



Desarrollo de una librería para la integración de cuerpos flexibles 2D en Simscape Multibody mediante modelos de orden reducido

Miguel Míguez Coto¹, Marcos López Lago¹, Jacobo González Baldonado¹, Joaquín Collazo Rodríguez¹, Sofía Suárez García¹, David Agudo del Río¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Vigo, miguel.miguez@uvigo.gal, mllago@uvigo.gal, jacobogonzalez.baldonado@uvigo.gal, joaquincollazo@uvigo.gal, sofia.suarez.garcia@uvigo.gal, david.agudo@uvigo.gal

Este trabajo presenta el desarrollo de una librería específica para la simulación de cuerpos flexibles en entornos MATLAB®, Simulink® y Simscape Multibody®, enfocada a estructuras bidimensionales compuestas por vigas y cerchas. A diferencia del bloque estándar de cuerpos flexibles en Simscape, que depende de la aplicación Partial Differential Equation Toolbox® de MATLAB, la solución propuesta proporciona una alternativa más versátil al integrarse con flujos de trabajo externos a través de la librería "STABIL". Esta herramienta permite obtener modelos de estructuras discretizadas, las cuales se procesan mediante el método de Craig-Bampton para generar modelos de orden reducido. El procedimiento incluye la selección de nodos de interfaz definidos por el usuario, donde se aplican las condiciones de conexión con el resto del mecanismo modelado en Simscape Multibody. Esta aproximación evita la dependencia del mallado nativo de MATLAB y otorga mayor control sobre la fidelidad del modelo simulado. Para validar la herramienta desarrollada, se presentan dos casos de estudio: una estructura de cerchas y otra de vigas. Los resultados obtenidos muestran una alta fidelidad en la respuesta dinámica del modelo de orden reducido respecto al modelo completo.

1. Introducción

La simulación de sistemas multicuerpo con componentes estructurales deformables constituye un aspecto crucial en el análisis dinámico de mecanismos complejos, especialmente cuando se requiere capturar efectos de flexibilidad que impactan en la precisión del comportamiento global. En este contexto, Simscape Multibody, plataforma integrada en el entorno MATLAB, ofrece herramientas avanzadas para modelar cuerpos flexibles mediante modelos de orden reducido (Reduced Order Model - ROM), permitiendo representar las deformaciones mediante una combinación de movimientos rígidos y modos vibratorios [1].

Una de las aproximaciones más robustas para esta reducción es el método de Craig-Bampton, que permite preservar los grados de libertad (Degrees of Freedom - DoFs) en los puntos de conexión con el entorno, denominados nodos de interfaz, y describir el resto del sistema mediante modos propios derivados de un análisis modal sobre una estructura parcialmente restringida [2]. Esta técnica proporciona una representación compacta y eficiente del comportamiento dinámico del cuerpo, siendo ampliamente utilizada en contextos donde se requieren elevados estándares de fidelidad, como es el caso del Sistema Nano de Estabilización Activa (NASS) del Laboratorio Europeo de Radiación Sincrotrón (ESRF), donde se validó su aplicabilidad en entornos de control de alta precisión [3].

No obstante, la implementación nativa de esta funcionalidad en MATLAB presenta restricciones importantes. El procedimiento está orientado exclusivamente a modelos tridimensionales, exige el uso de la aplicación "Partial Differential Equation Toolbox", y depende de un flujo cerrado en el que el mallado y la extracción modal se gestionan internamente. Estas condiciones limitan la flexibilidad del proceso, especialmente en aplicaciones con geometrías bidimensionales.

Con el objetivo de superar estas limitaciones, el presente trabajo propone una librería de desarrollo propio orientada a la generación de modelos ROM de cuerpos flexibles en 2D compatibles con Simscape Multibody. Esta solución se basa en el uso de la librería STABIL, herramienta de análisis estructural de libre acceso, que permite generar modelos discretos a partir de datos geométricos y topológicos básicos, y obtener directamente las matrices de rigidez y masa del sistema [4]. Estas matrices son posteriormente tratadas mediante una implementación externa del método de Craig-Bampton, lo que permite conservar el control completo sobre los nodos de interfaz y los modos internos seleccionados.

Además, se desarrolla un procedimiento específico para garantizar la compatibilidad estructural del modelo reducido con el bloque "Reduced Order Flexible Solid" de Simscape, permitiendo así su integración directa en simulaciones multicuerpo. Este enfoque facilita una mayor personalización del proceso de reducción modal, evita la dependencia de herramientas propietarias adicionales y ofrece una alternativa eficaz para el modelado de cuerpos flexibles bidimensionales en entornos de simulación avanzada.

2. Metodología

El procedimiento propuesto comienza con la definición de la geometría estructural utilizando la librería STABIL, una herramienta orientada al análisis estructural discreto en dos dimensiones. Esta permite modelar estructuras formadas por elementos tipo viga o cercha mediante la especificación de coordenadas nodales y la conectividad entre los elementos. A partir de esta información, STABIL genera las matrices globales de rigidez \mathbf{K} y masa \mathbf{M} que describen el comportamiento dinámico de la estructura completa según la ecuación matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (1)$$

donde \mathbf{u} es el vector de desplazamientos nodales de tamaño n , siendo n el número total de grados de libertad del sistema, y \mathbf{f} es el vector de fuerzas nodales externas, también de dimensión n . Estas matrices encapsulan las propiedades elásticas (a través de \mathbf{K}) e inerciales (a través de \mathbf{M}) de toda la estructura bajo análisis.

Es importante destacar que estas matrices deben corresponder a una estructura completamente libre, es decir, sin restricciones impuestas en los grados de libertad. Esto es esencial para que el modelo refleje adecuadamente el comportamiento dinámico general del sistema y permita aplicar posteriormente las condiciones de contorno mediante la conexión con el resto del mecanismo en Simscape Multibody.

Una vez obtenidas las matrices \mathbf{K} y \mathbf{M} , se procede a dividir los grados de libertad en dos conjuntos: los grados de libertad maestros, que corresponden a los nodos de interfaz con el entorno (puntos a través de los cuales el sólido flexible se conecta con el resto del sistema multicuerpo), y los grados de libertad esclavos, que representan el resto del sistema. Desde una perspectiva de eficiencia computacional, conviene minimizar el número de grados de libertad maestros, pues el tamaño del modelo reducido dependerá directamente de ellos. Como mínimo deberían seleccionarse como maestros aquellos nodos en los que existan condiciones de contorno relevantes o aplicaciones de carga.

La reordenación de las matrices se hace siguiendo esta partición:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{M}_{ms} \\ \mathbf{M}_{sm} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_m \\ \ddot{\mathbf{u}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{ms} \\ \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_m \\ \mathbf{f}_s \end{bmatrix}, \quad (2)$$

donde el subíndice mm corresponde a los DoFs maestros y ss a los esclavos, de tal forma que la suma de grados de libertad maestros y esclavos es igual al tamaño total del sistema n.

2.1. Reducción mediante Craig-Bampton

La construcción del modelo reducido se realiza en dos fases. En primer lugar, se aplica la reducción de Guyan, también conocida como condensación estática. En esta técnica, los grados de libertad esclavos siguen linealmente a los maestros, lo que permite expresar los desplazamientos esclavos como:

$$\mathbf{u}_s = -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{u}_m. \quad (3)$$

Para representar la deformación interna del sistema, se resuelve el problema de autovalores restringido a los DoFs esclavos con condiciones de contorno bloqueadas en los nodos maestros:

$$(\mathbf{K}_{ss} - \lambda \mathbf{M}_{ss}) \Phi = \mathbf{0}. \quad (4)$$

De este modo se obtienen los modos propios Φ , que representan la deformación interna de la estructura. Se seleccionan los n primeros modos (según frecuencia natural) para completar la matriz de transformación del sistema:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} & \Phi \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Aplicando esta transformación a las matrices originales:

$$\widehat{\mathbf{M}} = \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T}, \quad \widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T}, \quad (6)$$

se obtienen las matrices reducidas $\widehat{\mathbf{M}}$ y $\widehat{\mathbf{K}}$, que describen el comportamiento dinámico del cuerpo flexible usando únicamente los DoFs de interfaz y los modos internos seleccionados.

2.2. Adaptación a Simscape Multibody

Para poder integrar las matrices reducidas $\widehat{\mathbf{M}}$ y $\widehat{\mathbf{K}}$ el entorno de simulación de Simscape Multibody, es necesario realizar una transformación adicional para que estas sean compatibles. El bloque "Reduced Order Flexible Solid" de MATLAB exige que cada nodo de interfaz disponga de exactamente 6 grados de libertad: tres traslacionales y tres rotacionales.

Sin embargo, los modelos desarrollados en 2D (como cerchas o vigas) contienen únicamente 2 o 3 grados de libertad por nodo: desplazamientos en los ejes X e Y, y en el caso de vigas, también rotación en torno al eje Z. Por tanto, es necesario ampliar artificialmente las matrices $\widehat{\mathbf{K}}$ y $\widehat{\mathbf{M}}$ para alcanzar el formato esperado por Simscape. Esta ampliación se realiza mediante la adición de filas y columnas correspondientes a grados de libertad inexistentes en el modelo físico. Estas entradas adicionales se rellenan con ceros salvo por un valor en la diagonal, de forma que no interfieren con la dinámica real del sistema:

$$\widehat{\mathbf{K}}_{\text{ext}} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{K}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad \widehat{\mathbf{M}}_{\text{ext}} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{M}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

donde D es una matriz diagonal con valores positivos pequeños (por ejemplo, 1) utilizados únicamente para completar la dimensionalidad.

Para garantizar que estos grados de libertad adicionales no se activen durante la simulación, se imponen restricciones cinemáticas en el modelo multicuerpo. En concreto, se fuerza a que todos los sistemas de referencia de interfaz compartan una misma orientación del eje Z, de manera que no exista ninguna componente de fuerza ni desplazamiento que modifiquen los grados de libertad artificiales. Esta condición se implementa mediante restricciones angulares entre los nodos interfaz.

Adicionalmente, se colocan masas muy pequeñas en los nodos de interfaz. Estas no tienen un impacto relevante en la dinámica global, pero ayudan a estabilizar la integración numérica durante la simulación.

Además, para facilitar la implementación en el entorno Simscape Multibody, el bloque desarrollado incorpora una máscara de usuario. A través de esta interfaz se introducen las matrices reducidas finales $\widehat{\mathbf{K}}$ y $\widehat{\mathbf{M}}$, ya modificadas con los grados de libertad ficticios, así como las posiciones de los nodos de interfaz expresadas en el sistema de coordenadas local del cuerpo. Esta máscara proporciona una capa de abstracción que simplifica la reutilización del modelo ROM en distintos mecanismos sin necesidad de redefinir manualmente los datos estructurales.

La Figura 1 ilustra la arquitectura del bloque desarrollado. En la parte superior se representa el esquema interno del bloque reducido. En la parte inferior se muestra el bloque tal como se visualiza externamente en el entorno de Simulink.

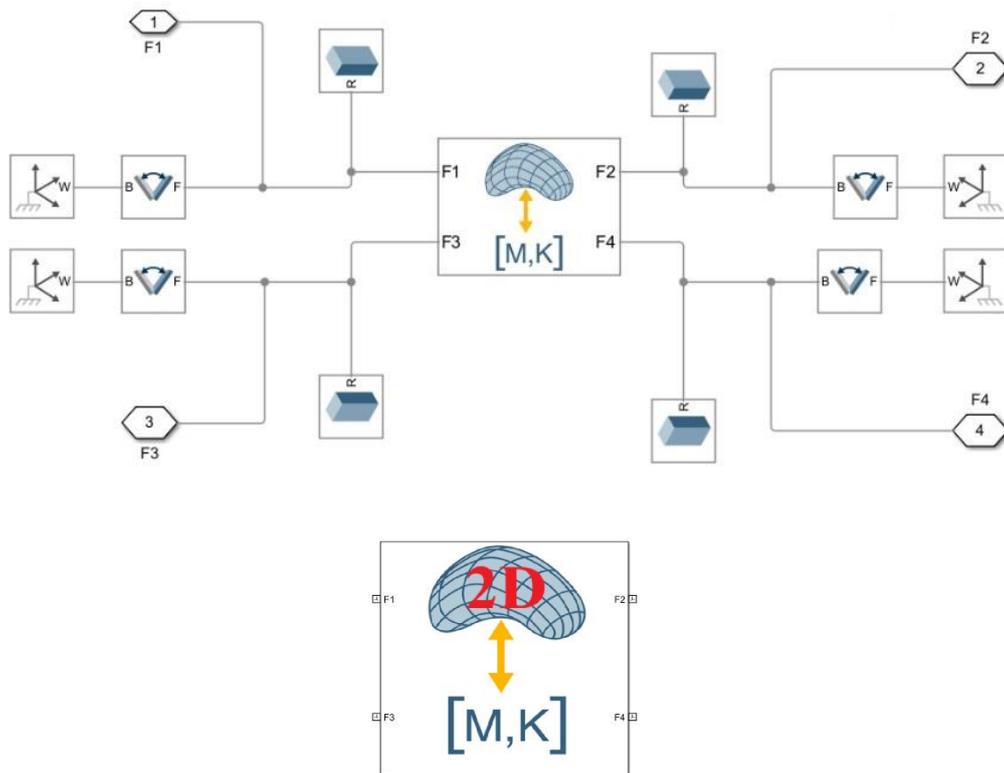


Figura 1: Esquema interior y apariencia exterior del bloque de modelo reducido en 2D.

3. Resultados

Para validar el funcionamiento y la precisión de la metodología propuesta, se llevaron a cabo dos estudios de caso basados en estructuras simples: una compuesta por elementos tipo cercha y otra por elementos tipo viga. En ambos escenarios, se eliminaron efectos de amortiguamiento para facilitar la excitación de las frecuencias naturales mediante la aplicación de una carga escalón. Se comparan los resultados obtenidos en la simulación con el bloque de orden reducido con los resultados obtenidos analíticamente.

3.1. Caso de estudio: estructura de cerchas

El primer caso de estudio corresponde a una estructura formada exclusivamente por elementos tipo cercha (truss). La geometría y conectividad del sistema fueron definidas en STABIL, permitiendo obtener las matrices globales \mathbf{K} y \mathbf{M} . A continuación, se aplicó el método de Craig-Bampton y se generó el correspondiente modelo reducido, el cual fue implementado en Simscape Multibody mediante el bloque desarrollado.

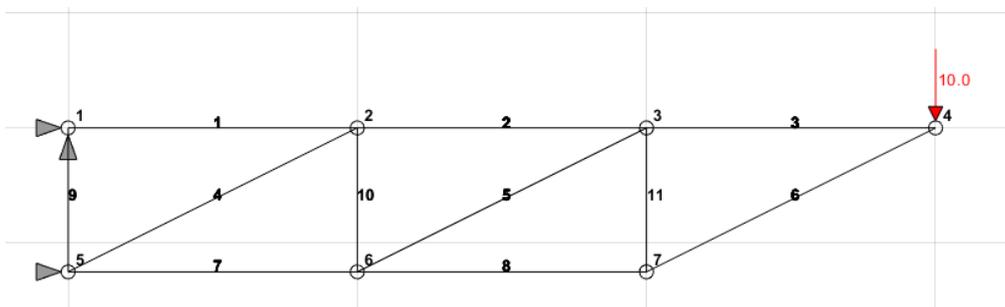


Figura 2: Estructura de cerchas estudiada.

Para este caso, se aplicó la carga en el nodo 4, y se monitorizó su desplazamiento en el tiempo. Posteriormente, se realizó un análisis espectral (FFT) sobre la señal obtenida. La Figura 3 muestra el espectro de amplitud en dB, donde se observan los picos correspondientes a las frecuencias de resonancia.

En la Tabla 2 se presenta la comparación entre las frecuencias naturales calculadas de forma analítica y aquellas obtenidas a partir de la simulación del modelo reducido.

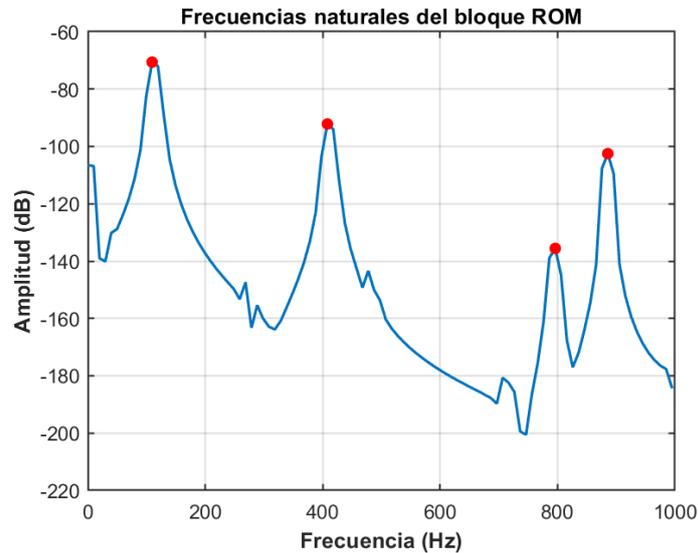


Figura 3: Captura Espectro FFT del desplazamiento del nodo 4 (amplitud en dB).

Tabla 1: Comparación de las frecuencias naturales para el primer caso de estudio.

	Frecuencias teóricas (Hz)	Frecuencias ROM (Hz)
1º modo	113.22	113.28
2º modo	411.42	411.46
3º modo	792.79	794.27
4º modo	884.66	884.77

Comparando los resultados analíticos con los picos observados en el espectro obtenido mediante Simscape Multibody, se aprecia una excelente correspondencia, validando así la capacidad del bloque ROM desarrollado para reproducir con precisión el comportamiento dinámico del sistema flexible.

3.2. Caso de estudio: estructura de vigas

El segundo experimento se centró en la simulación de una estructura flexible compuesta por elementos de tipo viga. Al igual que en el caso anterior, se utilizó la librería STABIL para definir la geometría estructural, especificar la conectividad entre nodos y obtener las matrices globales de masa \mathbf{M} y \mathbf{K} .

En este caso, se definieron como nodos de interfaz los nodos 1 y 7, ya que representan respectivamente el punto de empotramiento de la estructura y el nodo donde se aplica la carga.

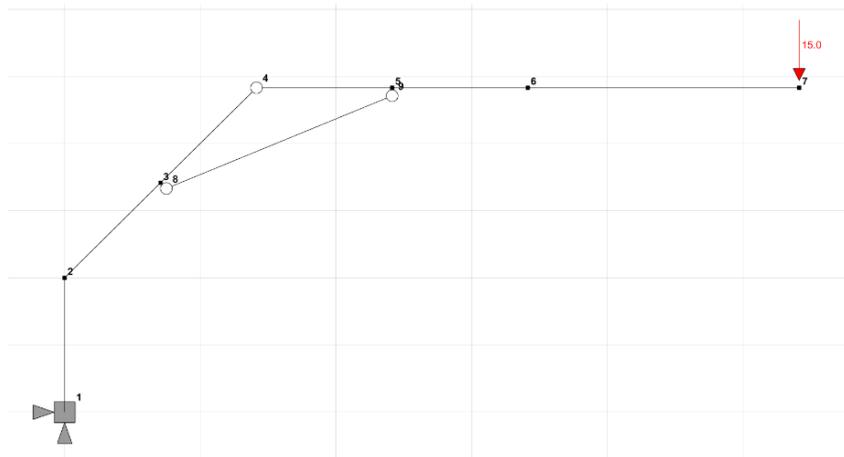


Figura 4: Estructura de vigas estudiada.

A continuación, se realizó un análisis espectral (FFT) sobre la señal de deformación obtenida, con el objetivo de extraer las frecuencias de resonancia activadas por la carga inicial. La Figura 5 presenta el espectro FFT del desplazamiento medido en el nodo 7. Los picos de frecuencia observados corresponden a las vibraciones dominantes de la estructura, asociadas a sus modos propios. La comparación entre las frecuencias naturales calculadas de forma analítica y aquellas obtenidas a partir de la del modelo reducido puede verse en la Tabla 2.

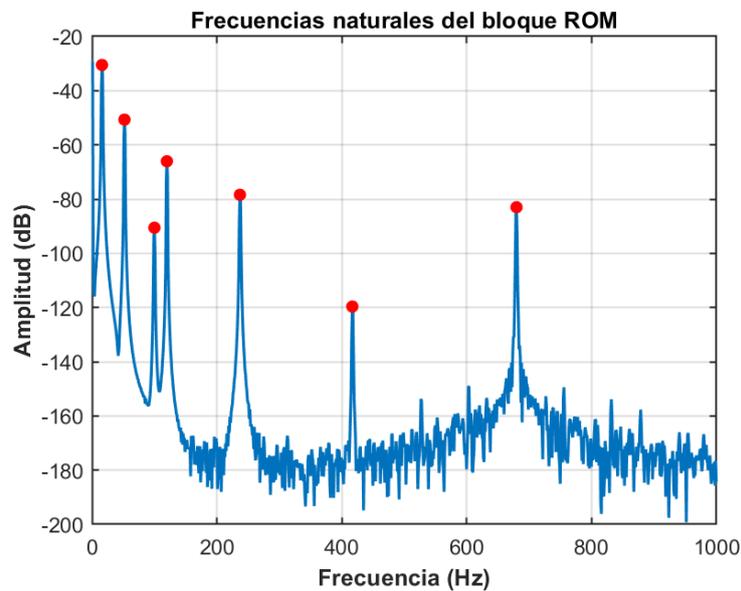


Figura 5: Captura Espectro FFT del desplazamiento del nodo 7 (amplitud en dB).

Tabla 2: Comparación de las frecuencias naturales para el segundo caso de estudio.

	Frecuencias teóricas (Hz)	Frecuencias ROM (Hz)
1º modo	16.18	15.99
2º modo	52.04	51.97
3º modo	99.69	99.95
4º modo	119.92	119.94
5º modo	237.25	236.88
6º modo	404.41	416.79
7º modo	686.12	679.66

En ambos casos, la excelente concordancia valida la metodología y demuestra la capacidad del enfoque propuesto para capturar las propiedades dinámicas fundamentales de estructuras flexibles en 2D, con un coste computacional significativamente reducido respecto a un modelo completo.

4. Conclusiones

Los resultados presentados demuestran la validez y utilidad de la librería desarrollada para la integración de modelos flexibles bidimensionales en Simscape Multibody. La metodología basada en la obtención de matrices dinámicas mediante STABIL, junto con la aplicación del método de Craig-Bampton y su posterior adaptación estructural, permite generar modelos de orden reducido precisos y eficientes. La comparación con resultados analíticos confirma que, incluso con un número reducido de modos, se logra una excelente representación de la respuesta dinámica del sistema, lo que valida su aplicabilidad en entornos donde se requieren altas prestaciones a bajo coste computacional.

5. Referencias

- [1] Miller S., Soares T., Van Weddingen Y., Wendlandt J., “Modeling Flexible Bodies with Simscape Multibody Software”, *MathWorks Technical Paper* (2017)
- [2] Craig, R. R., Bampton, M. C., “Coupling of Substructures for Dynamic Analyses”, *AIAA Journal* **6**, 1313-1319 (1989)
- [3] Brumund, P., Dehaeze, T., “Multibody Simulations with Reduced Order Flexible Bodies Obtained by FEA”, *Proceedings of the MEDSI Conference*. (2020)
- [4] Francois S., Schevenels M., Dooms D., Jansen M., Wambacq J., Lombaert G., Degrande G., De Roeck, G., “Stabil: An educational Matlab toolbox for static and dynamic structural análisis” *Computer Applications in engineering Education* **29**, 1372-1389 (2021)