



Uso de herramientas de visión artificial para la estimación de la fuerza de contacto entre pantógrafo y catenaria ferroviaria

A.M. Pedrosa¹, M. Tur¹, F. Rubio¹, J. Giner¹, S. Gregori¹, J. Gil¹, A. Correcher², N.H. Aldaz¹

¹ Instituto de Ingeniería Mecánica y Biomecánica, Universitat Politècnica de València, anpedsan@dimmm.upv.es, manuel.tur@mcm.upv.es, frubio@mcm.upv.es, juanginer@upv.es, sangreve@upv.es, jaigiro@upv.es, nhaldsac@upvnet.upv.es

² Instituto Universitario de Automática e Informática Industrial, Universitat Politècnica de València, ancorsal@upv.es

La interacción entre el pantógrafo y la catenaria en sistemas ferroviarios es clave para garantizar una captación de corriente eficiente. Los problemas asociados son, por un lado, desgaste excesivo cuando las fuerzas de contacto son demasiado elevadas y, en el lado opuesto, la aparición de despegues cuando el valor de la dicha fuerza es reducido. Estos despegues, además de interrumpir el suministro de corriente, pueden generar arcos eléctricos que aceleran el desgaste de los elementos en contacto. Por esta razón, la normativa ferroviaria emplea la desviación típica de la fuerza de contacto como el principal indicador de calidad del sistema de captación de corriente.

La medida de la fuerza de contacto en vía se realiza mediante trenes auscultadores dotados de pantógrafos instrumentados. Sin embargo, esta técnica presenta limitaciones como la influencia en el comportamiento dinámico del pantógrafo de los dispositivos empleados en la medida (acelerómetros y células de carga) o su coste económico, entre otros. Ante esta problemática, surge la necesidad de desarrollar métodos no invasivos, fiables y de bajo coste para una monitorización continua y eficiente.

En este trabajo se propone una metodología no invasiva basada en técnicas de visión artificial para estimar la fuerza de contacto a través del análisis del movimiento del pantógrafo capturado por cámaras de alta resolución. Usando un modelo dinámico lineal del pantógrafo y una estimación de horizonte móvil, se busca inferir la fuerza de contacto a partir del desplazamiento y la velocidad obtenidas mediante el procesamiento de las imágenes.

La validación de la metodología se realiza en un banco de ensayos de pantógrafos, el cual está equipado con cámaras, sensores de posición y células de carga. Los ensayos se gobiernan desde un sistema dotado con un controlador en tiempo real que garantiza la sincronización.

La técnica podría ser adaptable a cualquier vehículo ferroviario, permitiría planes de mantenimiento personalizados y la reducción de costes, marcando un avance significativo en la sostenibilidad y eficiencia de los sistemas ferroviarios.

1. Introducción

El ferrocarril ha sido un medio de transporte crucial para el desarrollo económico y tecnológico global, destacando por su eficiencia, seguridad e impacto ambiental reducido, especialmente con la electrificación y la alta velocidad, que han revolucionado la movilidad. Sin embargo, el desarrollo del tren de alta velocidad presenta limitaciones debido, entre otros aspectos, a los problemas derivados de la variación de fuerza en la interacción pantógrafo-catenaria. En este contexto, uno de los principales retos es la monitorización continua de dicha fuerza de contacto que permita la implementación de mecanismos que optimicen el rendimiento y prolonguen la vida útil de las infraestructuras. El método actual para la medida de la fuerza de contacto del hilo con los frotadores consiste en el uso de unidades especiales o trenes auscultadores equipados con pantógrafos instrumentados[1], presentan limitaciones significativas, ya que, por un lado, su uso generalizado no es viable debido a su elevado coste y, por otro lado, las alteraciones en el comportamiento dinámico provocadas por los dispositivos de medición dificultan la extrapolación de las medidas obtenidas en pantógrafos estándares.

Este trabajo aborda la problemática mencionada y propone una solución basada en el uso de herramientas de visión artificial para estimar la fuerza de interacción entre el pantógrafo y la catenaria. La metodología propuesta consiste en estimar, en primer lugar, la posición y la velocidad a partir de las imágenes capturadas. Una vez obtenida la cinemática, se inferirá la fuerza de contacto en cada instante de tiempo. Para este fin se utilizará un modelo dinámico que represente el comportamiento del pantógrafo.

Una de las principales ventajas de esta aproximación experimental es la posibilidad de implementar un sistema de control activo en tiempo real que regule la fuerza entre pantógrafo y catenaria sin necesidad de disponer de un pantógrafo instrumentado. Esto permitiría reducir las oscilaciones generadas por la interacción, solucionando parcialmente esta limitación tecnológica y, en última instancia, favoreciendo un incremento en la velocidad máxima alcanzable por el tren.

El objetivo principal de este trabajo es aplicar métodos de análisis de imagen para determinar, con la máxima precisión posible, la fuerza de interacción entre el pantógrafo y la catenaria. Para ello, se ha empleado un banco de ensayos HiL (Hardware-in-the-Loop) desarrollado por el grupo de trabajo. Este sistema cuenta con un motor vertical que simula la posición del punto de contacto. También dispone de un motor horizontal que reproduce el descentramiento del hilo de contacto, pero no ha sido empleado en este trabajo.

En los ensayos HiL, la fuerza de interacción se mide mediante células de carga ubicadas entre el vástago del motor y los frotadores de un pantógrafo real. La fuerza obtenida se envía al ordenador que se encarga de calcular la posición vertical del siguiente punto de contacto y enviarla al controlador del motor. El proceso que se repite cada 2 ms. En la referencia [2] puede encontrarse una descripción pormenorizada del banco de ensayos. La Fuerza y la posición del motor registrados en cada instante de tiempo se emplearán para validar la metodología.

En el Apartado 2 se presentan los elementos principales del banco de ensayos utilizados para la implementación de la metodología. Posteriormente, en el Apartado 3, se describen las distintas fases del procedimiento, junto con los resultados parciales obtenidos en cada etapa. Finalmente, el documento concluye con un análisis de los resultados y una discusión sobre la dirección en la que se puede seguir avanzando para su desarrollo y aplicación futura.

2. Sistema experimental

El pórtico del banco de ensayos se ha construido con perfiles de aluminio comerciales Bosch Rexroth. En su parte superior se encuentra el motor lineal Lin-Mot PS10-70 encargado de reproducir la posición vertical del punto de contacto entre la catenaria y el pantógrafo. Las dos células de carga U2B/500N de HBK, con capacidad para medir fuerzas de hasta 500 N, están instaladas entre el extremo del vástago del motor y los frotadores del pantógrafo.

La medida de la posición se realiza mediante el controlador del motor gracias a un sensor externo de posición MS01-1/D-SSI de Lin-Mot. Las señales captadas por los dispositivos de medición son amplificadas, acondicionadas y enviadas al sistema cRIO 9040 de tiempo real, que gestiona y controla el ensayo.

El pantógrafo utilizado es un modelo DSA-380, empleado en trenes de alta velocidad. Éste se apoya en el suelo y se posiciona en su configuración de trabajo mediante un sistema neumático que suministra presión a la balona del pantógrafo.

La cámara utilizada en este estudio corresponde al modelo boA1936-400cm de la marca BASLER. Este dispositivo ofrece una velocidad de adquisición de hasta 400 fotogramas por segundo (fps) y una resolución de 1936x1464 píxeles. Para evitar que la imagen se contaminara por la frecuencia del parpadeo de la luminaria fluorescente del laboratorio, los ensayos se realizaron con luz natural o con una lámpara LED específica para visión artificial (PRH1612A de DCM Sistemas). La conexión al sistema de adquisición se realiza mediante Ethernet, mientras que la sincronización con el sistema de control se lleva a cabo mediante señales de disparo (trigger). El formato de

imagen empleado durante los ensayos es monocromático, lo cual permite aprovechar las ventajas de la escala de grises, como una mayor resolución efectiva y un mejor nivel de detalle en las imágenes obtenidas. En los ensayos se ha utilizado la lente C11-1220-12M-P f12mm, ideal para aplicaciones de corta y media distancia. La Figura 1 muestra los principales elementos del banco de ensayos empleados en el desarrollo de la metodología.

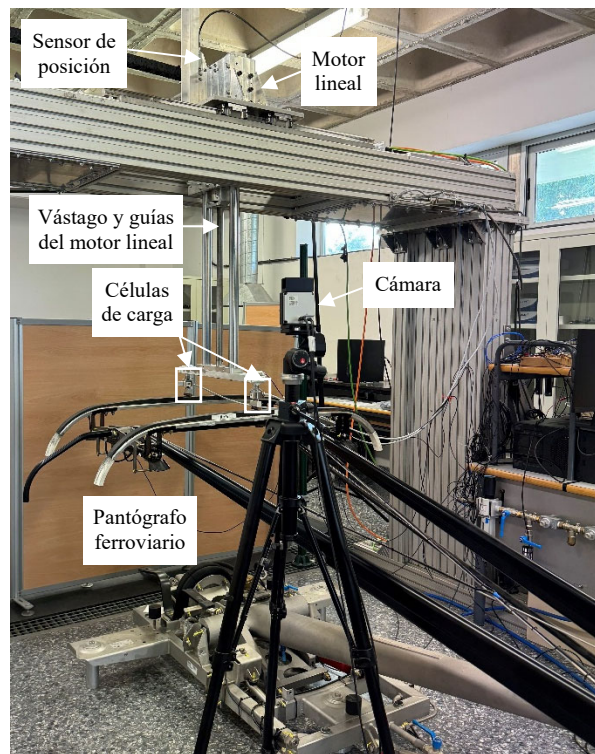


Figura 1: Banco de ensayos de pantógrafos ferroviarios.

3. Metodología experimental y resultados

En este apartado se describe el procedimiento experimental desarrollado y los resultados obtenidos, comenzando con el procesamiento de las imágenes para obtener la posición y velocidad del frotador del pantógrafo y continuando con la estimación de la fuerza de contacto.

3.1. Región de interés dinámica

El primer paso de la metodología consiste en definir una Región de Interés (ROI, por sus siglas en inglés), eliminando de la imagen la información que no es relevante. Esta selección inicial permite reducir significativamente el coste computacional, al mismo tiempo que mejora la precisión del análisis y minimiza el ruido, al enfocarse en una zona representativa y nítida del objeto en movimiento. En los siguientes pasos de la metodología, se definirán nuevas ROIs a partir de esta primera.

En los ensayos realizados, se adhirió al frotador del pantógrafo una cinta adhesiva blanca con patrones negros (Figura 2a). La ventaja de usar este tipo de patrones es que el alto contraste entre el negro y el blanco facilita el reconocimiento automático, al tiempo que reduce los errores provocados por reflejos o variaciones de color en los elementos del pantógrafo.

A continuación, se definió la primera Región de Interés (ROI-1), en este caso un recorte del primer fotograma de la secuencia de imágenes captadas por la cámara alrededor de uno de los patrones. De todos los patrones evaluados, se escogió el cuadrado sólido de 10x10 mm de la Figura 2b. En la Figura 2c puede verse con línea roja, la ROI-1 localizada automáticamente, la cruz verde indica el centro de la ROI-1.

El método implementado realiza el seguimiento del objeto contenido en la ROI-1 a lo largo de los fotogramas sucesivos, proporcionando en cada instante de tiempo su posición y la velocidad. Como comentario adicional, la definición inicial de la ROI-1 se realiza de forma manual, mediante un recorte del primer fotograma y será válido mientras no se mueva la cámara de posición. Este aspecto es relevante en un contexto práctico ya que este ajuste es necesario solo durante la instalación y puesta en marcha del sistema.

Posteriormente, la detección del patrón se realiza automáticamente en el primer fotograma de la secuencia en análisis, mediante una función de correlación cruzada normalizada (NCC por sus siglas en inglés) específica para la búsqueda de plantillas [3]. Esta función logra encontrar la mejor coincidencia dentro del fotograma completo la ROI-1, comparando regiones locales.

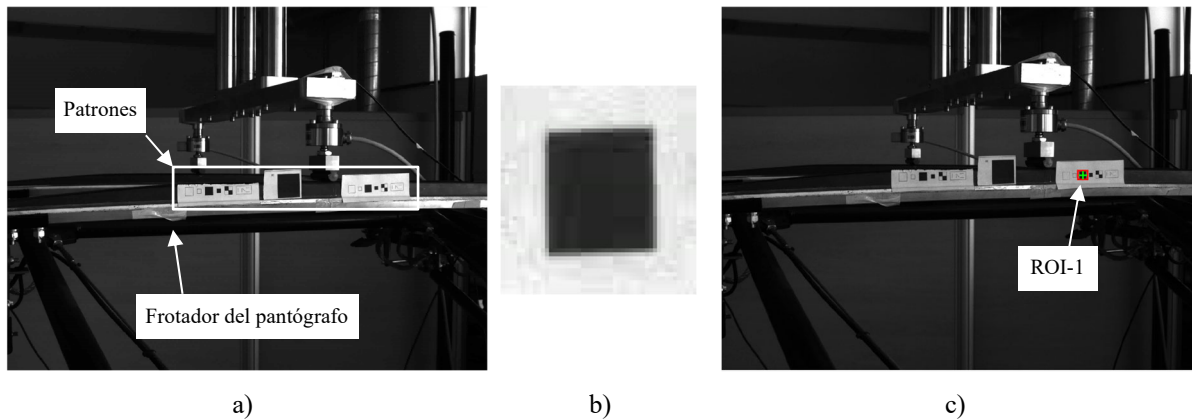


Figura 2: Definición de la ROI. a) Fotografía 1 b) Región de interés ROI-1 c) Detección automática del patrón.

En los siguientes fotogramas, se empleará la posición detectada en el fotograma inicial para definir nuevas Regiones de Interés con distinto tamaño según la finalidad buscada. Además, a lo largo de la secuencia de imágenes, la ROI se desplaza teniendo en cuenta la velocidad y posición calculadas con el análisis de imagen. El carácter dinámico de la ROI permite enfocar el estudio exclusivamente en la región seleccionada, reduciendo la cantidad de datos procesados y minimizando errores por contaminación de la imagen, aspectos fundamentales en aplicaciones en tiempo real.

3.2. Determinación de la posición mediante análisis de imagen

La posición se obtiene de forma sencilla sobre la imagen convertida a escala de grises. Tras la detección en el primer fotograma del patrón, se define una nueva Región de Interés (ROI-2) centrada en la posición en la que se ha detectado el patrón. La anchura en este caso es de un píxel.

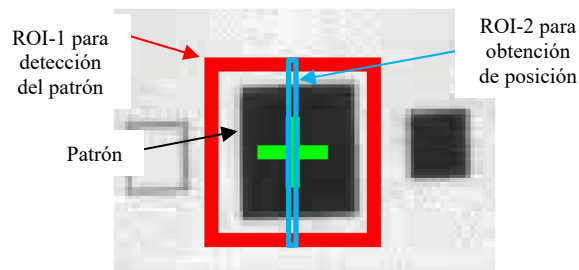


Figura 3: ROI para la obtención de posición.

Para localizar la posición del patrón (del frotador), se recorre uno a uno los píxeles de la ROI-2 evaluando su tono de gris y comparándolo con un umbral previamente definido. El primer píxel de la ROI-2 cuyo tono de gris es inferior a un umbral predefinido, indica el inicio del patrón. Una vez identificado, su posición queda determinada. En los siguientes fotogramas, el procedimiento es similar, pero en esta ocasión la ROI-2 en la que se centra la búsqueda se desplaza en la imagen teniendo en cuenta el desplazamiento estimado en el fotograma anterior, por esta razón, la altura de la ROI debe ser superior al máximo desplazamiento esperable por fotograma.

Otra parte fundamental previa a todo este proceso será la definición del umbral de gris, ya que marcará qué píxeles se considerarán oscuros, y, por consiguiente, si forman parte del patrón a localizar. La decisión de dicho umbral se basa en la consulta del tono de los píxeles del borde del patrón, como se muestra en la Figura 4. Una ventaja de evaluar la posición absoluta en cada fotograma directamente desde la imagen es la robustez, ya que la localización de la región es independiente en cada instante de tiempo. El uso de patrones con un contraste significativo mejora la eficiencia. En este caso la precisión alcanzada tiene nivel de píxel.

Si bien el umbral de gris elegido no es relevante en las condiciones de iluminación constante del ensayo, sí que sería de gran importancia en las condiciones de funcionamiento reales. Los cambios en la iluminación comportan una variación del tono de gris de los píxeles de la imagen, por lo que habrá que tener en cuenta esta posible variación en la definición del umbral de gris considerado. Sin embargo, como se puede ver en la Figura 4, debido a la definición de la cámara, el cambio de color producido en el borde del patrón es ligeramente progresivo. Por tanto, bastaría con fijar el umbral en un rango de tono intermedio, de forma que, aun habiendo cambios en la iluminación, siempre se incluyese uno de los píxeles del límite del patrón. En los ensayos realizados, se estableció

el umbral en $R = 90$. La definición del umbral de gris solo sería necesario realizarla la primera vez que se ponga en funcionamiento el sistema, de forma análoga a la definición del patrón.

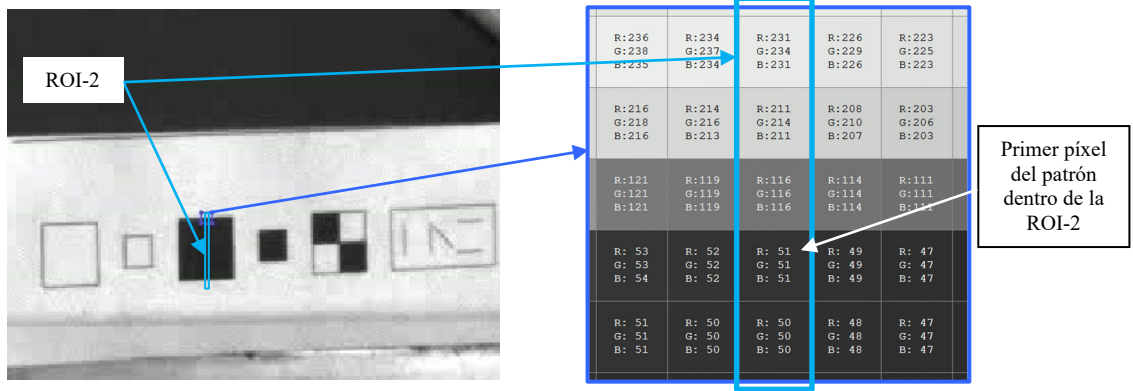


Figura 4: Información de tono de píxeles de un fragmento de la imagen en escala RGB. Detalle de ROI-2

La Figura 5 muestra el resultado en un ensayo en el que se impone un desplazamiento correspondiente al del punto de contacto de una catenaria ferroviaria interaccionando con un pantógrafo que circula a 300 km/h. La gráfica muestra el desplazamiento vertical del frotador del pantógrafo respecto a su posición inicial. Para medir la validez del método se ha calculado el coeficiente de correlación de Pearson (ρ_{xy}) entre el valor medido (x) y el estimado (y). En este caso, la correlación obtenida es del 99.99%.

$$\rho_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y} \right) \quad (1)$$

Donde $\bar{x}$, $\bar{y}$ y σ_x , σ_y son la media y la desviación estándar de los datos comparados.

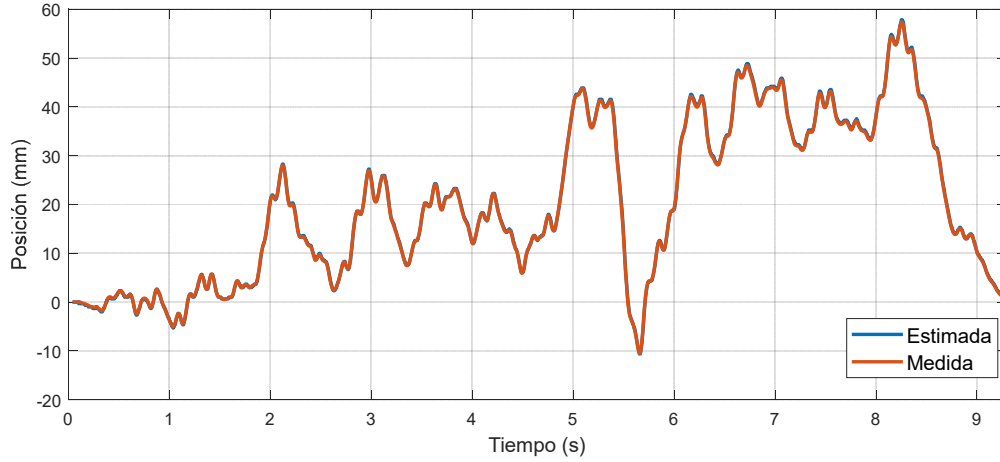


Figura 5: Resultado de la estimación del desplazamiento.

3.3. Determinación de la velocidad mediante análisis de imagen

El cálculo de la velocidad consiste en realizar un análisis de flujo óptico a partir de la secuencia de imágenes. Este método estima el flujo de movimiento aparente de la ROI de la escena visual del observador (la cámara) causado por su movimiento relativo respecto de este. Para el análisis de velocidad, se define una nueva Región de Interés ROI-3 centrada también en el patrón definido, ver Figura 6. En este caso conviene elegir una ROI de mayor tamaño, ya que la velocidad se calcula como promedio de la velocidad estimada a nivel de píxel, por tanto, elegir una población mayor, en principio es beneficioso.

El análisis proporciona un campo de vectores con la dirección y magnitud de la velocidad para cada uno de los píxeles de la región analizada. De los métodos existentes, el de Farneback [4] parece el más adecuado a la aplicación desarrollada. La secuencia del método es la siguiente:

- 1) Modelado polinómico de la imagen: La imagen se modela utilizando pequeñas ventanas locales para cada píxel, y la intensidad se determina como una función polinómica. Esta aproximación representa la variación de la intensidad en esa pequeña región.

- 2) Estimación del desplazamiento: Se realiza una primera estimación del flujo óptico, calculando la variación de la intensidad como una función del desplazamiento. Esto proporciona una aproximación inicial para cada una de las ventanas.
- 3) Interpolación del desplazamiento: Se lleva a cabo un refinamiento iterativo mediante interpolación. El flujo óptico calculado previamente se corrige y se repite este proceso hasta que el flujo converge a un valor estable.
- 4) Multi-escalado piramidal: Se utiliza un enfoque piramidal en múltiples escalas, procesando la imagen a diversas resoluciones, desde una más baja a una más alta. Se construye una pirámide de imágenes, reduciendo la resolución en cada nivel, y se estima el flujo óptico para la resolución más baja. Después, se utiliza este flujo para inicializar el flujo de la resolución inmediatamente superior y así, se repite con cada uno de los niveles de la pirámide.

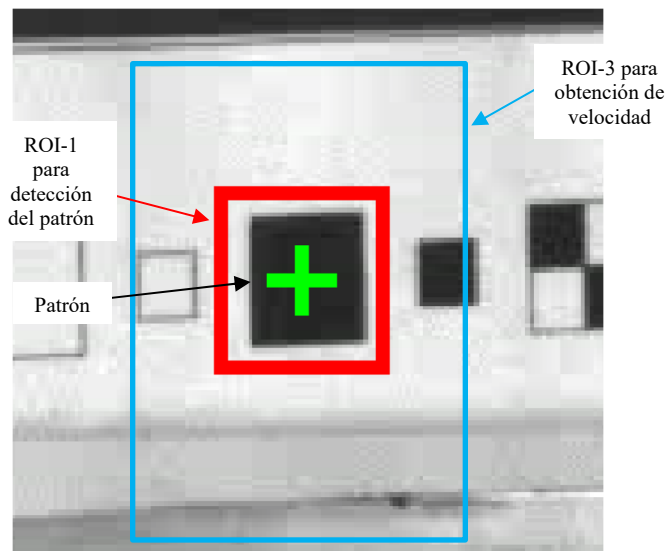


Figura 6: ROI para la obtención de velocidad.

Este método presenta una precisión subpíxel. La velocidad se calcula usando el promedio del flujo óptico de los píxeles de la imagen. Antes de hacer el promediado de la velocidad, se eliminan los datos anómalos correspondientes a los siguientes casos, por un lado, los píxeles del interior del patrón o del fondo blanco, apenas sufrirán cambio en la tonalidad proporcionando velocidades cercanas a cero, sin embargo, no representan movimiento real, por tanto, son eliminados del promediado. Por otro lado, algunos píxeles pueden mostrar cambios de tonalidad debido a la iluminación o irregularidades en el patrón y no al movimiento. La Figura 7 muestra ambos fenómenos.

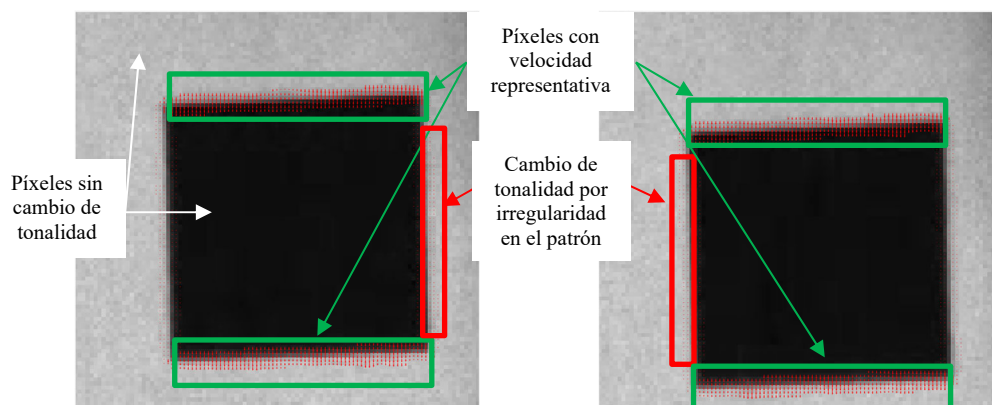


Figura 7: Velocidad estimada mediante flujo óptico en dos fotogramas.

Para filtrar el ruido provocado por cambio en la tonalidad ajeno al movimiento, primero se descartan velocidades extremas basadas en la media. Luego, se identifica el intervalo más frecuente y se eliminan valores fuera de un rango más ajustado. Así, se refina la medición eliminando valores atípicos y dejando solo las velocidades más representativas. La Figura 8 muestra la comparación de la velocidad obtenida por diferencias centradas a partir del

desplazamiento medido en el banco de ensayos (ver Figura 5) con la estimada con flujo óptico en un ensayo. La correlación obtenida en la estimación de la velocidad es del 99.62%.

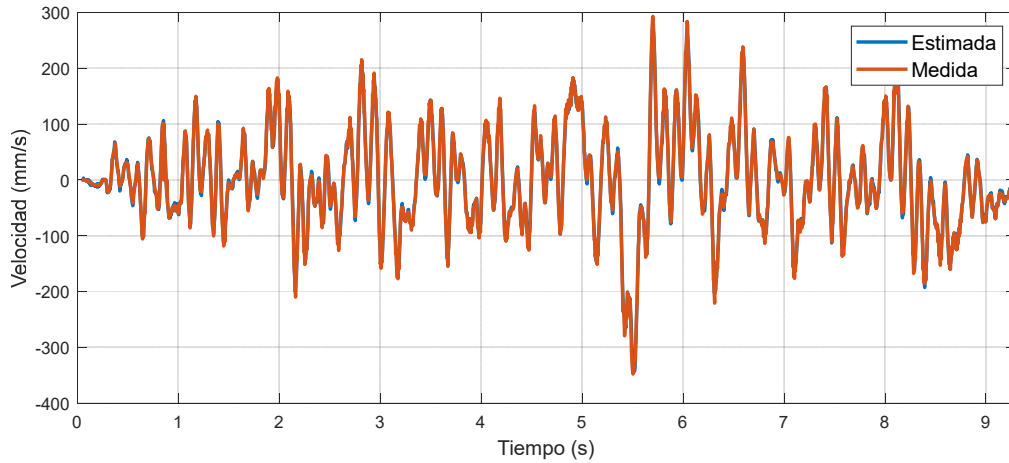


Figura 8: Resultado de la estimación de la velocidad.

3.4. Determinación de la escala

Otro aspecto clave es la estimación del tamaño del píxel. En este caso, el ajuste se realizó imponiendo al motor lineal un desplazamiento senoidal de amplitud constante y calculando el factor de escala a partir de la amplitud del movimiento estimada con el análisis de imagen. De esta manera, el ajuste es intrínseco al proceso. La Figura 9 muestra el resultado de la determinación del factor de escala para un desplazamiento armónico de frecuencia 1 Hz y amplitud 10 mm. En los ensayos realizados, la escala es de 3.01 píxeles/mm.

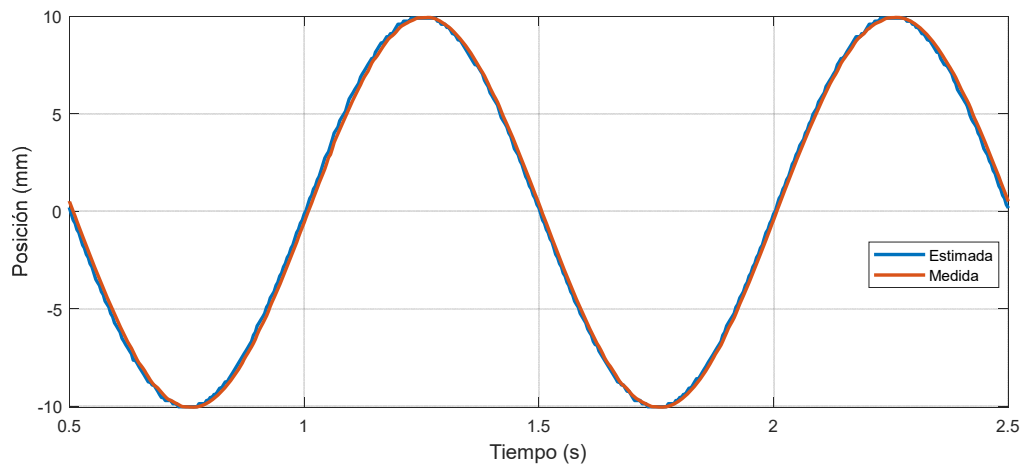


Figura 9: Ajuste de escala.

3.5. Determinación de la fuerza de contacto

El último paso de la metodología propuesta consiste en la estimación de la fuerza de contacto a partir del movimiento (dinámica inversa). Este paso se ha planteado como un problema de optimización con un enfoque basado en una estimación de horizonte móvil [5] (MHE por sus siglas en inglés). Este método emplea como variables de entrada la posición y velocidad obtenidas mediante la técnica de visión artificial en un horizonte de tiempo definido.

El comportamiento dinámico del pantógrafo se modela como un sistema de masas concentradas empleado habitualmente en este sistema, en la referencia [6] pueden encontrarse los detalles. Para la integración numérica del modelo, se utiliza el método implícito de integración temporal de Newmark válido para resolver numéricamente ecuaciones diferenciales de segundo orden. Este método permite predecir la respuesta dinámica de un sistema dadas su matriz de masa, rigidez y amortiguamiento, mediante el cálculo de las matrices de integración temporal. El método se basa en que la aceleración varía linealmente entre dos instantes de tiempo consecutivos. Se trata de un método iterativo en el que conocida las acciones, posición, velocidad y aceleración de los grados de libertad del sistema en el instante t , se calcula la posición (y posteriormente el resto de las variables cinemáticas) en el instante $t + 1$. Se puede expresar como:

$$X_p^{t+1} = A_p X_p^t + B_p F_c^t \quad (2)$$

Donde A_p y B_p son las matrices de integración temporal, X_p^t el vector de estado del sistema (posición, velocidad y aceleración de los tres grados de libertad) y F_c^t la fuerza externa, en el instante t . La respuesta en un horizonte de N_t puntos puede escribirse concatenando la ecuación (2) como sigue:

$$\begin{aligned} X_p^2 &= A_p X_p^1 + B_p F_c^1 \\ X_p^3 &= A_p X_p^2 + B_p F_c^2 = A_p (A_p X_p^1 + B_p F_c^1) + B_p F_c^2 = A_p^2 X_p^1 + A_p B_p F_c^1 + B_p F_c^2 \\ X_p^4 &= A_p X_p^3 + B_p F_c^3 = A_p (A_p^2 X_p^1 + A_p B_p F_c^1 + B_p F_c^2) + B_p F_c^3 = A_p^3 X_p^1 + A_p^2 B_p F_c^1 + A_p B_p F_c^2 + B_p F_c^3 \\ &\vdots \\ X_p^{N_t} &= A_p^{N_t-1} X_p^1 + A_p^{N_t-2} B_p F_c^1 + A_p^{N_t-3} B_p F_c^2 + \dots + B_p F_c^{N_t-1} \end{aligned} \quad (3)$$

Expresando el sistema de ecuaciones dado en (3) de forma compacta:

$$\bar{X} = \bar{A} X_p^1 + \bar{B} \bar{F}_c \quad (4)$$

En este caso, la estimación de la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria en N_t instantes de tiempo $\bar{F}_c$ se realiza planteando un problema de minimización que busca la fuerza de contacto que minimiza la diferencia entre la posición y velocidad que resultan del modelo (Ecuación (4)) y las medidas utilizando el procesado de la imagen. En la función objetivo a minimizar, también se introduce un término de regularización que es la diferencia de la fuerza estimada en dos instantes consecutivos. La correcta estimación de la fuerza va a depender también de la bondad del modelo dinámico del pantógrafo. La Figura 10 muestra la comparativa de la fuerza medida (variación respecto al valor estático) en el banco de ensayos frente a la estimada aplicando la metodología desarrollada, ambas filtradas a 20 Hz.

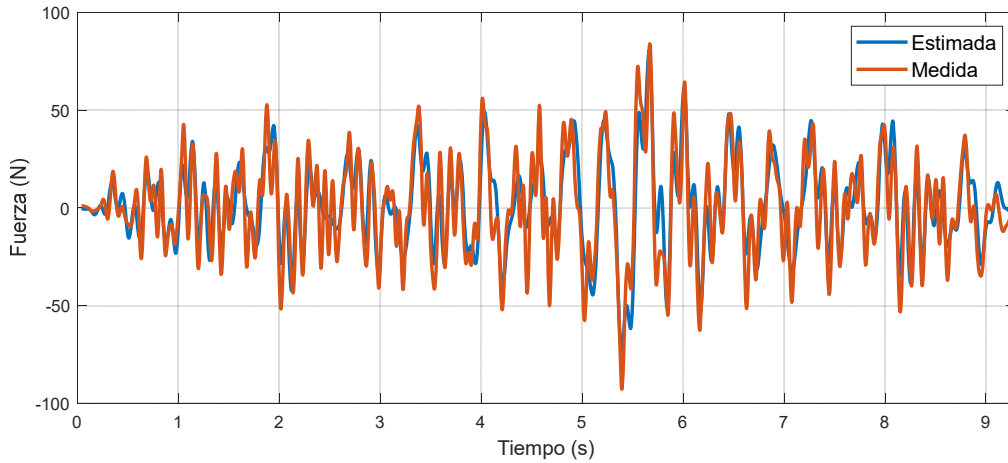


Figura 10: Resultado de la estimación de la fuerza de contacto.

Los resultados obtenidos de la estimación de la fuerza de contacto pantógrafo catenaria son bastante aceptables ya que presentan una correlación del 86.39%. Mejorando el modelo dinámico del pantógrafo, se podría mejorar la estimación de la fuerza de contacto, por lo que un análisis y reajuste en profundidad de los parámetros del modelo dinámico utilizado o del proceso de cálculo de los resultados de la simulación, podría suponer una gran mejora en los resultados.

4. Conclusiones

Se ha desarrollado una metodología experimental para la estimación indirecta de la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria ferroviaria. En una primera fase, se implementó un análisis de imagen para determinar la desplazamiento y velocidad de los frotadores del pantógrafo, obteniendo resultados con un alto grado de precisión. En cuanto al cálculo de la fuerza de contacto, el proceso es más complejo y se incluyen más variables, por lo que los resultados obtenidos son algo menos precisos. Sin embargo, la obtención de la fuerza tiene todavía un cierto margen de mejora, por lo que los resultados son realmente esperanzadores en vistas a posibles mejoras del método.

5. Agradecimientos

Los autores agradecen la financiación recibida por parte de la Agencia Estatal de Investigación del Ministerio de Ciencia e Innovación (PID2023-148854OB-C21), de la Generalitat Valenciana a grupos de investigación emergentes (CIGE/2023/228) y de la Universitat Politècnica de València mediante el programa de ‘Primeros Proyectos de Investigación’ (PAID-06-2023).

6. Referencias

- [1] UNE-EN 50317:2012, “Aplicaciones ferroviarias. Sistemas de captación de corriente. Requisitos y validaciones de medidas de la interacción dinámica entre el pantógrafo y las líneas aéreas de contacto”, Asociación Española de Normalización y Certificación, Madrid, 2012
- [2] Correcher, A. *et al.*, “Hardware-in-the-Loop Test Bench for Simulation of Catenary–Pantograph Interaction (CPI) with Linear Camera Measurement”, *Sensors* **23** (4), 1-19 (2023). DOI: [10.3390/s23041773](https://doi.org/10.3390/s23041773)
- [3] Lewis, J.P., “Fast template matching”, *Vision interface* **95** (120123), 15-19 (1995).
- [4] Farnebäck, G., “Two-Frame Motion Estimation Based on Polynomial Expansion”. *Image Analysis. SCIA 2003. Lecture Notes in Computer Science* **2749**, 363-370 (2003). DOI: [10.1007/3-540-45103-X_50](https://doi.org/10.1007/3-540-45103-X_50)
- [5] Rao, C.V., Rawlings, J.B., Mayne, D.Q. “Constrained State Estimation for Nonlinear Discrete-Time Systems: Stability and Moving Horizon Approximations”, *IEEE transactions on automatic control* **48** (2), 246-258 (2003). DOI: [10.1109/TAC.2002.808470](https://doi.org/10.1109/TAC.2002.808470)
- [6] Pedrosa A.M. *et al.*, “Obtención experimental de un modelo dinámico de pantógrafo ferroviario”, *Actas del XXIV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica* **1**, 1-8, Las Palmas (2023)