



# Método experimental para determinación de los parámetros dinámicos de un robot

Eugenio Ferreras-Higuero<sup>1</sup>, Mónica Villaverde-San José<sup>2</sup>, José Ríos-Chueco<sup>3</sup>, Alberto Luaces-Fernández<sup>4</sup>, Antonio Vizán-Idoipe<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Dpto. Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, [eugenio.ferreras@pmrobots.com](mailto:eugenio.ferreras@pmrobots.com)

<sup>2</sup> Dpto. Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, [monica.villaverde@upm.es](mailto:monica.villaverde@upm.es)

<sup>3</sup> Dpto. Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, [jose.rios@upm.es](mailto:jose.rios@upm.es)

<sup>4</sup> Laboratorio de Ingeniería Mecánica, Universidade da Coruña, [alberto.luaces@udc.es](mailto:alberto.luaces@udc.es)

<sup>5</sup> Dpto. Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, [antonio.vizan@upm.es](mailto:antonio.vizan@upm.es)

---

*Los robots industriales de seis grados de libertad son empleados, de manera habitual, en células flexibles de fabricación para carga y descarga de máquinas y manipulación de piezas y otros elementos o en células de mecanizado. En este último caso, los robots hacen operaciones de pre-mecanizado y desbarbado o tareas de manipulación, ya que no alcanzan la precisión suficiente.*

*Una forma de mejorar la productividad de las células de mecanizado es a través de la redistribución de tareas entre los centros de mecanizado y el robot o entre fases previas de conformado y el robot. Para ello, ha de establecerse la capacidad real de trabajo del robot considerando las fuerzas del proceso a realizar y teniendo en cuenta la precisión especificada del producto a fabricar mediante el modelado específico de su comportamiento. Se requiere, por tanto, conocer los parámetros dinámicos del robot, información que no está disponible por parte de los fabricantes.*

*En el trabajo que se presenta, se propone un método experimental para determinar los parámetros dinámicos del robot. El método desarrollado utiliza la señal de consigna del movimiento angular, que el controlador envía a cada motor y cadena cinemática posterior, y la compara con el movimiento de salida que realiza el robot, medido con un sensor láser de alta precisión. De esta manera, se puede obtener la función de transferencia para un sistema de segundo orden, caracterizando la rigidez y el amortiguamiento dinámico de cada articulación.*

*Para la simulación del movimiento se ha empleado el método de sistemas multicuerpo con formulación en coordenadas naturales mixtas, considerando la rigidez dinámica variable en las articulaciones del robot obtenidas de las funciones de transferencia. La verificación de la simulación del comportamiento del robot se ha efectuado con otros ensayos en los que se ha medido la posición del extremo del elemento terminal con un medidor láser.*

*Como resultado del trabajo se establecen las bases para poder incrementar la productividad en aplicaciones de mecanizado robotizado o en células de fabricación flexibles.*

---

## 1. Introducción

Para poder predecir el comportamiento de un robot fuera de línea en un proceso en el cual se desee que intervenga, así como realizar una adecuada interacción en línea, es fundamental identificar los parámetros inerciales y los parámetros dinámicos del robot, con el fin de poder conocer con precisión la trayectoria y el comportamiento ante fuerzas de proceso [1], [2], [3], [4].

Con respecto a los parámetros inerciales (masas, centros de gravedad, momentos de inercia), éstos son relativamente fáciles de obtener con la suficiente precisión a través de la documentación técnica que proporciona el propio fabricante del robot.

En relación a los parámetros dinámicos del robot como rigidez y amortiguamiento de las articulaciones, si se considera que los eslabones del robot son sólidos rígidos, no suelen ser suministrados. Adicionalmente a esta dificultad para su obtención, se le une que son valores que varían durante el periodo de trabajo del robot, dependiendo del estado de mantenimiento en el que se encuentre el robot.

Los métodos actuales de obtención se basan en una caracterización estática de dichos parámetros. Es decir, los parámetros dinámicos que tradicionalmente se emplean en los modelos dinámicos son, en realidad, estáticos, tanto para la rigidez [5], [6] como para el amortiguamiento [7].

En su mayoría, el parámetro que más se emplea es el de rigidez angular. En el caso del amortiguamiento, éste no es considerado, por norma general [5], [8], [9]. No obstante, hay autores que lo incluyen, especialmente, en operaciones de fresado para predecir zonas de estabilidad [10].

En la Tabla 1 se recoge una relación de los parámetros de rigidez de robots utilizados en estudios anteriores para robots similares al de este trabajo.

**Tabla 1:** Valores de rigidez estática angular.

robot	capacidad carga [kg]	alcance [mm]	$k_1$ [Nm/rad]	$k_2$ [Nm/rad]	$k_3$ [Nm/rad]	$k_4$ [Nm/rad]	$k_5$ [Nm/rad]	$k_6$ [Nm/rad]
<b>KUKA KR6</b> [11]	<b>6</b>	1.726	1,80e5	6,70e4	1,80e5	6,70e4	3,10e4	3,10e4
<b>KUKA KR90 R3100 HA</b> [7]	<b>90</b>	3.095	3,12e6	3,75e6	2,98e6			
<b>STÄUBLI TX200</b> [13]	<b>100</b>	2.194	1,01e6	2,92e6	1,77e6	3,60e5	1,10e5	1,20e5
<b>MOTOMAN SK120</b> [12]	<b>120</b>	2.573	1,41e6	4,01e6	9,35e6			
<b>ABB 6640-130/3.2</b> [14]	<b>130</b>	3.200	2,49e6	8,03e6	4,15e6	1,52e6	8,18e5	2,21e5
<b>COMAU Smart5 NJ 220-2.7</b> [15]	<b>220</b>	2.701	1,57e6	6,76e6	1,12e6	3,32e5	1,10e5	4,14e5
<b>KUKA KR240-2</b> [6]	<b>240</b>	2.700	3,80e6	6,60e6	3,90e6	5,60e5	6,60e5	4,70e5
<b>KUKA KR240-2</b> [16]	<b>240</b>	2.700	1,41e6	4,01e6	9,35e6	3,60e5	3,70e5	3,80e5
<b>KUKA KR500-2</b> [5]	<b>500</b>	3.326	5,86e6	9,87e6	1,11e6	5,32e5	5,52e5	8,82e5
<b>KUKA KR600</b> [17]	<b>600</b>	2.826	6,08e6	6,82e6	3,84e6	2,93e6	1,64e6	2,48e6

Como puede observarse, el orden de magnitud de la rigidez estática angular de las articulaciones es similar en todos los robots de rango de carga de 90 a 600 kg. En todos ellos, salvo en el robot de 600 kg de capacidad de carga, la rigidez es significativamente mayor en las articulaciones 1 a 3. Esto permite que las tres primeras articulaciones, que soportan mayores pares que el resto, reduzcan las desviaciones del robot como consecuencia de sus deformaciones angulares.

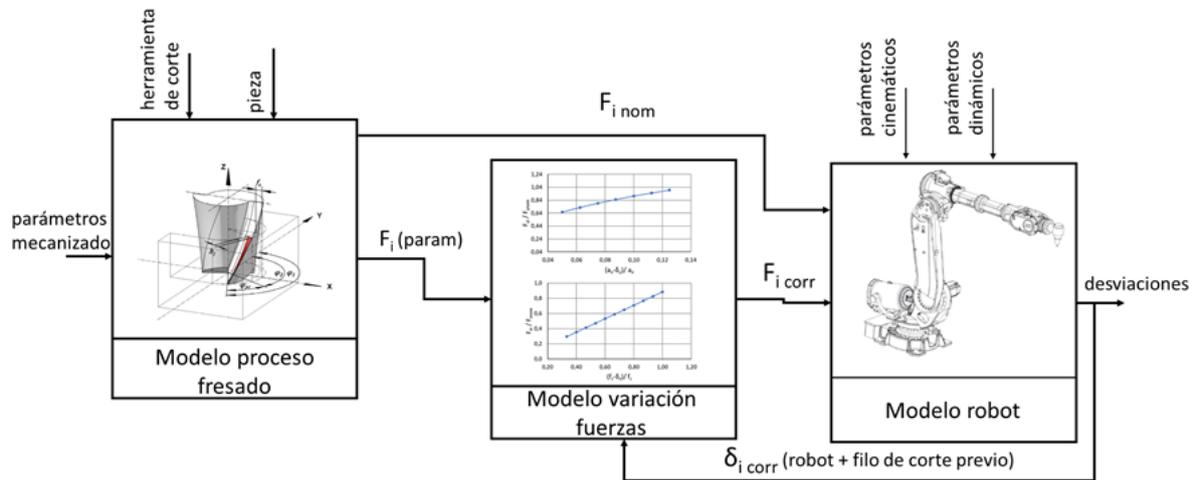
Por este motivo, las tres primeras articulaciones son de especial interés. Prueba de ello es esa mejora de los fabricantes de robots en su rigidez con respecto al resto de las mismas. Algunos trabajos se centran en evaluar únicamente el efecto de las mismas sin tener en cuenta el resto de las articulaciones [7], [12]. También, para el caso del amortiguamiento angular, se ha apreciado que el amortiguamiento es mayor en las tres primeras articulaciones [11].

El método habitual que se usa para caracterizar la rigidez angular de las articulaciones del robot es a través de la medición del desplazamiento generado por una fuerza externa en el extremo del robot [5], [6], [12], [13], [14], [15], [16], [17]. En otros estudios, se emplean técnicas de análisis modal para su obtención [7], [13]. En algún trabajo, la información de la rigidez angular de cada articulación, se ha obtenido directamente de la documentación técnica del fabricante del accionamiento [11].

Otro aspecto que se aprecia de la tabla es que, para un mismo robot, un equipo de investigadores ha obtenido diferentes parámetros de rigidez, lo cual puede deberse a la variación por el estado del robot indicado anteriormente.

Otro de los motivos por los que es interesante obtener las rigideces dinámicas de las articulaciones, en lugar de rigideces estáticas de las mismas, es que, a pesar de que se ajustan con la ganancia del controlador ( $K_{pos}$ ), dicho ajuste no queda garantizado que sea válido para condiciones dinámicas sustancialmente diferentes a las cuales se haya obtenido.

Por lo tanto, conocerlos en su magnitud dinámica, supondría una gran ayuda para los diseñadores, investigadores y aquellos especialistas que necesiten planificar el proceso o interactuar durante su ejecución.



**Figura 1:** Modelo para sistema de fresado con robot. Fuente: elaboración propia.

Además, sería interesante conocer un método que, de forma rápida y personalizada para cada robot, permitiera caracterizar dichos parámetros dinámicos, que fuese fácilmente implementado en ambientes de producción sin necesidad de costosos equipos o tiempos de proceso elevados.

Por tanto, para poder utilizar modelar procesos de mecanizado con robot (Figura 1), es necesario obtener los parámetros dinámicos del robot para incorporarlos en su modelado.

Por este motivo, se plantea un nuevo enfoque para la determinación de dichos parámetros dinámicos.

## 2. Metodología

Se ha utilizado un nuevo método experimental para determinar los parámetros dinámicos de cada articulación (rigidez, ganancia de posición equivalente y amortiguamiento) de un robot KUKA KR70.

Para cada articulación del robot, se usa la señal de consigna de la posición angular que el robot genera y se compara con el movimiento angular (señal de salida) que se produce. Este movimiento se recoge mediante un sensor láser.

Los ensayos se han realizado posicionando el robot de tal manera que, para caracterizar cada articulación, se mueve sólo esa articulación.

El centro de herramienta, *Tool Center Point* (TCP) se posiciona de forma que el haz de láser incida tangencialmente a la trayectoria angular que se describa. Debe de estar dentro del rango de medición, de modo que pueda registrar las oscilaciones.

Para cada articulación, se procede de la siguiente manera:

1. Se realiza un movimiento controlado de la articulación a estudio.
2. Se recoge la señal del robot (señal consigna  $f(t)$ ) correspondiente a esa articulación (en grados).
3. Se mide el desplazamiento, durante el movimiento, del TCP (señal de salida  $x(t)$ ) mediante un medidor láser.

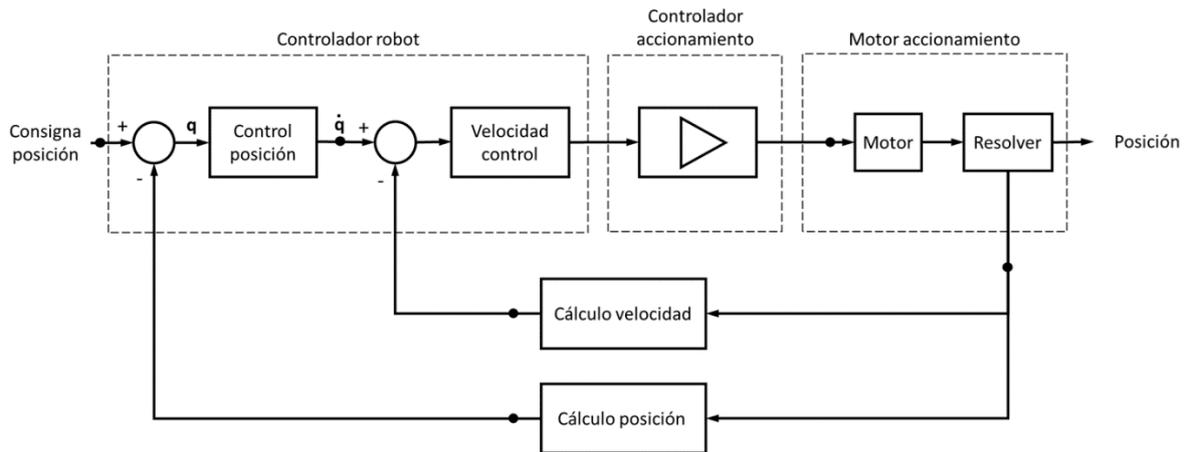
El cabezal láser ha de estar orientado de manera que el haz de luz incida perpendicularmente al plano del movimiento al actuar la articulación

4. Se filtra la señal de desplazamiento.

5. Se convierte la señal de consigna, por métodos trigonométricos, en distancia.
6. Selección del tramo a estudio.
7. Obtención de la función de transferencia ( $H(s)$ ) para cada eje.
8. Simulación para validación de resultados de rigidez angular y ganancia de posición del sistema equivalente.

Para el modelado de la función de transferencia, se considera que los accionamientos están formados por motores síncronos de corriente alterna y cadena cinemática posterior.

El esquema de regulación de los ejes del robot es el que se muestra en Figura 2. A partir de él, se ha desarrollado la función de transferencia que recoge el efecto del reductor y demás elementos mecánicos que componen el brazo del robot.



**Figura 2:** Esquema regulación ejes robot. Fuente: elaboración propia.

Para la obtención de la función de transferencia, a partir de los datos medidos, se emplea el módulo MATLAB SYSTEM IDENTIFICATION. La función de transferencia elegida es de dos polos y un cero, que matemáticamente se expresa según la siguiente ecuación:

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K(s+z)}{(m_i s^2 + v_i s + k_i)}$$

Para la simulación con el robot, se ha empleado el método de sistemas multicuerpo con formulación en coordenadas naturales mixtas (MBSmc) desarrollado previamente [18].

En este trabajo no se tiene en cuenta el amortiguamiento en los accionamientos ya que la influencia de las velocidades es considerada como no relevante por las condiciones de funcionamiento.

Los parámetros inerciales (masas, centros de gravedad, momentos de inercia), necesarios para la simulación, han sido los proporcionados por el fabricante en su documentación técnica y el CAD. La distribución de la masa se ajusta con respecto al volumen de cada eslabón y su densidad asociada, teniendo en cuenta el peso total conocido del robot [7].

En un primer paso se ha simulado mediante la cinemática directa el movimiento nominal del robot para la trayectoria realizada para cada medición.

A continuación, mediante el análisis dinámico inverso y directo, se han obtenido los pares en los accionamientos y el movimiento debido a estos pares.

Finalmente, añadiendo a las articulaciones el efecto de la rigidez angular, se obtiene mediante el análisis cinemático directo el movimiento simulado (señal de salida simulada).

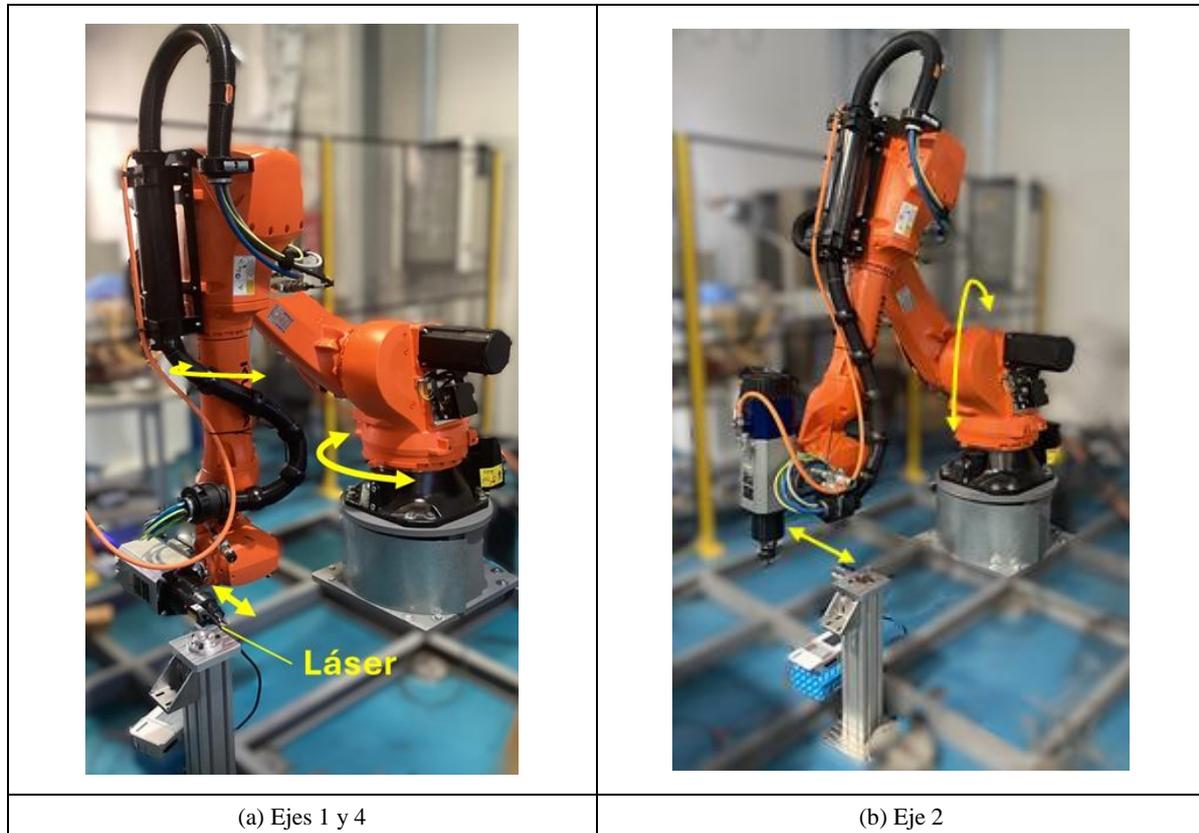
### 3. Desarrollo experimental

El desarrollo experimental tiene como objetivo obtener el comportamiento del robot en una trayectoria de arranque o de parada. El robot empleado es un KUKA KR70 R2100, con 70 kg de carga y alcance 2.101 mm.

La señal de consigna angular de cada eje, es posible obtenerla del control del robot, muestreada a una frecuencia de 83 Hz.

La señal de salida corresponde con la distancia recorrida, para cada ensayo, del TCP. La medición de la distancia del TCP se ha realizado con un medidor láser SICK OD5 30W05, con rango máximo de medición de 10 mm, con una fuente de alimentación HAMEG HMP2020, un bloque terminal NI BNC 2110 y una tarjeta de adquisición de datos NI PCI 6251.

En la Figura 3 aparecen las configuraciones empleadas en el robot para los ensayos de medición realizados, para los ejes 1 y 4 (a), y para el eje 2 (b).



**Figura 3:** Configuraciones de robot para ensayo de caracterización. Fuente: elaboración propia.

La señal disponible del *resolver* es accesible con una frecuencia de muestreo de 250 Hz, y sigue, de manera muy precisa, a la señal de consigna con un retraso muy pequeño. Por ello, las desviaciones más importantes que se producen en el TCP del robot son consecuencia de los elementos mecánicos a la salida del motor.

## 4. Resultados

Las funciones de transferencia obtenidas para cada eje evaluado son:

$$H_{eje\ 1}(s) = \frac{-62,15s + 688,5}{s^2 + 1,029s + 684,2}$$

$$H_{eje\ 2}(s) = \frac{-523,9s + 5675}{s^2 + 354,9s + 5685}$$

$$H_{eje\ 4}(s) = \frac{-15,13s + 136,9}{s^2 + 13,91s + 130,4}$$

En todos los casos, el ajuste obtenido es superior al 99 %.

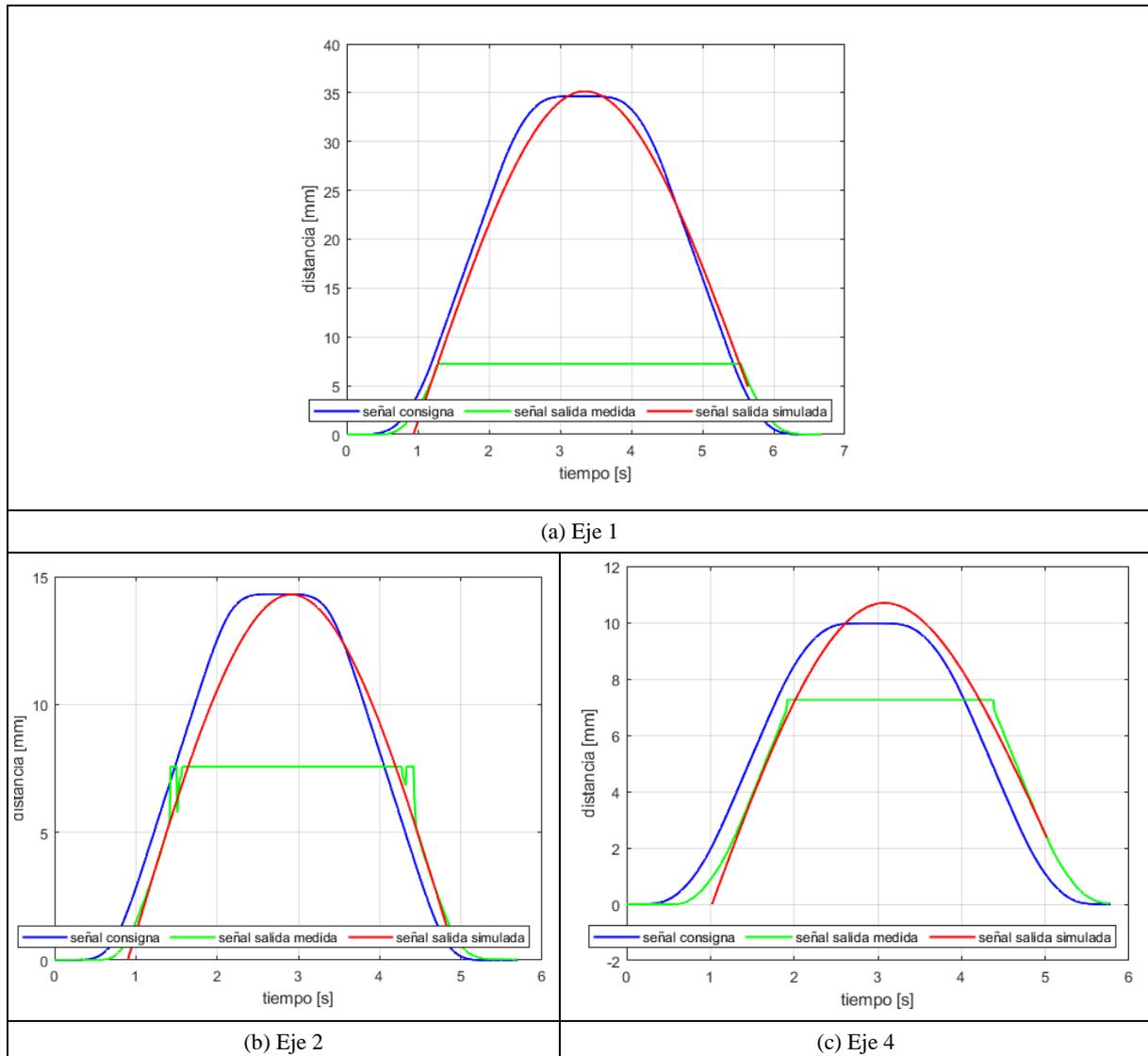
Los valores de rigidez angular dinámica  $k_i$  para cada eje, obtenidos de las funciones de transferencia de los ensayos, se recogen en la Tabla 2.

**Tabla 2:** Valores de rigidez dinámica angular [Nm/rad].

	Eje 1	Eje 2	Eje 4
$k_i$	$6,80 \times 10^2$	$5,70 \times 10^3$	$1,30 \times 10^2$

Con respecto a la ganancia equivalente, se ha utilizado una ganancia ajustada de 0,5 para todo el sistema partiendo de los valores de ganancia obtenidos en las funciones de transferencia. Esta ganancia se usa en el cálculo de la dinámica directa para la obtención de los movimientos simulados para obtener la posición correspondiente al extremo del robot.

Los resultados de la simulación y su verificación son los mostrados en Figura 4.



**Figura 4:** Comparativa de señales de salida simuladas con señales de entrada. Fuente: elaboración propia.

Debido al alcance del sensor láser, las figuras aparecen truncadas para la señal de salida medida, recogiendo información del principio y final del movimiento. No todo el rango del sensor está disponible para medir el movimiento del robot, ya que la medición con el sensor tiene que comenzarse un poco antes para poder recogerlos. El resto del movimiento se recoge en la figura y puede verse cómo son el movimiento y su simulación.

En el eje 2 (Figura 4b) se produce un transitorio en la señal de salida medida. Aparece un cambio de comportamiento en el límite de la medida del sensor que no han sido considerados.

Para cada articulación, se han realizado varios ensayos con resultados similares. Los resultados mostrados corresponden a una de esas realizaciones.

En cada figura se muestra la señal de consigna convertida a desplazamiento que genera el controlador del robot correspondiente el eje activado durante el movimiento programado. El desplazamiento del robot en el TCP, recogido por el láser para su rango admisible. se corresponde con la señal de salida medida. La simulación del

movimiento con los parámetros dinámicos de la función de transferencia obtenida, se muestra en la señal de salida simulada. Se aprecia que tiene un buen ajuste con la señal de salida medida en la zona del rango de trabajo del sensor láser.

## 5. Conclusiones

De los resultados obtenidos se concluye que:

- La señal de salida correspondiente al movimiento simulado valida el uso de la rigidez dinámica en la simulación de procesos de mecanizado.
- El sensor láser utilizado tiene una precisión adecuada (0,1 micrómetros) pero el alcance es limitado, lo que obliga a usar sólo el inicio y final de la trayectoria.
- La salida del *resolver* es un buen indicador de la consigna del robot y las desviaciones del extremo del robot son fundamentalmente debidas a la influencia de los elementos mecánicos que componen el brazo del robot.
- La rigidez dinámica es sensiblemente inferior a los valores de rigidez estáticos para un mismo robot y accionamiento.

## 6. Agradecimientos

Esta publicación ha sido desarrollada como parte del proyecto PID2021-124838OB-I00, perteneciente al Plan Estatal de Investigación Científica, Técnica y de Innovación, convocatoria de 2021 de Proyectos de Generación de Conocimiento.

## 7. Referencias

- [1] A. Pedroso, N. Sebbe, R. Campilho, R. D. C. Sales - Contini, R. Costa, y I. Sánchez, «An overview on the recent advances in robot-assisted compensation methods used in machining lightweight materials», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 91, p. 102844, ene. 2025, doi: 10.1016/j.rcim.2024.102844.
- [2] Z. Zhu *et al.*, «High precision and efficiency robotic milling of complex parts: Challenges, approaches and trends», *Chin. J. Aeronaut.*, vol. 35, ene. 2021, doi: 10.1016/j.cja.2020.12.030.
- [3] B. Tao, X. Zhao, y H. Ding, «Mobile-robotic machining for large complex components: A review study», *Sci. China Technol. Sci.*, vol. 62, n.º 8, pp. 1388-1400, ago. 2019, doi: 10.1007/s11431-019-9510-1.
- [4] Y. Wang, H. Gong, F. Fang, y H. Ni, «Kinematic view of the cutting mechanism of rotary ultrasonic machining by using spiral cutting tools», *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 83, n.º 1-4, pp. 461-474, 2016.
- [5] Y. Bu, W. Liao, W. Tian, J. Zhang, y L. Zhang, «Stiffness analysis and optimization in robotic drilling application», *Precis. Eng.*, vol. 49, pp. 388-400, jul. 2017, doi: 10.1016/j.precisioneng.2017.04.001.
- [6] C. Dumas, S. Caro, M. Chérif, S. Garnier, y B. Furet, «A methodology for joint stiffness identification of serial robots», en *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, oct. 2010, pp. 464-469. doi: 10.1109/IROS.2010.5652140.
- [7] H. N. Huynh, H. Assadi, E. Rivière-Lorphèvre, O. Verlinden, y K. Ahmadi, «Modelling the dynamics of industrial robots for milling operations», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 61, p. 101852, feb. 2020, doi: 10.1016/j.rcim.2019.101852.
- [8] Y. Lin, H. Zhao, y H. Ding, «Posture optimization methodology of 6R industrial robots for machining using performance evaluation indexes», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 48, pp. 59-72, dic. 2017, doi: 10.1016/j.rcim.2017.02.002.
- [9] Y. Guo, H. Dong, y Y. Ke, «Stiffness-oriented posture optimization in robotic machining applications», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 35, pp. 69-76, oct. 2015, doi: 10.1016/j.rcim.2015.02.006.
- [10] S. Mousavi, V. Gagnol, B. C. Bouzgarrou, y P. Ray, «Stability optimization in robotic milling through the control of functional redundancies», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 50, pp. 181-192, abr. 2018, doi: 10.1016/j.rcim.2017.09.004.
- [11] S. Baglioni, F. Cianetti, C. Braccési, y D. M. De Micheli, «Multibody modelling of N DOF robot arm assigned to milling manufacturing. Dynamic analysis and position errors evaluation», *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 30, n.º 1, pp. 405-420, ene. 2016, doi: 10.1007/s12206-015-1245-0.
- [12] G. Alici y B. Shirinzadeh, «Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators», *IEEE Trans. Robot.*, vol. 21, n.º 4, pp. 554-564, ago. 2005, doi: 10.1109/TRO.2004.842347.
- [13] C. Oh, J.-H. Lee, T. I. Ha, y B.-K. Min, «Model Parameter Identification of a Machining Robot Using Joint Frequency Response Functions», *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, vol. 24, n.º 9, pp. 1647-1659, sep. 2023, doi: 10.1007/s12541-023-00890-9.

- [14] E. Ferreras Higuero, «Modelado multicuerpo de la precisión de trabajo de un robot para operaciones de taladrado en células de fabricación flexible», PhD Thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2020. doi: 10.20868/UPM.thesis.63195.
- [15] J. Lin, C. Ye, J. Yang, H. Zhao, H. Ding, y M. Luo, «Contour error-based optimization of the end-effector pose of a 6 degree-of-freedom serial robot in milling operation», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 73, p. 102257, feb. 2022, doi: 10.1016/j.rcim.2021.102257.
- [16] C. Dumas, S. Caro, S. Garnier, y B. Furet, «Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 27, n.º 4, pp. 881-888, ago. 2011, doi: 10.1016/j.rcim.2011.02.003.
- [17] Y. Du *et al.*, «Dynamic Modeling and Stability Prediction of Robot Milling Considering the Influence of Force-Induced Deformation on Regenerative Effect and Process Damping», *Metals*, vol. 13, n.º 5, Art. n.º 5, may 2023, doi: 10.3390/met13050974.
- [18] E. Ferreras-Higuero, E. Leal-Muñoz, J. García De Jalón, E. Chacón, y A. Vizán, «Robot-process precision modelling for the improvement of productivity in flexible manufacturing cells», *Robot. Comput.-Integr. Manuf.*, vol. 65, p. 101966, oct. 2020, doi: 10.1016/j.rcim.2020.101966.