruedas impresas utilizando diversos instrumentos y 10) Discusión y conclusiones de los resultados. A continuación, se exponen los detalles de los pasos de la metodología del trabajo.

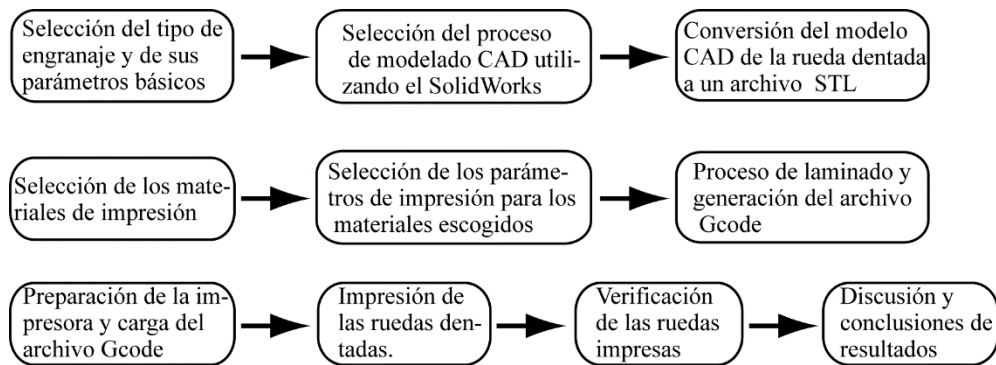


Figura 4: Metodología seguida en el trabajo.

2.1 Selección del tipo de engranaje y de sus parámetros geométricos básicos

Como punto de partida, se elige el tipo de engranajes a modelar e imprimir. Se parte de tres factores de selección, que son: a) utilizar engranajes cilíndricos helicoidales, para complementar un estudio anterior [2], y también debido a que éstos se utilizan comúnmente en aplicaciones prácticas, b) utilizar un módulo m_n normalizado del sistema métrico ($m_n = 4$ mm para todos los engranajes aquí expuestos) y c) utilizar un número de dientes $z \geq 17$, que favorece un tamaño y geometría adecuados de los dientes de los engranajes, aquí se elige $z = 17$ para todos los engranajes modelados e impresos. Se ha elegido una geometría sencilla de engranajes cilíndricos helicoidales, con el objetivo de que la forma geométrica, excepto por el parámetro de inclinación del diente (β), fuera lo más similar posible a los engranajes de dientes rectos estudiado anteriormente [2], y que sean impresos con la misma orientación y los mismos parámetros de impresión usados en el primer estudio; se considera que así los resultados y las conclusiones de las mediciones dimensionales y de formas que aquí se obtienen, podrían complementar de mejor modo las conclusiones del estudio previo citado.

En las ruedas dentadas helicoidales las generatrices de los dientes se disponen en forma de hélice sobre los cilindros axoides, y normalmente se generan utilizando las mismas herramientas y máquinas que las usadas para fabricar ruedas cilíndricas de dentado recto, en este caso inclinando la herramienta de corte un cierto ángulo β -ángulo de hélice- respecto a las generatrices del cilindro axoide (Figura 5). El rango de valores preferentes de β normalmente está entre 15° y 35° [9]. Los engranajes modelados e impresos en este trabajo tienen valores de $\beta = 15^\circ$ (modelo 1), $\beta = 25^\circ$ (modelo 2) y $\beta = 35^\circ$ (modelo 3).

Debido al ángulo β de inclinación de la herramienta, la sección transversal de los engranajes cilíndricos helicoidales no corresponde al perfil de referencia (perfil normal), sino que se ajusta al perfil transversal de la herramienta (Figura 5 a). Así, en las ruedas helicoidales existen: a) los parámetros de las secciones transversales (perpendiculares a los ejes) de las ruedas que corresponden al perfil transversal de la herramienta y que se indican con subíndice t , por ejemplo, el paso transversal p_t ; y b) los parámetros de las secciones normales (perpendiculares a los dientes) de las ruedas que corresponden al perfil normal de la herramienta que se indican con el subíndice n , por ejemplo, el paso normal p_n [9]. En este trabajo se utilizan sólo los parámetros intrínsecos con referencia normal, que no dependen de dos ruedas engranadas, ya que únicamente se estud

ia cada rueda dentada de manera aislada.

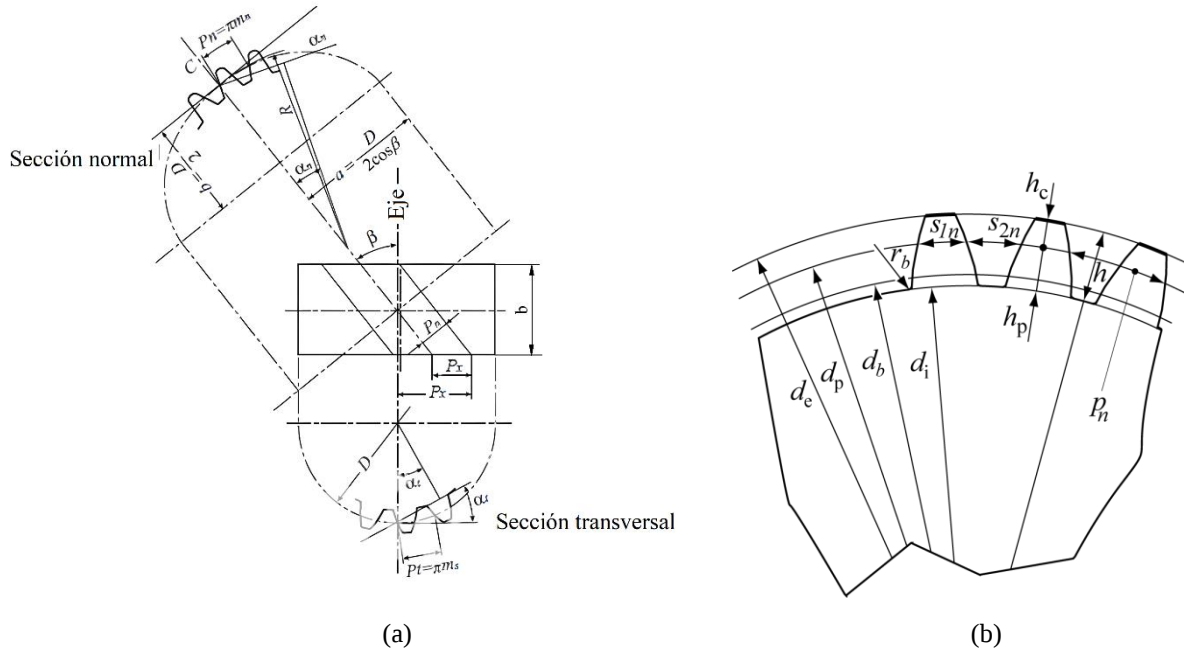


Figura 5: Parámetros geométricos de la rueda helicoidal. (a) Secciones normal y transversal. Modificado de Fuente [12]. (b) Sección se una rueda con indicación de sus parámetros básicos.

La geometría de las ruedas dentadas helicoidales se define a partir de un conjunto de parámetros llamados de generación, cuyo origen está en las herramientas normalizadas según la norma ISO 53-1974 [9] que son: el número de dientes z , el módulo normalizado m_n del perfil de referencia, el ángulo de presión de la herramienta α_n y el coeficiente de desplazamiento χ (en este trabajo $\chi = 0$, caso de ruedas normales para mecánica general). Los parámetros anteriores son comunes a los engranajes rectos, si bien para los helicoidales se añade el ángulo de inclinación β del diente, que influye en el diámetro de generación (o primitivo) como se muestra en la Tabla 1. Los demás parámetros geométricos (Figura 5 b) se obtienen aplicando expresiones de cálculo que utilizan los parámetros de generación iniciales, éstos son: p_n es el paso en la sección normal, d_p es el diámetro primitivo, d_e es el diámetro exterior o de cabeza, d_b es el diámetro de la base, d_i es el diámetro interior o de pie del diente, h es la altura total del diente, h_c altura de la cabeza del diente, h_p es la altura del pie del diente, h es la altura total del diente, s_{1n} es el espesor del diente en la sección normal, s_{2n} es la anchura del espacio entre dientes en la sección normal y r_b radio de base del diente [9]. La Tabla 1 muestra los valores de dichos parámetros de los tres modelos de engranajes helicoidales expuestos en este trabajo.

Tabla 1: Parámetros geométricos de los engranajes helicoidales diseñados

Parámetro (Unidades)	Fórmula	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Módulo m_n (mm)	-	4	4	4
Número de dientes z	-	17	17	17
Ángulo de presión normal α_n (°)	-	20	20	20
Ángulo de inclinación del diente β (°)	-	15	25	35
Ángulo de presión tangencial α_t (°)	$\tan^{-1}(\tan \alpha_n / \cos \beta)$	20,65	21,88	23,96
Paso p_n (mm)	$m_n \cdot \pi$	12,57	12,57	12,57
Paso p_t (mm)	$(m_n \cdot \pi) / \cos \beta$	13,01	13,87	15,35
Grosor del diente s_{1n} (mm)	$(m_n \cdot \pi) / 2$	6,28	6,28	6,28
Espacio entre dientes s_{2n} (mm)	$(m_n \cdot \pi) / 2$	6,28	6,28	6,28
Radio de base del diente r_b (mm)	$(m_n \cdot \pi) / 12$	1,05	1,05	1,05
Altura de la cabeza del diente h_c (mm)	m_n	4	4	4
Altura del pie del diente h_p (mm)	$1,167 \cdot m_n$	4,67	4,67	4,67
Altura del diente h (mm)	$h_c + h_p$	8,67	8,67	8,67
Diámetro primitivo d_p (mm)	$(m_n \cdot z) / \cos \beta$	70,40	75,03	83,01
Diámetro de base d_b (mm)	$((m_n \cdot z) / \cos \beta) \cos \alpha_t$	65,88	69,63	75,86
Diámetro interior d_i (mm)	$d_p - 2 \cdot h_p$	61,06	65,69	73,69
Diámetro exterior d_e (mm)	$d_p + 2 \cdot h_c$	78,40	83,03	91,01

2.2 Proceso de modelación CAD mediante el SolidWorks

Para la modelación de las ruedas dentadas se usa el *SolidWorks*® (SW) y su biblioteca *Toolbox*, que permite realizar el diseño paramétrico de elementos mecánicos normalizados (es este caso según la norma ISO), eligiendo engranajes helicoidales e introduciendo como parámetros básicos: el módulo $m = 4$ mm, el número de dientes $z = 17$, ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$, la anchura del diente de $b = 20$ mm (que el diseño aquí realizado coincide con la anchura de la rueda), el tipo de cubo A, el diámetro interior del cubo $d_{ic} = 25$ mm y el ángulo de inclinación del diente β (15° , 25° y 35° respectivamente). En la Figura 6 se muestran los 3 modelos de engranajes generados con SW.

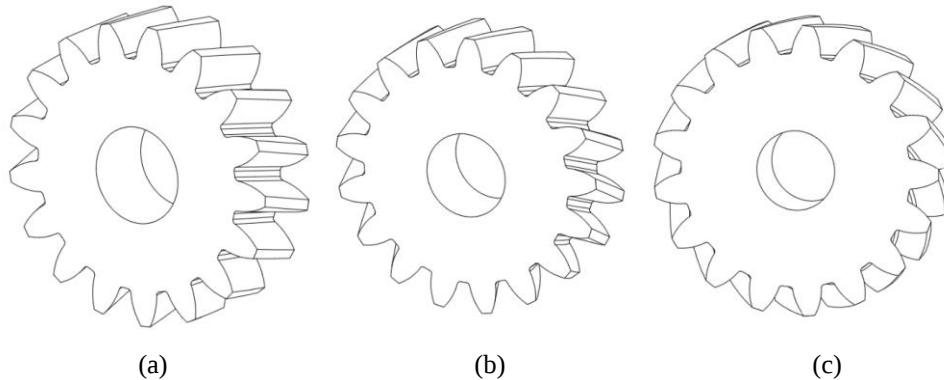


Figura 6: Modelos de los engranajes: (a) Modelo 1 ($\beta = 15^\circ$), (b) Modelo 2 ($\beta = 25^\circ$) y (c) Modelo 3 ($\beta = 35^\circ$)

2.3 Selección de los materiales de impresión y de los parámetros de impresión. Modelos impresos

Los modelos 1, 2 y 3 de engranajes helicoidales expuestos en este trabajo se han impreso utilizando los materiales poliméricos PLA y Nylon y una impresora de escritorio BCN3D Sigma R19 con tecnología FDM. Dicha impresora dispone de dos cabezales de extrusión, filamento de 2,85 mm de diámetro y boquilla estándar de 0,40 mm.

Para la impresión de los modelos de Nylon se utilizan parámetros de impresión óptimos (Tabla 2), que han sido previamente determinados en otro trabajo [13]. Para el PLA, los parámetros se seleccionaron con el fin de favorecer errores dimensionales y de forma bajos [14]. Para el nylon, se habían realizado pruebas preliminares que sugerían el uso de una temperatura de impresión de 255°C y una temperatura de la base de impresión de 90°C . Se utilizó una tasa de relleno baja del 20% para minimizar el efecto de alabeo (*warping*), que se debe al elevado coeficiente máximo de contracción del nylon, del 1,50% [1], mientras que el coeficiente máximo de contracción del PLA es del 0,50%.

Tabla 2: Parámetros de impresión según los materiales de los engranajes

Parámetro	PLA Engranajes	Nylon Engranajes
Altura de capa (mm)	0,20	0,20
Grosor de pared (mm)	1,20	1,20
Espesor de capa externa o <i>Shell</i> (mm)	1,20	1,20
Temperatura de la base de impresión ($^\circ\text{C}$)	60	95
Temperatura de impresión ($^\circ$)	195	255
Velocidad de impresión (mm/s)	40	50
Razón de relleno o <i>Infill</i> (%)	20	20
Patrón superior e inferior	Zigzag	Zigzag
Patrón de relleno o de <i>Infill</i>	Triangular	Triangular

En la Figura 7 se muestran dos fotografías que corresponden a dos modelos de ruedas dentadas helicoidales impresas con los materiales Nylon y PLA respectivamente.

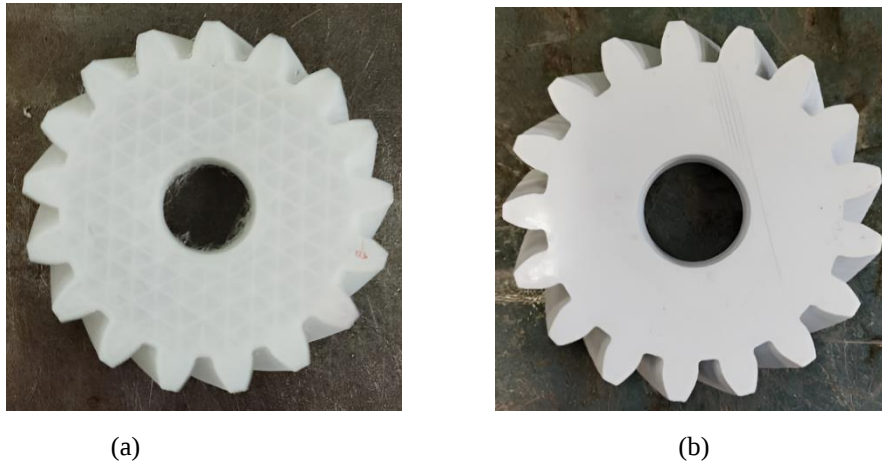


Figura 7: Ejemplos: (a) Modelo impreso con Nylon, (b) Modelo impreso con PLA. Fuente: Modificado de [11]

2.4 Verificación dimensional: método de medición basado en el círculo de cabeza, método de la distancia cordal y método de medición basado en varillas calibradas.

En este trabajo se hace la verificación dimensional de las ruedas helicoidales impresas midiendo los parámetros: grosor del diente, distancia cordal y la distancia diametral en ruedas helicoidales con número impar de dientes usando tres métodos de medición que son: el método de medición basado en el círculo de cabeza, el método de la distancia cordal y el método de medición basado en varillas calibradas, que se explican a continuación.

Medición del grosor del diente por el método de medición basado en el círculo de cabeza usando un calibrador de dientes de engranajes

En el método de medición basado en el círculo de cabeza se mide el espesor cordal del diente sobre el cilindro primitivo de la rueda (con diámetro d_p), para lo cual se utiliza como instrumento de medición un “calibrador de dientes de engranajes o dendrómetro”. En este método, primero se fija en el calibrador el valor teórico $\overline{h_c}$ de profundidad del diente y luego se mide el espesor cordal real diente que se compara con el valor teórico $\overline{s_1}$ (valor de referencia), determinando su diferencia (Figura 8 a). En la Figura 8 b se muestra la medición del grosor del diente en un modelo impreso en PLA.

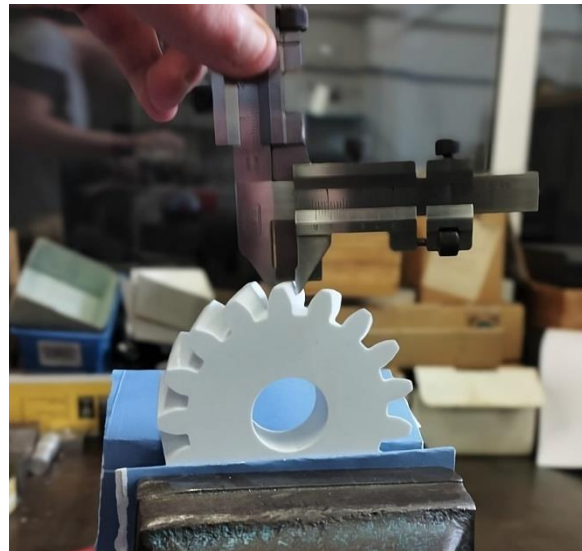
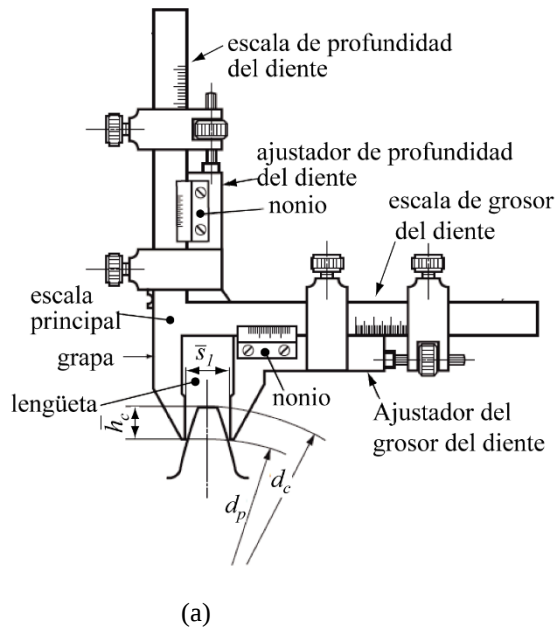


Figura 8: Medición con dendrómetro: (a) Indicación de las partes del instrumento y de los parámetros $\overline{s_1}$ y $\overline{h_c}$ para realizar la medición; (b) Medición del grosor del diente de una rueda impresa. Fuente [12]

Así, antes de comenzar el proceso de medición se requiere calcular la altura cordal $\overline{h_c}$ y el valor teórico del espesor cordal del diente $\overline{s_1}$, utilizando para ello las ecuaciones (1), (2) y (3) donde los parámetros z , m_n , α_n , h_c , d_e y d_p han sido definidos previamente.

$$\bar{h}_c = \frac{z \cdot m_n}{2} \cdot \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2 \cdot z} + \frac{2 \cdot x_n \cdot \tan \alpha_n}{z} \right) \right] + h_c \quad (1)$$

$$h_c = \frac{d_e - d_p}{2} \quad (2)$$

$$\bar{s}_1 = z \cdot m_n \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2 \cdot z} + \frac{2 \cdot x_n \cdot \tan \alpha_n}{z} \right) \quad (3)$$

Los tres modelos de engranajes impresos tienen el mismo módulo $m_n = 4$ mm, número de dientes de $z = 17$, ángulo de presión $\alpha_n = 20^\circ$ y coeficiente de corrección $x_n = 0$, así los valores teóricos de los parámetros altura cordal $\bar{h}_c$ y espesor cordal del diente $\bar{s}_1$ son los mismos y se han aproximado con dos cifras decimales (Tabla 3).

Tabla 3: Valores de la altura cordal y del espesor cordal teóricos

Parámetro (Unidades)	Valor
Altura cordal $\bar{h}_c$ (mm)	4,15
Espesor cordal $\bar{s}_1$ (mm)	6,27

El procedimiento para medir el grosor del diente es el siguiente (Figura 8 b): fijada la altura $\bar{h}_c$ en el instrumento, éste se coloca en el plano normal del engranaje aproximadamente en medio de la anchura b de la rueda. Se debe de asegurar un buen contacto tangente de los palpadores del instrumento con las caras laterales del diente (usando para ello el ajustador del grosor del diente) y luego fijar el nonio para así evitar errores, facilitando la medición del grosor s_{1real} . Para facilitar la medición el engranaje impreso se fija con orientación vertical usando un tornillo de banco. Los resultados de estas mediciones se exponen en apartado de título "Resultados y discusión".

Medición del grosor del diente mediante el método de la distancia cordal W usando un micrómetro de platillos

Esta técnica consiste en colocar el número necesario de dientes entre los platillos de un micrómetro de platillos y medir la distancia cordal W (Figura 9 a). El número de dientes se denomina comúnmente "Tramo de sector de dientes z_m ". La Figura 9 a muestra un esquema con una vista en planta de una rueda helicoidal de anchura b y ángulo de hélice β , donde se indica la distancia cordal W , y la colocación de los platillos o platillos del micrómetro. Para realizar esta medición, se recomienda centrar correctamente el micrómetro tanto como sea posible en todas las mediciones. En la Figura 9 b se muestra una fotografía durante el proceso de medición de un modelo impreso con un micrómetro de platillos analógico de la marca INPRESA, de rango 25-50 mm y precisión de 0,01 mm.

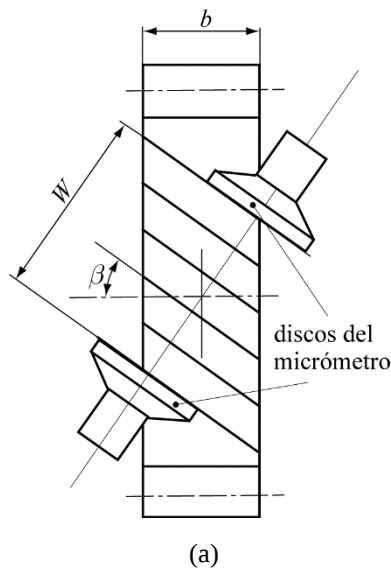


Figura 9: Medición con micrómetro de platillos: (a) Indicación de la distancia cordal W en una rueda helicoidal; (b) Medición de la distancia W con un micrómetro analógico. Fuente: Modificado de [12]

En el caso que aquí se trata de engranajes de dientes helicoidales estándar, el espesor cordal W se calcula según la ecuación (4), que es:

$$W = m_n \cdot \cos(\alpha_n) [\pi(z_m - 0,5) + z \cdot \text{inv}(\alpha_t)] \quad (4)$$

Donde, la expresión del tramo de sector de los dientes es z_m (Ecuación 5):

$$z_m = \frac{\alpha_n \cdot z_v}{180} + 0,5 \quad (5)$$

Y z_v es el número virtual de dientes de un engranaje, que se calcula como (Ecuación 6):

$$z_v = \frac{z}{\cos^3(\beta)} \quad (6)$$

El ángulo de presión transversal α_t se calcula según la expresión de la ecuación 7:

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right) \quad (7)$$

La función involuta para α_t es (Ecuación 8):

$$\text{inv}(\alpha_t) = \tan \alpha_n - \frac{\alpha_t \cdot \pi}{180} \quad (8)$$

Y por último, se determina la anchura de cara mínima b_{min} requerida para la medición del espesor cordal W (Ecuación 9):

$$b_{min} = W \cdot \sin \beta \quad (9)$$

Es importante destacar que, cuando en un engranaje helicoidal la anchura de cara $b < b_{min}$, uno de los puntos centrales de los platillos del micrómetro deja de contactar con el diente y no es posible realizar la medición (Figura 10).

Así, antes de realizar las mediciones, se requiere conocer para cada modelo de engranaje helicoidal los valores de la anchura de cara mínima b_{min} , del tramo de sector de los dientes z_m (número de dientes a colocar entre los platillos) -cuyo valor se aproxima al entero más próximo- y el valor teórico del espesor cordal W para realizar una posterior comparación con las mediciones de sus valores reales. Estos cálculos se realizan utilizando las ecuaciones (4) a (9) antes expuestas. En la tabla 4, se muestran los valores calculados para los modelos de ruedas helicoidales presentados en este trabajo.

Tabla 4: Valores iniciales para realizar la medición del espesor cordal

Modelos	Número de dientes entre los platillos z_m	Espesor cordal W (mm)	Anchura de cara mínima b_{min} (mm)
Modelo 1 ($\beta = 15^\circ$)	3	30,57	7,91
Modelo 2 ($\beta = 25^\circ$)	3	30,78	13,01
Modelo 3 ($\beta = 35^\circ$)	4	43,00	24,67

Como se puede observar de los valores mostrados en la Tabla 4, el modelo 3 de engranajes con un ángulo de hélice de 35° y anchura de cara $b = 20$ mm no cumple con el criterio de anchura de cara mínima ($b_{min} = 24,67$ mm), razón por la que no se puede medir la distancia cordal W con este método. En la Figura 10 se comprueba que, si se intenta realizar la medición con un engranaje del modelo 3, los platillos del micrómetro no hacen un contacto correcto y, por lo tanto, no es posible medir correctamente en este caso. Los resultados de estas mediciones (W_{real}) se exponen en apartado de título “Resultados y discusión”.

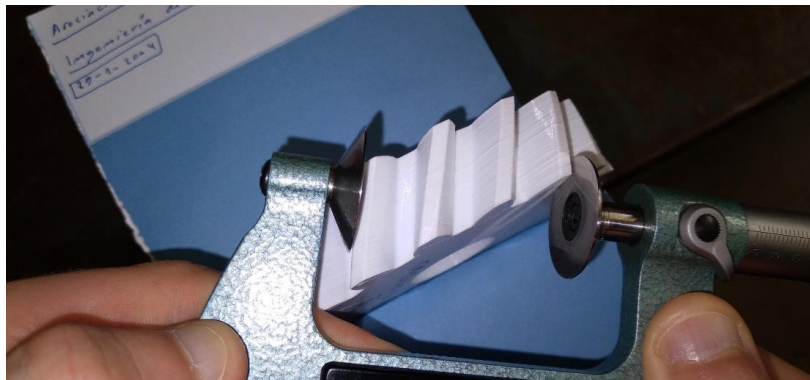


Figura 10: Colocación incorrecta del micrómetro de platillos al realizar la medición, debido a la anchura de cara insuficiente que tienen las ruedas con ángulo de hélice 35° y anchura de 20 mm. Fuente [12]

Medición del grosor del diente mediante el método de varillas calibradas

El tercer método de verificación dimensional del grosor de los dientes de los engranajes aquí expuesto, es que utiliza varillas calibradas (o rodillos calibrados) que es especialmente útil en el caso engranajes helicoidales o con ángulos de presión especiales, tanto en ruedas con dentado exterior como interior [16].

En este método, se utilizan unas varillas calibradas que se colocan sobre los dientes opuestos en la periferia de las ruedas dentadas con dentado exterior, que es el caso aquí tratado (Figura 11). La medida que se toma es la distancia diametral d_m entre las tangentes a dos rodillos opuestos. Esta distancia d_m es diferente en el caso de engranajes con número de dientes pares o impares, como se muestra la Figura 11.



Figura 11: Distancia d_m en ruedas con número de dientes: (a) Pares y (b) Impares. Fuente: Modificado de [12]

En este método, el diámetro de las varillas d_p a utilizar se elige según el módulo m_n y el ángulo de presión normal α_n del engranaje, a partir de calcular previamente el diámetro ideal d'_p y ajustarse a él lo más posible.

Para el cálculo del diámetro ideal d'_p de la varilla, en el caso de rueda helicoidales con dentado exterior, se utiliza la ecuación 10 [16]:

$$d'_p = z_v \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot (\text{inv}(\varphi_v) + \eta_v) \quad (10)$$

Donde el espacio de la mitad del ángulo η_v se calcula según la ecuación 11:

$$\eta_v = \left(\frac{\pi}{2 \cdot \alpha_n} - \text{inv}(\alpha_n) \right) - \frac{2 \cdot \chi_n \cdot \tan \alpha_n}{z_v} \quad (11)$$

Con α'_v ángulo de presión en el punto donde el rodillo es tangente a la superficie del diente (Ecuación 12):

$$\alpha'_v = \cos^{-1} \left(\frac{z_v \cdot \cos(\alpha_n)}{z_v + 2 \cdot \chi_n} \right) \quad (12)$$

Y donde φ_v es el ángulo de presión en el centro de la varilla, que se determina como según la ecuación 13:

$$\varphi_v = \tan \alpha_n + \eta_v \quad (13)$$

Para cada rueda helicoidal con ángulo de hélice β de valor diferente, se requiere utilizar un diámetro de varilla distinto, ya que, para cada modelo, se obtiene un valor diferente de diámetro ideal d'_p de varilla, como se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5: Valores de diámetros de varilla ideales para cada modelo de rueda impreso

Modelos de engranajes	Ángulo de hélice	Diámetro ideal de varillas
	β	d'_p (mm)
Modelo 1	15°	6,91
Modelo 2	25°	6,87
Modelo 3	35°	6,82

Las varillas disponibles en el laboratorio de Tecnologías de Fabricación del Departamento de Ingeniería Mecánica (DEM) de la ETSEIB tienen un diámetro de $d_p = 9$ mm. Aunque este valor difiere del valor ideal, las mediciones son perfectamente realizables, como se muestra más adelante.

Una vez seleccionada la varilla con el diámetro d_p a utilizar en este método de medición, se requiere realizar los cálculos previos para encontrar los valores teóricos (o de referencia) de la distancia diametral d_m entre las tangentes a dos rodillos opuestos [16]. Para ello se utilizan las fórmulas a continuación se muestran, donde los parámetros z , m_n , α_t , φ_v , β y d_p han sido definidos previamente.

La distancia diametral d_m cuando los engranajes tienen un número de dientes impar, como es caso $z = 17$ de los modelos aquí expuestos, se calcula como se muestra en la ecuación 14:

$$d_m = \frac{z \cdot m_n \cdot \cos(\alpha_t)}{\cos(\beta) \cdot \cos(\phi_v)} \cdot \cos \frac{90^\circ}{z} + d_p \quad (14)$$

Para cada modelo de rueda helicoidal con ángulo de hélice β de valor diferente, se obtiene un valor diferente de distancia diametral d_m ideal como se muestra en la tabla 6. Dichas distancias d_m se toman como valores teóricos de referencia, para compararlas con los valores reales medidos con las varillas en cada engranaje.

Tabla 6: Valores de distancia diametral ideales para cada modelo de rueda impreso

Modelos de engranajes	Ángulo de hélice β	Distancia diametral d_m (mm)
Modelo 1	15°	86,17
Modelo 2	25°	90,96
Modelo 3	35°	99,23

El proceso de medición con las varillas en los engranajes con dentado helicoidal, es complicado y requiere de dos personas para poder realizarlo correctamente. La metodología utilizada consiste en fijar el engranaje a medir en un tornillo de banco. Luego, una de las personas sujeta las dos varillas en posiciones opuestas, intentando que sean tangentes a las caras de los dientes helicoidales, aplicando una presión constante. Se recomienda posicionar las varillas de forma horizontal, como se muestra en la Figura 12. Finalmente, una vez posicionadas correctamente, la segunda persona realiza la medición distancia diametral d_{mreal} utilizando en este caso un pie de rey digital marca TESA con rango de medida de 0 a 150 mm y precisión de 0,01 mm. Los resultados de las mediciones de las distancias diametrales reales se exponen en apartado de título “Resultados y discusión”.

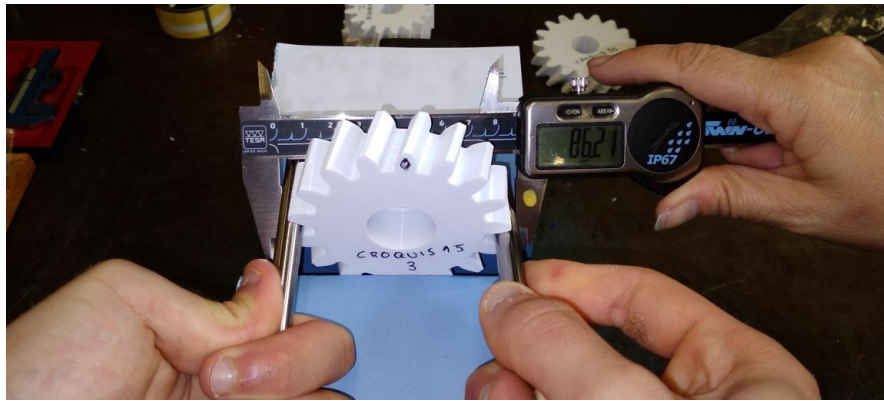


Figura 12: Medición de la distancia diametral en un engranaje helicoidal impreso mediante varillas y pie de rey. Fuente [12]

3. Resultados y discusión

3.1. Resultados y discusión de la medición del grosor del diente por el método de medición basado en el círculo de cabeza usando un calibrador de dientes de engranajes

Para cada modelo de rueda helicoidal y material se imprimieron tres réplicas. En cada una de las ruedas (o réplicas) de los modelos, se realizan 3 medidas en dientes diferentes con el fin de evaluar la variabilidad. La Tabla 7 muestra los valores de s_{1real} obtenidos con cada medida realizada y los parámetros estadísticos media, desviación estándar y error relativo. La Figura 13 muestra la variación de la media, respecto a la medida teórica.

Tabla 7: Medidas del grosor del diente s_{1real} y parámetros estadísticos más relevantes

Modelo	Grosor del diente s_{1real} (mm)				Parámetros estadísticos		
Material	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Media	Medida teórica $\bar{S}_1$	Error relativo (%)	Desviación estándar
Modelo 1 $\beta = 15^\circ$ Nylon	1	6,12	6,34	6,08	6,18	-1,50	0,140
	2	6,40	6,20	6,32	6,37	0,52	0,101
	3	6,42	6,22	6,42	6,35	1,26	0,116
	1	6,48	6,42	6,32	6,41	2,11	0,081

Comparativa de parámetros dimensionales de engranajes impresos

Modelo 2 $\beta = 25^\circ$ Nylon	2	6,34	6,46	6,22	6,34		1,05	0,120
	3	6,18	6,30	6,32	6,27		-0,12	0,076
	1	6,46	6,18	6,28	6,31		0,52	0,142
Modelo 3 $\beta = 35^\circ$ Nylon	2	6,28	6,32	6,38	6,33	6,27	0,84	0,050
	3	6,30	6,22	6,42	6,31		0,62	0,101
	1	6,22	6,26	6,42	6,30		0,41	0,106
Modelo 1 $\beta = 15^\circ$ PLA	2	6,28	6,42	6,18	6,29	6,27	0,30	0,121
	3	6,38	6,22	6,30	6,30		0,41	0,080
	1	6,38	6,12	6,28	6,26		-0,23	0,131
Modelo 2 $\beta = 25^\circ$ PLA	2	6,28	6,18	6,20	6,22	6,27	-0,86	0,053
	3	6,30	6,28	6,32	6,30		0,41	0,020
	1	6,22	6,12	6,10	6,15		-2,03	0,064
Modelo 3 $\beta = 35^\circ$ PLA	2	6,26	6,24	6,30	6,27	6,27	-0,12	0,031
	3	6,12	6,20	6,28	6,20		-1,18	0,080
	1	6,22	6,12	6,10	6,15		-2,03	0,064

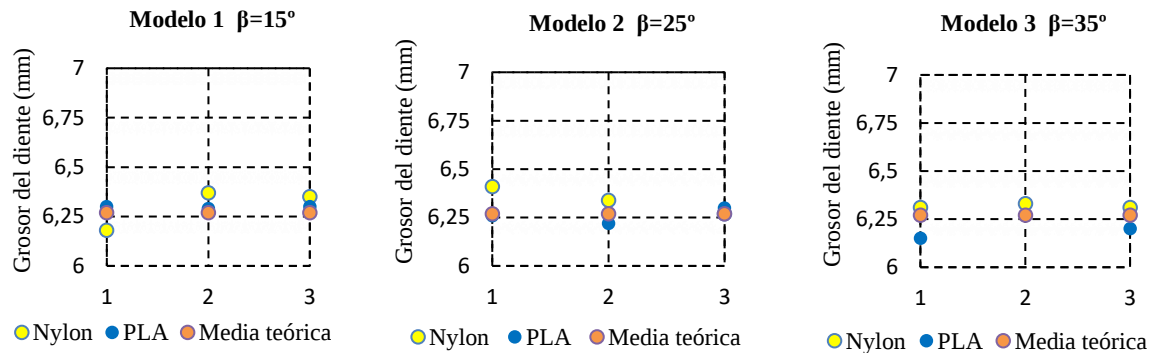


Figura 13: Gráficos de la variación del valor medio del grosor del diente en cada modelo y material.

Del análisis de los datos obtenidos y mostrados en la Tabla 7 y de la Figura 13, se deduce que, en los dos primeros tipos de ruedas dentadas (Modelo 1 con $\beta = 15^\circ$ y Modelo 2 con $\beta = 25^\circ$) impresas con PLA, se han obtenido grosores del diente s_{1real} más cercanos al valor teórico $\bar{s}_1$. Aunque la desviación estándar obtenida entre las mediciones de los diferentes dientes de una rueda es similar para ambos materiales (Nylon y PLA), se puede observar que las mediciones dentro del mismo tipo de engranaje son bastante menos dispersas en el caso de los engranajes de PLA.

Sin embargo, en el caso del modelo 3 (ruedas con $\beta = 35^\circ$), los engranajes de Nylon son los que presentan un error relativo menor respecto al valor teórico y una dispersión estándar también inferior en las medidas de las tres réplicas frente al Modelo 3 impreso en PLA.

Respecto a la desviación estándar obtenida en los diferentes dientes de una misma rueda, el valor medido es similar en ambos tipos de polímeros, aunque en este caso, el PLA presenta una menor diferencia de resultados en el grosor de los dientes. Sin embargo, las piezas de PLA obtienen valores más dispersos si se comparan las piezas con el mismo ángulo de hélice.

Por último, respecto al tipo de geometría (ruedas con diferente ángulo de hélice β), no hay ninguna que destaque sobre las demás. Todas las geometrías presentan valores con un error relativo similar respecto al valor teórico si no se tiene en cuenta el material.

3.2. Resultados y discusión de la medición del grosor del diente por el método de la distancia cordal W usando un micrómetro de platillos

Para cada una de las ruedas impresas (en este caso sólo los modelos 1 y 2), se han realizado tres mediciones de la distancia cordal W_{real} en zonas diferentes, lo que permite evaluar la variabilidad. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 9 junto con los valores de los parámetros estadísticos media, desviación estándar y error relativo. La Figura 14 muestra la variación de la media de la distancia cordal, respecto a la medida teórica.

Tabla 8: Medidas de la distancia cordal W_{real} y parámetros estadísticos más relevantes

Modelo		Distancia cordal W_{real} (mm)				Parámetros estadísticos		
Material		Medida 1	Medida 2	Medida 3	Media	Medida teórica W	Error relativo (%)	Desviación estándar
Modelo 1 $\beta = 15^\circ$ Nylon	1	30,59	30,85	30,75	30,73		0,51	0,1311
	2	30,62	30,62	30,77	30,69	30,57	0,39	0,0751
	3	30,61	30,74	30,76	30,70		0,43	0,0814
Modelo 2 $\beta = 25^\circ$ Nylon	1	31,09	30,87	30,94	30,97		0,60	0,1124
	2	30,85	30,86	30,85	30,85	30,78	0,23	0,0058
	3	30,89	30,83	30,98	30,90		0,39	0,0755
Modelo 1 $\beta = 15^\circ$ PLA	1	31,17	31,28	31,16	31,20		2,06	0,0666
	2	31,27	31,08	31,24	31,20	30,57	2,04	0,1021
	3	31,26	31,18	31,08	31,17		1,96	0,0902
Modelo 2 $\beta = 25^\circ$ PLA	1	31,18	31,11	31,22	31,17		1,26	0,0557
	2	31,22	31,09	31,24	31,18	30,78	1,31	0,0814
	3	31,18	31,24	31,18	31,20		1,36	0,0346

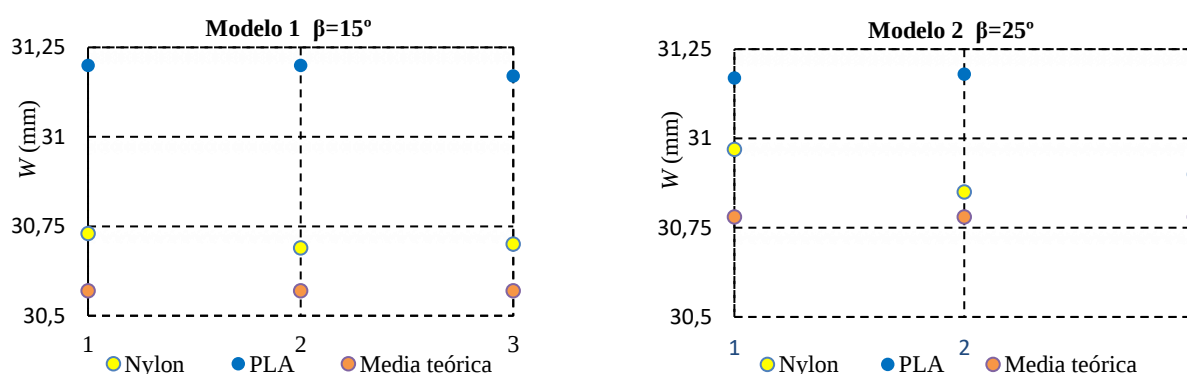


Figura 14: Gráficos de la variación del valor medio de la distancia cordal W en los modelos 1 y 2 y ambos materiales.

El análisis de los datos de la Tabla 8 y de los gráficos de la Figura 14 permite ver que los engranajes fabricados con Nylon han obtenido un valor de distancia cordal más próximo al valor teórico de referencia. Se observa que los engranajes de PLA han presentado un error relativo de alrededor del 1% al 2%, mientras que los engranajes de Nylon tienen un error relativo máximo del 0,6%. Los valores del espesor cordal de las ruedas de PLA son mayores que los valores de las ruedas de Nylon. Esto se debe probablemente a que las poliamidas tienen un factor de contracción térmica (entre un 0,7 % y un 3% en el caso de la poliamida 66 aquí usada) superior al PLA (que está entre un 0,3% y 0,5%) y, por tanto, al enfriarse, las ruedas de Nylon experimentan una contracción mayor [15].

Respecto a la desviación de las medidas realizadas en una misma pieza, los valores obtenidos en los dos materiales han sido similares, teniendo los engranajes de PLA una dispersión ligeramente menor. Por otro lado, las ruedas impresas con material PLA muestran medidas menos dispersas entre las piezas con la misma geometría. Se destaca

que, en los dos materiales, los valores de las medidas realizadas siempre se encuentran por encima del valor teórico de referencia.

3.3. Resultados y discusión de la medición del grosor del diente por el método de la distancia diametral utilizando varillas calibradas

El procedimiento de medición de la distancia diametral en los engranajes helicoidales impresos, se repite tres veces por cada rueda dentada en pares de dientes diferentes, para considerar de este modo la variabilidad. La tabla 9 muestra las medidas obtenidas, junto con parámetros estadísticos media, desviación estándar y error relativo. La Figura 15 muestra la variación de la media de la distancia diametral, respecto a la medida teórica.

Tabla 9: Medidas de la distancia diametral d_{mreal} y parámetros estadísticos más relevantes

Modelo		Distancia diametral d_{mreal} (mm)				Parámetros estadísticos		
Material		Medida 1	Medida 2	Medida 3	Media	Medida teórica d_m	Error relativo (%)	Desviación estándar
Modelo 1 $\beta = 15^\circ$ Nylon	1	86,32	86,35	86,13	86,27		0,11	0,1193
	2	86,41	86,55	86,33	86,43	86,18	0,30	0,1114
	3	85,96	86,15	86,7	86,27		0,12	0,3843
Modelo 2 $\beta = 25^\circ$ Nylon	1	90,92	90,63	90,36	90,64		-0,35	0,2801
	2	90,42	90,31	90,32	90,35	90,96	-0,67	0,0608
	3	90,78	90,75	90,83	90,79		-0,19	0,0404
Modelo 3 $\beta = 35^\circ$ Nylon	1	99,76	99,56	99,22	99,51		0,28	0,2730
	2	99,27	99,32	99,45	99,35	99,23	0,11	0,0929
	3	99,31	99,13	99,41	99,28		0,05	0,1419
Modelo 1 $\beta = 15^\circ$ PLA	1	85,95	86,4	86,6	86,32		0,17	0,3329
	2	85,87	86,37	86,31	86,18	86,18	0,02	0,2730
	3	86,34	86,19	86,32	86,28		0,13	0,0814
Modelo 2 $\beta = 25^\circ$ PLA	1	90,32	90,84	90,64	90,6		-0,39	0,2623
	2	90,95	90,45	90,76	90,72	90,96	-0,26	0,2524
	3	90,62	90,91	90,78	90,77		-0,21	0,1453
Modelo 3 $\beta = 35^\circ$ PLA	1	99,35	99,41	99,49	99,42		0,18	0,0702
	2	99,22	99,25	99,24	99,24	99,23	0,00	0,0153
	3	99,01	99,03	99,15	99,06		-0,17	0,0757

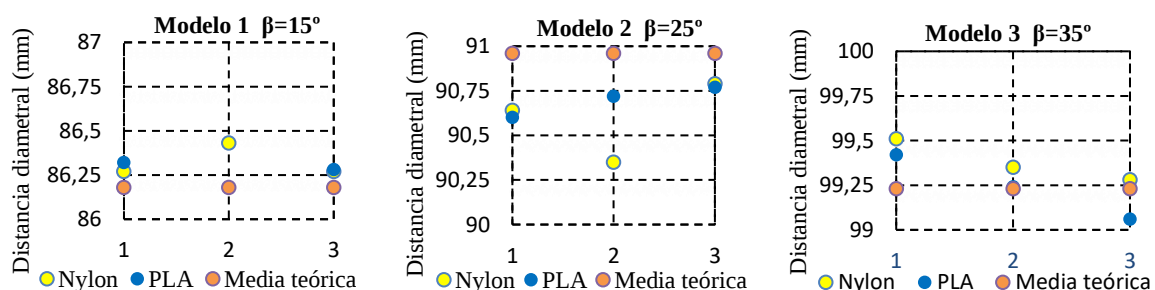


Figura 15: Gráficos de la variación de la media de la distancia diametral d_{mreal} en los tres modelos y ambos materiales.

De los resultados mostrados en la Tabla 9 y en la Figura 15 se puede observar que las ruedas impresas en PLA han mostrado un valor de distancia d_{mreal} más cercano al teórico d_m en comparación con las ruedas de Nylon. En cuanto a la dispersión de los resultados medidos para cada tipo de engranaje, las ruedas de PLA presentan una menor variabilidad.

Analizando las diferencias obtenidas en función del ángulo de hélice de los engranajes, se puede observar, que para el caso donde $\beta = 15^\circ$, se obtiene la mínima variabilidad del grosor del diente en las medias de las mediciones, mientras que para el ángulo $\beta = 35^\circ$ la dispersión de valores es máxima. Este hecho puede deberse a la mayor dificultad para sujetar correctamente los rodillos a medida que el ángulo de hélice aumenta, lo que genera resultados más dispersos.

En general, los errores relativos rondan el 0,25%, con un valor máximo de 0,67% y valores tanto positivos como negativos. Finalmente, cabe destacar que en los engranajes con un ángulo de hélice $\beta = 25^\circ$, se han medido únicamente valores por debajo de la medida teórica, mientras que, en las ruedas con $\beta = 15^\circ$, las mediciones obtenidas han estado en todo momento por encima de la medida teórica.

4. Resumen de los resultados alcanzados en las mediciones dimensionales realizadas

En cuanto a las medidas de espesor cordal W_{real} con el micrómetro de platillos, los engranajes impresos con Nylon obtienen valores más cercanos a los teóricos W , aunque presentan una mayor dispersión de los resultados en las mediciones de las piezas con el mismo ángulo de hélice β .

Por el contrario, en las mediciones del grosor del diente s_{1real} con el calibrador de dientes de engranajes (o pie de rey de módulo), los engranajes de PLA se acercan más al valor teórico s_1 y la variabilidad entre medidas es menor en el caso de los engranajes con $\beta = 15^\circ$ y $\beta = 25^\circ$. Para los engranajes con ángulo de hélice $\beta = 35^\circ$, las piezas de Nylon presentan valores más ajustados y con menos variabilidad que las de PLA.

Respecto a las mediciones de la distancia diametral d_{mreal} utilizando varillas calibradas, los engranajes impresos con PLA destacan por obtener medidas con menos variabilidad y más centradas en el valor teórico.

5. Conclusiones

En este trabajo se presenta la comparativa de parámetros dimensionales de engranajes cilíndricos de dientes helicoidales fabricados mediante la tecnología de modelación por deposición fundida (FDM) utilizando como materiales el ácido poliláctico (PLA) y la poliamida (Nylon). Los parámetros medidos son el grosor del diente s_{1real} , la distancia cordal W_{real} y la distancia diametral d_{mreal} . Para las mediciones se han utilizado tres métodos de medición: a) el método basado en el círculo de cabeza, b) el método de la distancia cordal y c) método de medición basado en varillas calibradas respectivamente.

Los engranajes se han modelado con el software *SolidWorks*, aprovechando las bondades de su biblioteca de elementos mecánicos normalizados *Toolbox*. Se han creado tres modelos de engranajes helicoidales que difieren en el ángulo de hélice β , éstos son: el modelo 1 con $\beta = 15^\circ$, el modelo 2 con $\beta = 25^\circ$ y el modelo 3 con $\beta = 35^\circ$, todos ellos con el mismo módulo de 4 mm y con 17 dientes. En el trabajo se exponen los principales valores de los parámetros geométricos de estos modelos. Los modelos se han impreso en una impresora de escritorio BCN3D Sigma R19, ajustando los parámetros de impresión para cada material.

Del análisis de las mediciones realizadas se concluye que:

- La distancia cordal W_{real} de los engranajes de Nylon toma un valor más cercano al valor teórico W que la de los fabricados con PLA. Sin embargo, las ruedas fabricadas con Nylon presentan una mayor variabilidad en las medidas.
- En el caso del grosor del diente s_{1real} , en las ruedas con ángulo de hélice $\beta = 15^\circ$ y $\beta = 25^\circ$, las medidas obtenidas en las ruedas dentadas de PLA han sido más ajustadas al valor teórico y tenían una dispersión menor que las ruedas de Nylon. En el caso de los engranajes con $\beta = 35^\circ$, los resultados obtenidos han sido opuestos, obteniéndose unas medidas de las piezas de Nylon más precisas y con menos dispersión que las de PLA.
- En relación a las medidas de la distancia diametral d_{mreal} mediante varillas, los engranajes de PLA han resultado tener errores inferiores y medidas menos dispersas. La metodología usada para esta medida ha sido complicada y a este hecho se le atribuye una dispersión alta en las medidas.

Se puede concluir que los resultados obtenidos con los dos materiales (PLA y Nylon) son bastante precisos, obteniéndose errores respecto a los valores teóricos de décimas de milímetro.

6. Agradecimientos

Los autores quieren agradecer a la Agencia Estatal de Investigación (AEI) y al Centro de Cooperación y Desarrollo (CCD) de la Universitat Politècnica de Catalunya, por los recursos proporcionados para el desarrollo de este trabajo que ha sido financiado con los proyectos PID2020-115647RB-C21 “Obtención de prótesis para sustitución de tejido óseo mediante impresión 3D por extrusión y posterior sinterizado” y CCD-2023-B011 “Transformació de la pràctica quirúrgica a un hospital d’Holguín (Cuba) mitjançant la incorporació de la fabricació additiva a l’obtenció de models quirúrgics” respectivament.

7. Referencias

- [1] Buj-Corral, I.; Zayas-Figueras, E.E., “Comparative study about dimensional accuracy and form errors of FFF printed spur gears using PLA and Nylon”, *Polymer Testing*, **117**, 107862 (2023)
- [2] Zayas-Figueras E.E.; Buj-Corral I., “Comparativa de errores de forma, dimensiones y acabado superficial de elementos mecánicos impresos por Fabricación por Filamento Fundido”, *Actas del XXIV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica* **1**, 25-36, Las Palmas (2023)
- [3] Davis, J. R. Gear materials, properties, and manufacture. ASM international, United States of America (2005)
- [4] Gupta, K., et al., “Chapter 4 - Advances in Gear Manufacturing Advanced”. *Gear Manufacturing and Finishing*, Academy Press, (2017)
- [5] GRUPO GAES Sistemas mecánicos. URL: <https://grupogaes.com/tienda/transmision/transmision-mecanica/engranajes-de-plastico-stagnoli/>
- [6] Melett precision engineering turbocharges and parts. URL: <https://www.melett.es/literatura/valvulas-melett/> (Enero 2025)
- [7] Budzik, G. “The Use of the Rapid Prototyping Method for the Manufacture and Examination of Gear Wheels”, *Advanced Applications of Rapid Prototyping Technology in Modern Engineering*, IntechOpen, (2011)
- [8] Gibson, I.; Rosen, D.; Stucker, B. “Additive Manufacturing Technologies: 3D Printing, rapid prototyping, and direct digital manufacturing”. Springer, New York, USA (2015)
- [9] Riba, C. “Mecanismes i màquines II: Transmissions d’engranatges”, Edicions UPC, Barcelona (1999)
- [10] ISO 52900. “Additive manufacturing. General principles. Fundamentals and vocabulary”. (2021)
- [11] Vasilescu, M.D., Fleiser, T. “Influence of technological parameters on the dimension of GEAR parts generated with PLA material by FDM 3D printing”. *Mater. Plast.*, **55**, 247–251 (2018)
- [12] Godó Estany, O. “Estudi comparatiu sobre la precisió dimensional, geomètrica i l’acabat superficial d’engranatges cilíndrics helicoidals impresos amb PLA i Nylon”. Trabajo de Fin de Grado. Universitat Politècnica de Catalunya, (2023)
- [13] García Collado, O. “Comparativa de la geometría y el acabado superficial de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales impresos por FDM en distintos materiales”. Tesis de Maestría. Universitat Politècnica de Catalunya, (2021).
- [14] I. Buj-Corral; A. Bagheri; M. Sivatte-Adroer, “Effect of printing parameters on dimensional error, surface roughness and porosity of FFF printed parts with grid structure”, *Polymers*, **13**, 1213 (2021).
- [15] Filament2print, “Shrinkage of parts in 3D printing and Warping”. https://filament2print.com/gb/blog/136_warping-contractions-3D-printing-parts.html (Enero 2025).
- [16] KHK Gears - Stock Gear Manufacturer. “Tooth Thickness”. https://khkgears.net/new/gear_knowledge/gear_technical_reference/tooth-thickness.html (enero 2025)