



Optimización topológica orientada a fabricación aditiva usando una estrategia de convergencia robusta. Aplicación al diseño de una pieza de motocicleta.

Abraham Vadillo Morillas¹, Jesús Meneses Alonso^{1,2}, Alejandro Bustos Caballero³, Cristina Castejón Sisamón^{1,2}

¹ Grupo de Investigación MAQLAB, Departamento de Ingeniería Mecánica y Organización Industrial. Universidad Carlos III de Madrid, 28911, Leganés, España.

² Instituto de Investigación Pedro Juan de Lastanosa, 28911, Leganés, España.

³ Grupo de Investigación MAQLAB, Departamento de Mecánica, Universidad Nacional de Educación a Distancia, 28040, Madrid, España.

La Optimización Topológica ha emergido como un campo de estudio relevante para el diseño mecánico en los lustros recientes. Tras la irrupción del entorno digital y las tecnologías habilitantes de la Industria 4.0, nuevas formas de fabricación surgen, al mismo tiempo que se mejoran algunas ya existentes. En este punto, la ingeniería de diseño necesita de un avance acorde para poder aprovechar todo el potencial existente en la industria. El diseño guiado por la simulación y el diseño orientado a la fabricación se dan la mano en métodos como la mencionada Optimización Topológica.

El uso y mejora de este tipo de algoritmos se encuentra actualmente en desarrollo, siendo un punto de estudio reciente que necesita de una experiencia y manejo muy concretos en diferentes áreas como la optimización matemática, el método de elementos finitos, y la fabricación aditiva. Es decir, que se necesita de equipos multidisciplinares asistiendo al ingeniero de diseño.

Es por eso que, en este estudio, se propone la aplicación de un método de Optimización Topológica como metodología de diseño guiado por la simulación, y la propuesta de un filtrado para la obtención de piezas con restricciones de fabricación aditiva (es decir, diseño orientado a la fabricación). El objetivo principal es presentar adiciones a un código abierto de Optimización Topológica para el diseño orientado a fabricación mediante Selective Laser Melting a través de un algoritmo simple, adaptable a diversos casos y que garantice una convergencia robusta del diseño. Esto permitiría su uso por parte de ingenieros de diseño sin requerir una cualificación exhaustiva en diferentes campos. El código se ejemplificará a través del diseño de la sección de un chasis de motocicleta de competición, representando éste un problema de diseño suficientemente complejo como para validar la utilidad de las propuestas.

Los resultados obtenidos son prometedores ya que se consigue llevar a cabo el diseño variando diferentes parámetros a gusto del diseñador, consiguiendo un resultado fácilmente interpretable de una forma eficiente.

1. Introducción

1.1. Contexto y situación actual

La optimización topológica (TO, del inglés *Topology Optimization*) es una metodología de diseño estructural basada en la distribución óptima de material dentro de un dominio dado, con el objetivo de minimizar una función dada y sujeto a una serie de restricciones. Esta técnica se ha convertido en una herramienta clave en el diseño mecánico avanzado, gracias a su capacidad para generar geometrías innovadoras que serían difíciles de concebir mediante métodos tradicionales.

Existen diversos enfoques dentro de la TO, pero se pueden dividir en tres enfoques principales:

- Enfoques discretos: El problema se formula utilizando variables discretas como secciones, longitudes o elementos de arriostramiento. Los diseños optimizados obtenidos no presentan necesidad de interpretación del resultado por el propio uso de variables discretas; sin embargo, los métodos discretos presentan limitaciones en cuanto a formulación matemática y resolución de problemas estructurales de mayor tamaño o definición. Algunos enfoques discretos destacados son el método ESO (*Evolutionary Structural Optimization*), AESO (*Additive Evolutionary Structural Optimization*) y BESO (*Bidirectional Evolutionary Structural Optimization*).
- Enfoques basados en elementos: Se basan en la discretización de la geometría a optimizar en elementos de una malla usando el Método de Elementos Finitos (MEF). Los métodos basados en elementos presentan una mayor versatilidad resolver para cualquier tipo de problema y presentan una mayor evidencia; pero usualmente requieren de la interpretación del resultado para la obtención de una geometría final. Los principales enfoques basados en elementos son el enfoque de conjunto de niveles, el enfoque de campo por fases, el enfoque de derivadas topológicas y el enfoque basado en la densidad. Este último es el método utilizado a lo largo del presente artículo por su robustez, gran evidencia y adaptabilidad a través del uso de filtros.
- Enfoques combinados: Combinan diferentes metodologías de optimización, como la optimización de forma y la optimización topológica, para obtener un enfoque más holístico. Estos enfoques tienen una baja evidencia dada su relativa juventud y no haber sido un gran foco de investigación en los años recientes. Algunos enfoques destacados son el xFEM y el DCS (*Deformable Simplicial Complex*).

En paralelo a la evolución de estas metodologías, el sector del diseño industrial está siendo transformado por los avances tecnológicos de la llamada Industria 4.0. Esta revolución tecnológica promueve el uso de herramientas digitales, interconectividad y fabricación inteligente, situando a la fabricación aditiva como una de las tecnologías habilitadoras más destacadas. Entre sus ventajas se incluyen la libertad geométrica, la reducción de desperdicio y la posibilidad de producir componentes funcionales personalizados.

En particular, la combinación de optimización topológica y fabricación aditiva representa una sinergia poderosa: permite no solo reducir peso y mejorar el desempeño estructural de componentes, sino también explotar al máximo las capacidades geométricas de procesos como el Selective Laser Melting (SLM). No obstante, la transición desde un resultado numérico a una pieza fabricable presenta retos importantes, como la necesidad de garantizar geometrías auto-soportadas, la imposición de espesores mínimos, y la obtención de soluciones altamente discretizadas que puedan interpretarse y postprocesarse con facilidad.

Para el desarrollo del presente estudio se utilizará un como base código abierto desarrollado por Sigmund [1] en el entorno de MatLab® al que se le realizarán varias adiciones para adaptarlo al caso de estudio. Se detallará el método a través del proceso de diseño de una sección de un chasis de motocicleta de competición.

1.2. Objetivos

El objetivo principal del presente estudio es mostrar un novedoso método de TO sencillo, modulable, adaptable y que requiera de poco postprocesado para obtener diseños óptimos adaptados a fabricación aditiva. Anexos a este objetivo principal, se pueden enumerar una serie de objetivos secundarios que el método final deberá cumplir para resultar exitoso:

- Todas las adiciones deben ser modulares, de tal forma que el código original pueda funcionar con o sin ellas.
- El resultado de la TO debe presentar una discretización alta, permitiendo así una interpretación precisa del resultado. Este concepto de detallará en profundidad a lo largo del artículo.
- Cualquier superficie en la interfase entre material sólido y vacío debe presentar un ángulo mínimo de 45° con respecto a la superficie de construcción. Esto es un requerimiento común a todos los métodos de fabricación aditiva [2].

- El resultado debe presentar una convergencia robusta mientras cumple con los dos objetivos previamente descritos.
- Se aplicarán los desarrollos expuestos a un caso de estudio detallado desde el diseño inicial hasta el resultado final, detallando cada una de las etapas que componen el proceso.

1.3. Definición del problema

El método de TO que se utilizará en este estudio es el enfoque basado en densidad, mediante el cual se discretiza el dominio Ω de diseño en nodos y elementos. Cada elemento es parametrizado por una densidad ρ_e , la cual varía entre cero (vacío) y uno (sólido) [3-5]. El problema general de optimización puede ser formulado entonces de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \min c(\boldsymbol{\rho}) &= \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(\rho_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \\ \text{sujeto a: } &\begin{cases} V(\boldsymbol{\rho})/V_0 \leq f \\ \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \\ 0 \leq \rho_e \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Donde $c(\boldsymbol{\rho})$ es la función objetivo a minimizar, el *compliance* (el inverso de la rigidez), dependiente a su vez del conjunto de densidades de elementos. $\mathbf{F}$ y $\mathbf{U}$ son los vectores de fuerzas y desplazamientos respectivamente, y $\mathbf{K}$ es la matriz global de rigidez. $\mathbf{u}_e$ es el desplazamiento del elemento “e”, $\mathbf{k}_0$ es la matriz de rigidez de dicho elemento y E_e es el Módulo de Young relativo del elemento “e”. Como restricción adicional al rango de densidades y al equilibrio de fuerzas y desplazamientos, se define un valor máximo f de la fracción de volumen final $V(\boldsymbol{\rho})$ respecto al volumen inicial del espacio de diseño V_0 . El volumen del diseño en cada iteración se calcula como se expone a continuación:

$$V(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sum_{e=1}^N \rho_e}{N} \quad (2)$$

Donde N es el número total de elementos en el espacio de diseño discretizado. Para obtener el valor de la densidad de dichos elementos en cada iteración, se utiliza una función de interpolación conocida como *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) [6]. La función SIMP presenta una relación exponencial entre el estado tensional de cada elemento el parámetro de densidad de dichos elementos de tal forma que, mientras se asigna un valor de densidad a cada elemento basado en el estado actual del proceso de optimización, se penalizan las densidades intermedias a través de un exponente más o menos agresivo. Esta es una función exponencial que se formula como:

$$E_e = E(\rho_e) = E_{\min} + \rho_e^p (E_0 - E_{\min}), \quad \rho_e \in [0,1] \quad (3)$$

Siendo E_0 el Módulo de Young del material, y $E_{\min}$ un Módulo de Young asignado a elementos con densidad cero que tiene un valor suficientemente pequeño como para no influir en el cálculo general, y evita incongruencias matemáticas (típicamente $E_{\min} = 10^{-9}$). El parámetro p se conoce como penalización, y gobierna el comportamiento de la función SIMP ofreciendo resultados más binarios a costa de una mayor no-linealidad.

No obstante, este método requiere del uso de filtros para evitar problemas de fabricabilidad e inestabilidades como el conocido patrón de “tablero de ajedrez”. Estos problemas son derivados del modelado numérico del MEF [7] e implican una rigidez artificialmente alta, llevando a resultados inconsistentes o no fabricables. Para resolver este problema, se utilizará un filtro llamado filtro de densidad (*density filter* [8]). Este es un filtro convolutivo, derivado del análisis de imagen, que analiza los elementos vecinos a cada elemento, asignándoles un peso específico y obteniendo un valor promedio de acuerdo con:

$$\tilde{\rho}_i = \frac{\sum_{j \in N_i} H_{ij} V_j \rho_j}{\sum_{j \in N_i} H_{ij} V_j}, \quad \text{con } \sum_j H_{ij} = 1, \quad \forall i \quad (4)$$

Donde $\tilde{\rho}_i$ es la densidad filtrada del elemento “i”, V_j es el volumen del elemento “j”, ρ_j su densidad y H_{ij} el peso específico del elemento “i” para el elemento “j”. El vecindario del elemento “i” se define como N_i , y son todos aquellos elementos cuyos centroides estén dentro de una forma predefinida por el usuario con respecto al elemento bajo análisis. Para este estudio, los pesos específicos H_{ij} se asignarán de forma inversa a la distancia del elemento vecino al elemento bajo análisis, con el método de pesos cónicos:

$$H_{ij} = \begin{cases} R - \text{dist}(i, j) & \text{si } j \in N_i \\ 0 & \text{si } j \notin N_i \end{cases} \quad (5)$$

Donde R representa la distancia desde el elemento bajo análisis hasta el límite de ocupación del filtro de densidad. Finalmente, se utilizará el Método de Asíntotas Móviles (MMA) [9] como algoritmo de optimización robusto, adaptable y con alto respaldo bibliográfico.

Mediante las formulaciones y métodos expuestos, el problema general de optimización topológica queda definido. No obstante, para cumplir con los objetivos de este estudio, en este trabajo se proponen filtros adicionales, que serán extensivamente descritos en los siguientes epígrafes.

1.4. Restricciones de diseño

1.4.1. Restricciones generales

Cuando se utiliza el método basado en densidad en TO, se presentan densidades intermedias en la interfase entre sólido y vacío. Estas densidades intermedias en la práctica son ficticias, ya que no pueden ser fabricadas como parte de un material real. Es por ello que, en línea con los objetivos de este estudio, el resultado debe presentar una discretización alta; es decir, que todas las densidades tiendan a cero o a uno. Esto además facilita la obtención de la geometría final del sólido. De hecho, simplemente obtener la geometría a partir de un campo de densidades poco discreto implica problemas de solución múltiple, interpretable o inexacta.

Adicionalmente, cuando se busca un diseño adaptado a un método de fabricación, sea cual sea, prima la sencillez en el resultado dentro de las posibilidades. Esto, unido a la necesidad de obtener formas sólidas realizables, recalca en la necesidad de imposición de un espesor mínimo de la fase sólida.

Para conseguir ambos propósitos (alta discretización y espesor mínimo), se utilizará un método de filtrado a partir de filtros Heaviside. Sigmund [10] demostró la eficacia de concatenar filtros Heaviside en forma de operador cerrado-abierto para este propósito. El operador se formula de la siguiente manera:

$$\hat{\tilde{\rho}}_e = \hat{\tilde{\rho}}_e \left(\hat{\tilde{\rho}}_{i \in N_e} \left(\hat{\tilde{\rho}}_{j \in N_i} \left(\hat{\tilde{\rho}}_{k \in N_j} (\rho_{l \in N_k}) \right) \right) \right) \quad (6)$$

Donde el superíndice “ $\wedge$ ” representa una operación de dilatación y el superíndice “ $\vee$ ” una erosión. Para conseguir estas dilataciones y erosiones, se utilizará la función Heaviside modificada enunciada por Wang [11], la cual se describe a continuación:

$$\bar{\rho}_e = \frac{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(\tilde{\rho}_e - \eta))}{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(1 - \eta))} \quad (7)$$

Donde $\tilde{\rho}_e$ es la densidad de elemento filtrada por el filtro de densidad y $\bar{\rho}_e$ es el valor de dicha densidad proyectada por cada operación con la función Heaviside descrita. El parámetro β regula la agresividad de la función, haciendo tender a los elementos a una densidad más binaria cuanto mayor sea su valor. Con respecto al parámetro η , se utiliza para cambiar la operación que realiza la función: si tiene un valor de cero, se realizaría una operación de dilatación; mientras que un valor de uno representaría un operador de erosión. Más adelante, Trillet et al. [12] demostraría la relación intrínseca entre el tamaño del filtro de densidad ($R_{\min}$) y el espesor mínimo impuesto a través del operado cerrado-abierto ($r_{\min.\text{Solid}}$), siendo esta relación directa ($r_{\min.\text{Solid}} = R_{\min}$) en el caso utilizado para el presente estudio.

No obstante, derivado del uso de las condiciones de contorno de Neumann, surgen varios problemas como alta densidad en el límite del espacio de diseño, formas perpendiculares a dicho límite y dificultades para imponer el espesor mínimo. Para solucionarlo se utilizará la extensión de malla propuesta por Clausen y Andreassen [13], donde se expande el límite del espacio de diseño con elementos estrictamente vacíos con una extensión al menos igual al tamaño del filtro, menos en las zonas donde se apliquen cargas o restricciones de grados de libertad.

1.4.2. Restricción de fabricación aditiva

A la hora de fabricar una pieza mediante SLM, es crítico realizar un análisis del diseño para evitar la necesidad de generación de estructuras de soporte. Estas estructuras suelen ser necesarias cuando cualquier superficie presenta un ángulo de inclinación con respecto a la placa de construcción, o ángulo crítico (OA), que suele tomarse de 45° . Aunque existen diversos estudios que desarrollan métodos para aplicar esta restricción, el filtro desarrollado por Langelaar [14] cumple parcialmente con los objetivos del estudio, dado que es una herramienta simple, modular y con baja modificabilidad; por ello, puede ser un instrumento útil para obtener la restricción de ángulo crítico.

El filtro utiliza aproximaciones a las funciones máximo y mínimo para realizar un barrido capa por capa, desde la placa de construcción hasta la parte superior del espacio de diseño de la pieza. En este barrido, el filtro otorga a cada elemento la densidad igual al mínimo valor entre su densidad antes de filtrar y el máximo de las densidades de los elementos en la proyección cónica de 45° inmediatamente inferior; estos elementos son: el elemento inferior, el inferior derecho y el inferior izquierdo que se observan en la Figura 1. Esta figura representa los parámetros del filtro donde $\rho_{(i,j)}$ es una densidad sin filtrar y $\xi_{(i,j)}$ son densidades filtradas. Las coordenadas (i, j) indican la posición horizontal y vertical respectivamente indicadas por las líneas verdes, en la dirección de impresión descrita por la flecha roja.

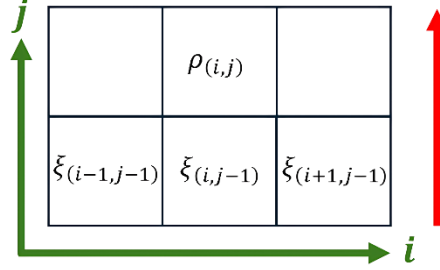


Figura 1: Representación esquemática de parámetros del filtro de Langelaar.

Matemáticamente, el filtro se puede definir como:

$$\begin{aligned}\xi_{(i,j)} &= \text{smin}(\rho_{(i,j)}, \Xi_{(i,j)}) \\ \Xi_{(i,j)} &= \text{smax}(\xi_{(i-1,j-1)}, \xi_{(i,j-1)}, \xi_{(i+1,j-1)})\end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned}\text{smin}(\rho, \Xi) &\equiv \frac{1}{2} \left(\rho + \Xi - ((\rho - \Xi)^2 + \varepsilon)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{\varepsilon} \right) \\ \text{smax}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &\equiv \left(\sum_{k=1}^{n_s} \xi_k^P \right)^{\frac{1}{Q}} ; \quad Q = P + \frac{\log n_s}{\log \xi_0}\end{aligned}\tag{8}$$

Resulta de especial interés para el siguiente epígrafe la utilización del parámetro ξ_0 de la Ecuación 8, ya que servirá como parámetro modificable para obtener un diseño y convergencia robusta [15]. El estudio original [14] contempla el uso del método de sensibilidad adjunta para el cálculo de las sensibilidades del método de optimización, siendo éste un método de cálculo muy efectivo. El cálculo global de sensibilidades se realizará mediante una regla de la cadena de la siguiente forma:

$$\frac{\partial f_e}{\partial \rho_e} = \frac{\frac{\partial f_e}{\partial \hat{\rho}_e} \frac{\partial \hat{\rho}_e}{\partial \check{\rho}_e} \frac{\partial \check{\rho}_e}{\partial \bar{\rho}_e} \frac{\partial \bar{\rho}_e}{\partial \rho_e}}{\frac{\partial \hat{\rho}_e}{\partial \check{\rho}_e} \frac{\partial \check{\rho}_e}{\partial \bar{\rho}_e} \frac{\partial \bar{\rho}_e}{\partial \rho_e}}\tag{9}$$

Donde f representa a la función objetivo, $\bar{\rho}$ representa la operación de filtrado del filtro de densidad, $\check{\rho}$ representa la operación de filtrado para la obtención del ángulo crítico, y los demás superíndices siguen la misma lógica de la Ecuación 6. Finalmente, se utilizará la fórmula conocida como measure of non-discreteness [10] para cuantificar la discretización del campo de densidades en cada iteración:

$$M_{nd} = \frac{\sum_{e=1}^N 4 \bar{\rho}_e (1 - \bar{\rho}_e)}{N} \times 100\%\tag{10}$$

Dicha fórmula arroja un valor cercano a cero cuando el resultado es casi binario y cercano a 100 cuando el campo de densidades está formado únicamente por densidades intermedias.

2. Adaptive Variable Design como algoritmo de convergencia

La obtención de un campo de densidades altamente discreto, además de la concatenación de diferentes filtros, presenta dificultades a la hora de obtener una convergencia robusta mediante el uso de los métodos encontrados en la literatura [10,16-18]. Esto es debido a trabajar con densidades muy binarias y una no linealidad elevada en las etapas finales del proceso de TO.

Es por ello que en este trabajo se propone una novedosa estrategia de convergencia llamada *Adaptive Variable Design* (AVD), que ha demostrado su eficacia a la hora de conseguir convergencia en determinados escenarios como el del problema propuesto en [19,20]. El algoritmo se basa en identificar situaciones de estancamiento u oscilaciones a través del análisis del resultado de la función objetivo en diferentes iteraciones, y proponer cambios en la restricción de volumen y el parámetro β de la función Heaviside, reiniciando total o parcialmente dichos valores en función de la situación. De forma adicional, es necesario añadir al algoritmo de convergencia los parámetros propios del problema:

- Al usar el MMA como algoritmo de convergencia en lugar del *Optimality Criteria* (OC) que proponen los estudios citados, se requiere añadir una restricción adicional de volumen. Esto es debido a que el OC no está basado en gradientes para encontrar el mínimo de la función objetivo sino en un método de bisección, y en cada iteración consigue llegar al máximo volumen permitido por la restricción. Sin embargo, el MMA localiza una solución con un volumen inferior al de la restricción pudiendo éste no ser muy cercano al límite.

El AVD requiere de un control sobre el volumen del campo de densidades de cada iteración para explotar todo su rendimiento. Por ello, la restricción de volumen adicional está destinada a poder acotar dicho parámetro usando el MMA. Se formula entonces la restricción de volumen de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^{nelx} \sum_{j=1}^{nely} \rho_{(i,j)} \right) / nele - (vf - shift) &\leq 0, \\ - \left(\sum_{i=1}^{nelx} \sum_{j=1}^{nely} \rho_{(i,j)} \right) / nele + (vf + shift) &\geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Siendo vf el volumen requerido al algoritmo y $shift$ un margen de actuación para el mismo, con un valor de 0.005 en este caso. De esta forma se acota el volumen entre dos márgenes lo suficientemente estrechos como para que el algoritmo AVD pueda realizar de forma efectiva los cambios de parámetros pertinentes, pero no tanto como para que el MMA no encuentre una solución.

- De especial importancia resulta la introducción del parámetro ξ_0 en el algoritmo de convergencia, ya que su valor parametriza la agresividad del filtro y la no-linealidad del mismo. Los valores de dicho parámetro variarán entre 0.5 y 0.75 entre cada cambio de parámetros en función del estado del proceso de iteración [15], pudiendo obtener de esta forma el ángulo crítico requerido. Los valores utilizados de P y ε de la Ecuación 8 son 40 y 10^{-4} respectivamente [14].
- Cuando se impone un espesor mínimo a través de filtros Heaviside y se pretende además lidiar con campos de densidades previos al filtrado que pueden resultar inestables, es recomendable el uso de la formulación robusta del problema de TO para mitigar los efectos negativos de los métodos mencionados. Esta formulación es ampliamente explorada en la literatura [12,21].
- El criterio de convergencia se ha modificado para adaptarse a campos de densidades especialmente discretos. Generalmente, para el método basado en densidad en TO, se considera que un diseño converge cuando ningún elemento experimenta un cambio de densidad mayor a 0.01 entre iteraciones consecutivas [1]. No obstante, al tratar de conseguir campos de densidad altamente discretos, este criterio pierde consistencia, ya que la densidad en la mayoría de sus elementos será cercana a 0 o a 1, siendo los cambios de densidad usualmente grandes.

Por ello, se propone un criterio de convergencia en tres fases:

- Hasta 500 iteraciones: el criterio es el mismo descrito en el párrafo superior.
- Entre 500 y 2000 iteraciones: se impone un valor de M_{nd} mínimo de 3% para converger, además de no haber ningún cambio de parámetros en el algoritmo AVD en las últimas 50 iteraciones y un análisis de la función objetivo, donde se cumpla el siguiente criterio:

$$0.975 \leq \left| \frac{\sum_{k=loop-4}^{k=loop} \left(\frac{C_k}{5} \right)}{\sum_{k=loop-9}^{k=loop} \left(\frac{C_k}{10} \right)} \right| \leq 1.025 \quad (12)$$

Se compara el valor de la función objetivo entre las 5 y 10 últimas iteraciones, dando un pequeño margen de variabilidad.

- A partir de 200 iteraciones: el valor mínimo de M_{nd} aumenta a 6% y el análisis de la función objetivo cambia de márgenes a los descritos a continuación:

$$0.95 \leq \left| \frac{\sum_{k=loop-4}^{k=loop} \left(\frac{C_k}{5} \right)}{\sum_{k=loop-9}^{k=loop} \left(\frac{C_k}{10} \right)} \right| \leq 1.05 \quad (13)$$

Los valores escogidos han demostrado poder conseguir eficientemente una convergencia robusta a través de diversos casos de estudio con diferentes filtros y propósitos, validando su vigencia para este tipo de problemas

El diagrama de flujo del proceso, con todas las implementaciones descritas a lo largo de los epígrafes 2, 3 y 4, se describe a continuación en la **Figura 2**, donde se representa el filtro de Langelaar en rosa y el algoritmo AVD en verde.

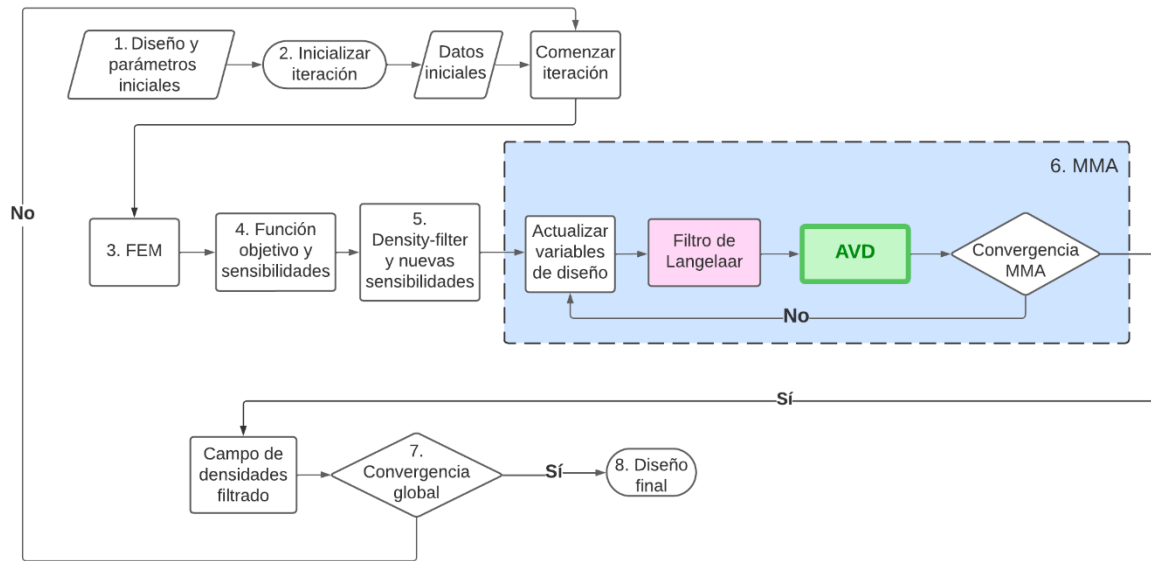
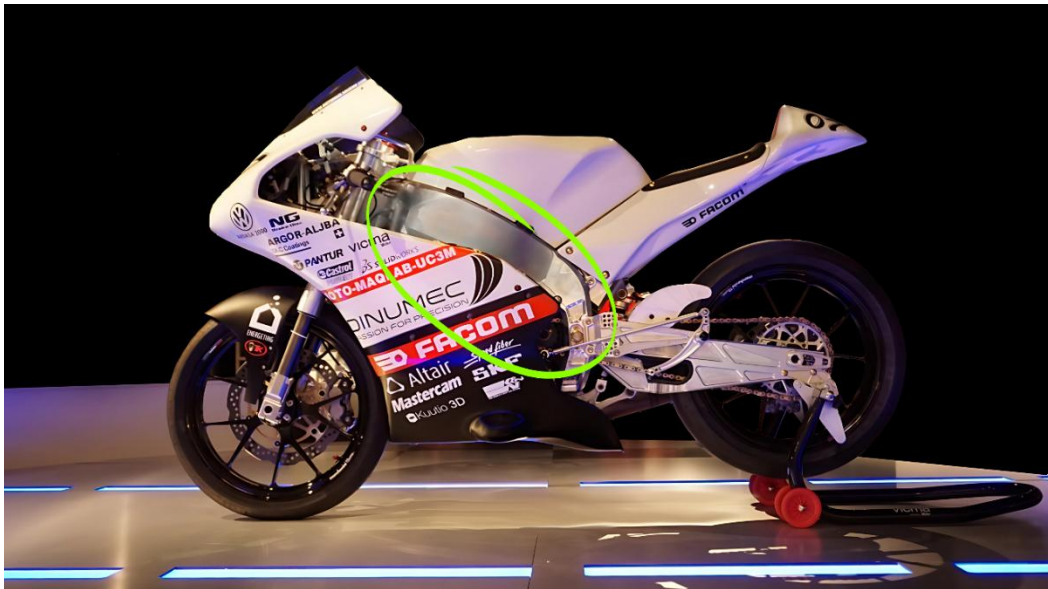


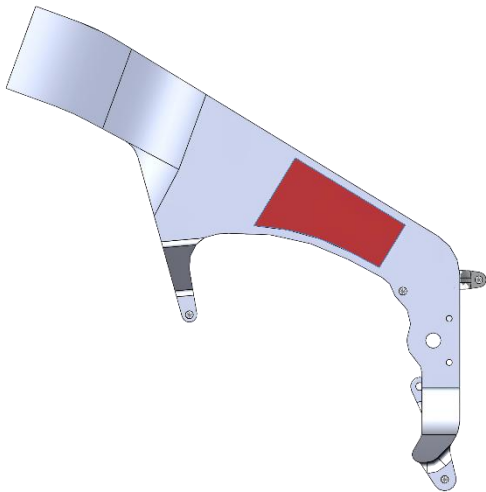
Figura 2: Diagrama del proceso de Optimización Topológica

3. Caso de estudio: sección de chasis de motocicleta de competición

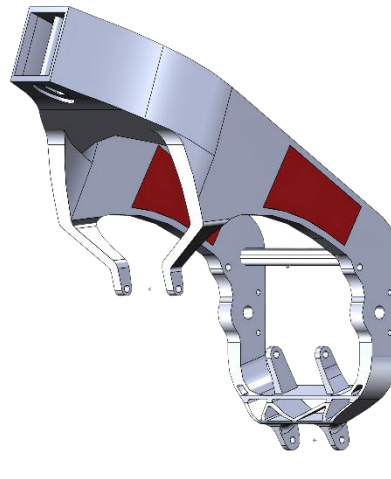
Los métodos y desarrollos explicados anteriormente se aplicarán al caso práctico del diseño de una sección del chasis de una motocicleta de competición. El estudio comienza con un diseño no optimizado que ocupe el máximo espacio disponible para la pieza, teniendo en cuenta todos los escenarios posibles de funcionamiento. A continuación, en la Figura 3 (a) se señala con un círculo verde la situación de la pieza en un prototipo real de motocicleta, y en la Figura 3 (b) y (c) se muestra el diseño CAD previo al proceso de optimización de la pieza a optimizar con la zona de diseño (zona que se optimizará) destacada en rojo.



(a) Prototipo de motocicleta de competición con el chasis señalado en verde



(b) Vista de perfil del diseño CAD del chasis a optimizar con la zona de diseño destacada en rojo



(c) Vista a tres cuartos del diseño CAD del chasis a optimizar con la zona de diseño destacada en rojo

Figura 3: Chasis de motocicleta de competición y zona de diseño del mismo.

Antes de realizar el proceso de optimización topológica, es necesario realizar una fase de pre-proceso en la cual se adapta la geometría a la simulación y se obtienen las condiciones de contorno (cargas y restricciones) necesarias para realizar dicho proceso. En el caso del chasis, la geometría descrita en la Figura 3 (b) y (c) destacada en rojo es lo suficientemente simple y delgada como para considerar un caso de simulación en 2D, ya que las cargas serán esencialmente planas y se produce un ahorro de coste computacional importante cuando se usa una simulación 2D en lugar de 3D [15]. Cabe mencionar que el método utilizado es escalable a 3D sin modificaciones adicionales, como lo demuestra Langelaar en su estudio [22].

Para la obtención de los casos de carga, se procede con los siguientes tres pasos descritos en la Figura 4::

1. Se parte de un diseño con geometrías, puntos clave, materiales y masas. Con este diseño se realiza un análisis para obtener los escenarios críticos de funcionamiento que, en el caso de una motocicleta de competición son aceleración máxima, frenada máxima y paso por curva [23].
2. Se realiza un análisis *multibody* de los casos descritos en el punto anterior, obteniendo las reacciones en los puntos de anclaje de la pieza a optimizar.
3. Se realiza un análisis de elementos finitos a partir de dichos resultados aplicando a la zona de diseño (zona en rojo en la Figura 3 (b) y (c)) las tensiones resultantes para proceder a optimizar únicamente esa zona el lugar de analizar el chasis por completo, a modo de superelemento.

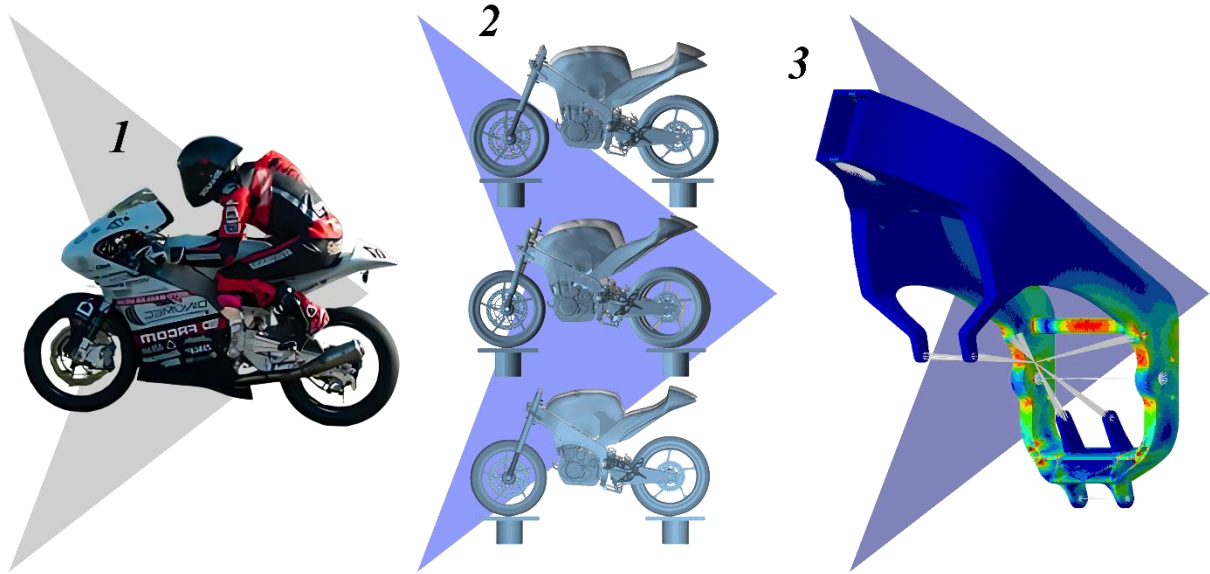


Figura 4: Pasos del pre-proceso del caso de estudio.

Cabe mencionar que, al tener en cuenta diferentes casos de carga, es necesario definir de una forma diferente el objetivo general del proceso de optimización descrito en la Ecuación (1), ya que se obtendrán diferentes valores de *compliance* para los diferentes casos de carga. Se puede abarcar el problema a través de dos métodos diferentes: realizar una suma ponderada y una operación *min-max*.

Entre estos dos métodos, se considera que la operación *min-max* representa una aproximación menos heurística al resultado óptimo ya que, realizando una suma ponderada con valores fijos, algunos de los casos de carga pueden ser sobreestimados o infravalorados a través del criterio del diseñador. El operador *min-max* se basa en minimizar el máximo de los resultados de la función objetivo, de forma dinámica a través de un análisis en cada iteración. La formulación general del problema quedaría por tanto de la siguiente manera:

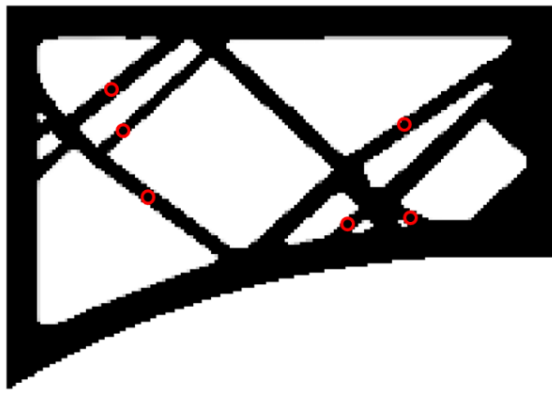
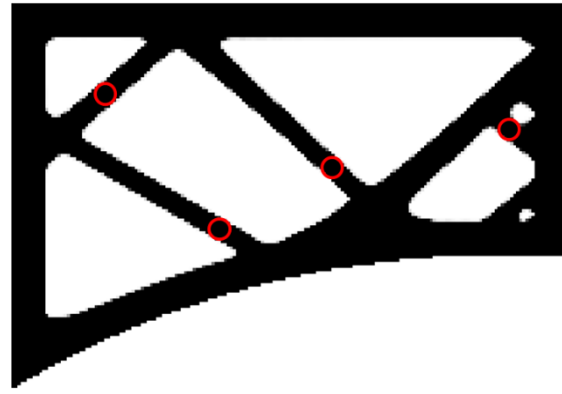
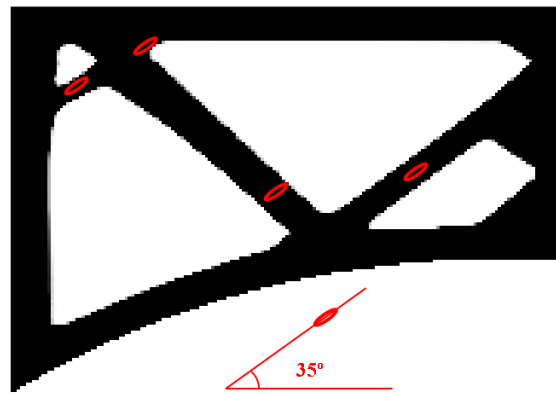
$$\min \left(\max \left(c_i(\rho) = \mathbf{U}_i^T \mathbf{K} \mathbf{U}_i = \sum_{e=1}^N E_e^i(\rho_e) \mathbf{u}_e^{iT} \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e^i \right) \right) \quad (14)$$

$$\text{sujeto a: } \begin{cases} V(\rho)/V_0 \leq f \\ \mathbf{K} \mathbf{U}_i = \mathbf{F}_i \\ 0 \leq \rho_e \leq 1 \\ 1 < i < L \end{cases}$$

Donde el subíndice y superíndice *i* representa el cada caso de carga y *L* el número total de casos de carga. De esta forma se garantiza una minimización de la función objetivo para el caso más restrictivo a lo largo del proceso de optimización, que quedaría sujeto a una verificación posterior de integridad estructural del diseño optimizado. Finalmente, se debe destacar que el material escogido para el proceso de SLM es AlSi10Mg, un polvo metálico típicamente utilizado para procesos de fabricación aditiva a través de láser. Sus propiedades mecánicas típicas son Módulo de Young (*E*) = 70 GPa, Coeficiente de Poisson (*ν*) = 0.33 y densidad $\rho_0 = 2,7 \text{ Kg/m}^3$. El volumen máximo permitido con respecto al original se fija en 0.3.

4. Resultados

Para realizar el proceso se proponen tres topologías distintas para el filtro de densidad: un filtro circular de *R* = 2 mm, otro de *R* = 4 mm y uno anisotrópico en forma de elipse con el semi eje mayor de 8 mm y el semi eje menor de 2 mm. El uso del filtro anisotrópico como el propuesto en [24] ha demostrado ser una potente herramienta para obtener diseños más simples en combinación con el filtro de fabricación aditiva [15]. En concreto se utilizará la elipse girada un ángulo de 35°, siendo el ángulo de la diagonal más grande trazable dentro del espacio de diseño. Los resultados del proceso de optimización se muestran en la Figura 5, donde se indican el tamaño y forma del filtro con líneas rojas en cada caso.

(a) Resultado para radio de filtro $R = 2$ mm(b) Resultado para radio de filtro $R = 4$ mm

(c) Resultado para filtro anisotrópico.

Figura 5: Resultados del proceso de optimización topológica para diferentes topologías de filtro. En rojo se destaca la forma del filtro de densidad en comparación con el tamaño de la fase sólida de los resultados. El filtro anisotrópico de la Figura (c) cuenta con semi eje mayor de 8 mm y semi eje menor de 2 mm con 35° de rotación junto con una referencia del ángulo de rotación.

Cabe destacar cómo, a través de la formulación expuesta en las Ecuaciones 6 y 7, se ha obtenido un tamaño mínimo de la fase sólida a través del tamaño del filtro. Adicionalmente, se muestra cómo mediante el uso del filtro anisotrópico con rotación se consigue un resultado más simple en comparación con los otros dos filtros utilizados.

Los diseños obtenidos se interpretan en un CAD respetando la forma del campo de densidades para poder ser validados mediante MEF. Adicionalmente se han procesado y fabricado mediante *Fused Deposition Modeling* (FDM) los resultados interpretados para verificar la fabricabilidad de los mismos sin necesidad de estructuras de soporte y comparar los correspondientes tiempos de fabricación.

Se ha utilizado la tecnología FDM por accesibilidad a la misma y bajo coste en relación a la SLM. Pese a que las piezas fabricadas con FDM con materiales como PLA no pueden desempeñar la labor de las fabricadas mediante SLM con AlSi10Mg, sí que puede resultar muy útil para verificar parámetros relevantes del estudio. Se suele utilizar 45° como ángulo umbral para la generación de estructuras de soporte tanto en FDM [25] como en SLM [26]; además de la influencia directa entre la complejidad geométrica y el tiempo y coste de fabricación en ambos métodos [27,28]. La validación FDM debe entonces analizarse como referencia en lugar de como datos realísticos de los tiempos de fabricación de la pieza en SLM.

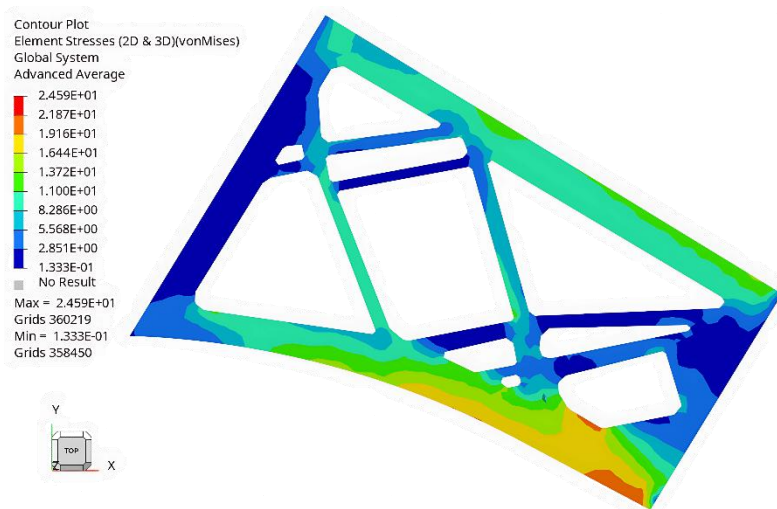
El software utilizado para procesar la fabricación es el Bambu Studio v01.10.01.50; y la máquina usada es la Bambu Lab P1S. Los resultados se muestran a continuación en la Tabla 1, donde se comparan el M_{nd} obtenido a través de la Ecuación 10, el valor de la función objetivo a través del desplazamiento máximo del chasis completo en los casos tratados, la tensión máxima en la zona de diseño, la fracción de volumen final y el tiempo de fabricación.

Tabla 1: Resultados de los tres diseños obtenidos.

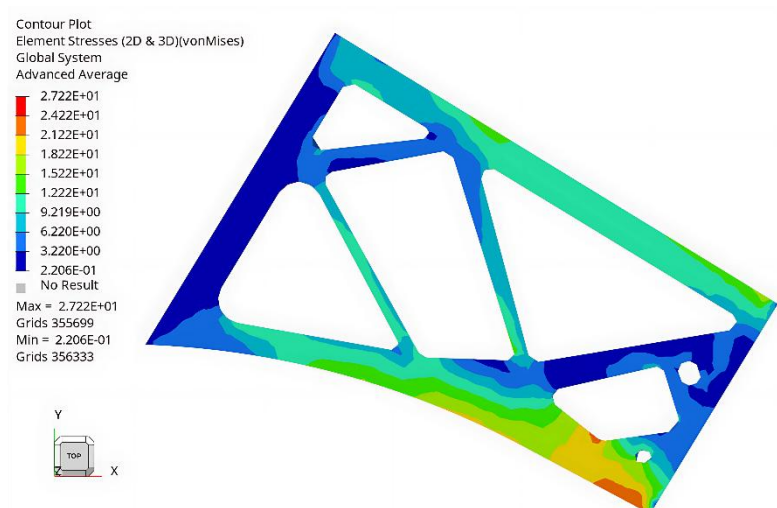
Caso	M_{nd}	Función Objetivo [mm]	Von Mises Máximo [MPa]	Fracción de Volumen	Tiempo de Fabricación [HH:mm:ss]
------	----------	-----------------------	------------------------	---------------------	----------------------------------

Figura 6 (a)	1,641	1,389	24,59	0,273	03:15:26
Figura 7 (b)	1,673	1,,401	27,22	0,268	02:56:17
Figura 8 (c)	1,569	1,335	25,97	0,276	02:44:22

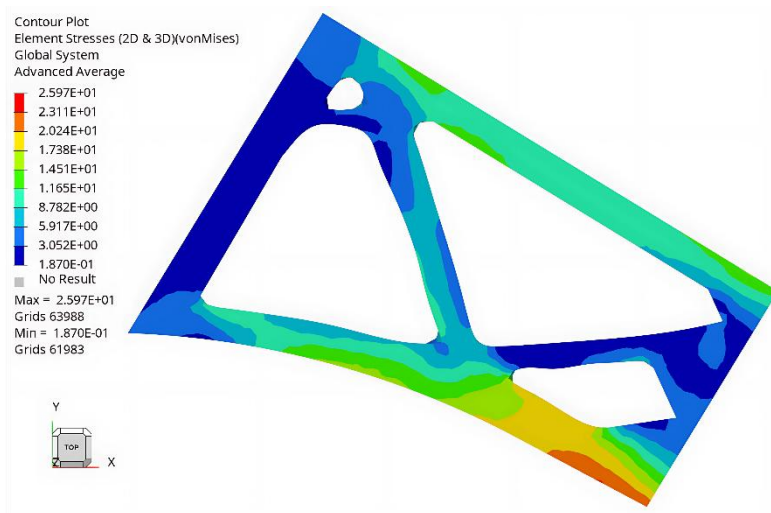
Se puede observar cómo se ha obtenido un valor similar de discretización alta en los tres casos, obteniendo diseños fácilmente interpretables convirtiendo la forma topología casi binaria mostrada en la Figura 5 a un diseño CAD. Con respecto al desplazamiento máximo, el mejor resultado se obtiene usando el filtro anisotrópico, lo que es destacable ya que es el que tiene una forma más sencilla de los tres. Así mismo, la tensión máxima no está orientada a la conformidad de la pieza, ya que las zonas críticas del chasis se ubican en otras secciones, pero sirve como indicador de integridad de la pieza y de robustez de los resultados. Estas tensiones han resultado similares en el caso de máximo requerimiento para la sección. Estos resultados se muestran en la Figura 6, donde las tensiones han sido suavizadas a través de una técnica de *Advanced Average* [29] en la cual cada tensor e invariante son transformados a un sistema consistente, suavizando cada componente por separado para obtener el tensor suavizado.



(a) Tensión de Von Mises para radio de filtro $R = 2$ mm



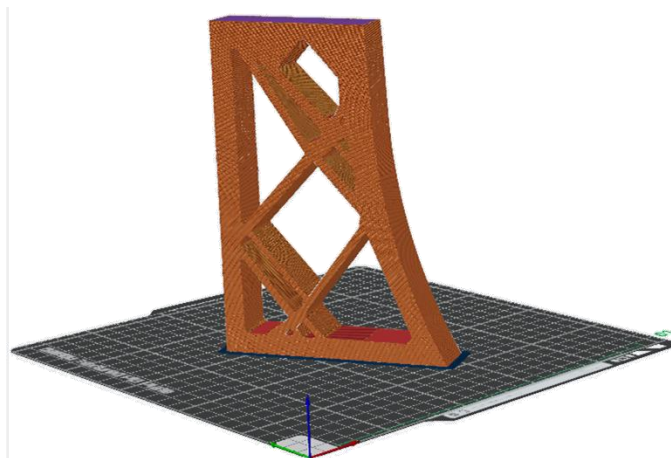
(b) Tensión de Von Mises para radio de filtro $R = 4$ mm



(c) Tensión de Von Mises para filtro anisotrópico con semi eje mayor de 8 mm y semi eje menor de 2 mm con 35° de rotación junto con una referencia del ángulo de rotación

Figura 6: Resultados de la tensión de Von Mises.

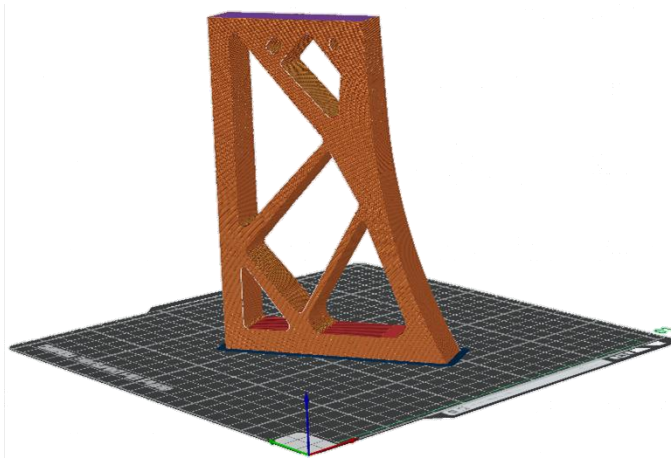
En cuanto a fracción de volumen, se puede observar en la Tabla 1 cómo, a través del uso del algoritmo AVD, se han obtenido volúmenes por debajo del límite superior prescrito de 0.3 mientras se consigue una convergencia robusta utilizando múltiples filtros concatenados. Además, también se puede ver que, por su sencillez, el diseño que utiliza el filtro anisotrópico ocupó menos tiempo de fabricación, lo que podría suponer una gran ventaja a la hora de industrializar la pieza o realizar tiradas grandes de fabricación. Las piezas se han fabricado sin la necesidad de estructuras de soporte, lo cual valida los diseños. La programación del proceso de fabricación y las piezas finales se muestran a continuación en la Figura .



(a) Programación de la fabricación mediante FDM para el diseño de $R = 2$ mm



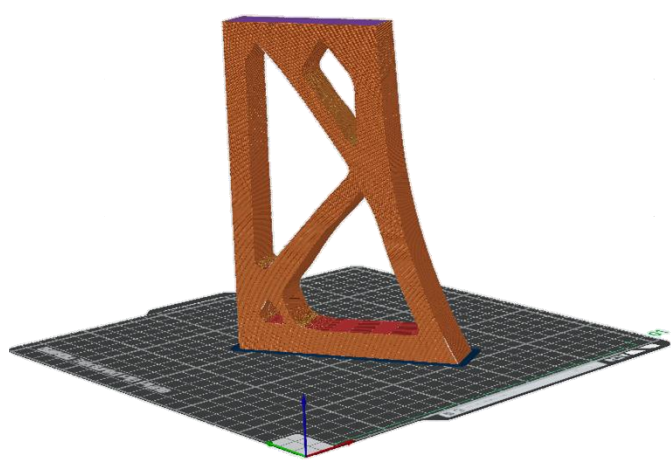
(b) Diseño de $R=2$ mm fabricado



(c) Programación de la fabricación mediante FDM para el diseño de $R = 4$ mm



(d) Diseño de $R = 4$ mm fabricado



(e) Programación de la fabricación mediante FDM para el diseño del filtro anisotrópico



(f) Diseño de filtro anisotrópico fabricado

Figura 7: Validación de los diseños mediante FDM

Las piezas, una vez fabricadas en SLM, se insertarían al resto del chasis utilizando un machihembrado y adhesivo estructural. La unión adhesiva entre piezas de diferentes características es un campo ampliamente estudiado y validado [30-32] y, con el diseño adecuado, pueden potencialmente sustituir a las uniones mecánicas y mejorar su comportamiento en cuanto a transferencia de cargas y disminución de concentradores de tensión.

5. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se ha desarrollado un método a través de un código abierto de MatLab® [1], que incorpora diferentes módulos [10,14,15,19]. Una de las principales aportaciones es el algoritmo AVD, que proporciona una convergencia robusta e incluye parámetros propios de la fabricación aditiva. En definitiva, se consigue una metodología sencilla y modular de TO orientada a la fabricación aditiva sin necesidad de estructuras de soporte. Con respecto a los objetivos secundarios del estudio, cabe mencionar que:

- Las adiciones introducidas son modulares de forma que pueden ser retiradas sin que eso suponga que las demás funciones del proceso dejen de funcionar.
- El uso de los algoritmos desarrollados en este trabajo produce modelos con una alta discretización, como queda reflejado en la Tabla 1. Esto simplifica el proceso de interpretación y garantiza la similitud entre el diseño CAD interpretado y el modelo optimizado en primera instancia."
- Los resultados del código desarrollado respetan la restricción de ángulo crítico. Esto se demostró a través de la fabricación exitosa mediante FDM, de todos los diseños.
- Con el uso de las modificaciones expuestas del algoritmo AVD se ha conseguido una convergencia robusta, validada a través de una simulación MEF de los modelos interpretados.

- Se han aplicado los algoritmos desarrollados al diseño de una sección de chasis de motocicleta de competición como caso real. Los buenos resultados validan un recurso que ha de facilitar enormemente la tarea del diseñador.

Como conclusiones adicionales, cabe mencionar que utilizar un filtro anisotrópico adaptado a la geometría del espacio de diseño puede simplificar el diseño resultante mientras se mantienen los resultados propios de la optimización en comparación con la utilización de un filtro circular. Adicionalmente, este diseño más sencillo recalca en una fabricación más rápida y simple, resultando en un proceso más fácil.

6. Agradecimientos

El trabajo de investigación descrito en este artículo forma parte de los proyectos de I+D+i MC4.0 PID2020-116984RB-C21 y MC4.0 PID2020-116984RB-C22, financiados por el MCIN/AEI/10.13039/501100011033.

7. Bibliografía

- [1] Sigmund O., “A 99 line topology optimization code written in Matlab”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **21**, 120–127 (2001)
- [2] Zou J., Zhang Y., Feng Z., “Topology optimization for additive manufacturing with self-supporting constraint”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **63**, 2341–2353 (2021)
- [3] Bendsøe M. P., “Optimal shape design as a material distribution problem”, *Structural Optimization* **1**, 193–202 (1989)
- [4] Bendsøe M. P., Sigmund O., “Material interpolation schemes in topology optimization”, *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)* **69**, 635–654 (1999)
- [5] Sigmund O., Maute K., “Topology optimization approaches”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **48**, 1031–1055 (2013)
- [6] Stolpe M., Svanberg K., “An alternative interpolation scheme for minimum compliance topology optimization”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **22**, 116–124 (2001)
- [7] Díaz A., Sigmund O., “Checkerboard patterns in layout optimization”, *Structural Optimization* **10**, 40–45 (1995)
- [8] Sigmund O., Petersson J., “Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima”, *Structural Optimization* **16**, 68–75 (1998)
- [9] Svanberg K., “The Method of Moving Asymptotes - Modelling aspects and solution schemes”, *Lecture Notes for the DCAMM course Advanced Topics in Structural Optimization* (1998)
- [10] [Sigmund O., “Morphology-based black and white filters for topology optimization”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **33**, 401–424 (2007)
- [11] [Wang F., Lazarov B. S., Sigmund O., “On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **43**, 767–784 (2011)
- [12] [Trillet D., Duysinx P., Fernandez E., “Analytical relationships for imposing minimum length scale in the robust topology optimization formulation”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **64** (2021)
- [13] Clausen A., Andreassen E., “On filter boundary conditions in topology optimization”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **56**, 1147–1155 (2017)
- [14] Langelaar M., “An additive manufacturing filter for topology optimization of print-ready designs”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **55**, 871–883 (2017)
- [15] Vadillo Morillas A., “Novel methods in Topology Optimisation for additive/subtractive manufacturing in the digital environment. Application to motorbike design.”, *Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid* (2024)
- [16] Qie L., Jing S., Lian R., “Heaviside-Based Morphological Filters for Topology Optimization”, *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* **472**, 012034 (2019)
- [17] Li L., Khandelwal K., “Volume preserving projection filters and continuation methods in topology optimization”, *Engineering Structures* **85**, 144–161 (2015)
- [18] Guest J. K., Asadpoure A., Ha S.-H., “Eliminating beta-continuation from heaviside projection and density filter algorithms”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **44**, 443–453 (2011)

- [19] Vadillo Morillas A., Meneses Alonso J., Bustos Caballero A., Castejón Sisamón C., Ceruti A., “Adaptive Variable Design Algorithm for Improving Topology Optimization in Additive Manufacturing Guided Design”, *Inventions* **9**, 4 (2024)
- [20] Vadillo Morillas A., Meneses Alonso J., Bustos Caballero A., Castejón Sisamón C., “Sensitivity Analysis and Filtering of Machinable Parts Using Density-Based Topology Optimization”, *Applied Sciences* **14**, 14 (2024)
- [21] Fernández E., Yang K., Koppen S., Alarcón P., Bauduin S., Duysinx P., “Imposing minimum and maximum member size, minimum cavity size, and minimum separation distance between solid members in topology optimization”, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **368**, 113157 (2020)
- [22] Langelaar M., “Topology optimization of 3D self-supporting structures for additive manufacturing”, *Additive Manufacturing* **12**, 60–70 (2016)
- [23] Cossalter V., “Motorcycle Dynamics, 2nd ed.”, *Vittore Cossalter* (2006)
- [24] Wang B., Zhou Y., Tian K., Wang G., “Novel implementation of extrusion constraint in topology optimization by Helmholtz-type anisotropic filter”, *Structural and Multidisciplinary Optimization* **62**, 2091–2100 (2020)
- [25] Jiang J., Stringer J., Xu X., Zhong R., “Investigation of Printable Threshold Overhang Angle in Extrusion-based Additive Manufacturing for Reducing Support Waste”, *Int. J. Comput. Integr. Manuf.* (2018)
- [26] Cloots M., Zumofen L., Spierings A., Kirchheim A., Wegener K., “Approaches to minimize overhang angles of SLM parts”, *Rapid Prototyping Journal* **23**, 362–369 (2017)
- [27] Amor S., Tahan A., Louhichi B., “The Impact of Geometric Complexity on Printing Time and Cost for Additive Manufacturing (AM) Process”, *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 203–210 (2022)
- [28] Häfele T., Schneberger J.-H., Buchholz S., Vielhaber M., Griebisch J., “The impact of geometric complexity on manufacturing process efficiency of Selective Laser Sintering”, *Procedia CIRP* **120**, 968–973 (2023)
- [29] Altair Engineering Inc., “Altair OptiStruct Help Guide”,
- [30] Pearson R., “Thermoset Adhesives”, *Encyclopedia of Materials: Science and Technology*, Elsevier, 9204–9208 (2001)
- [31] Pocius A. V., “Adhesives and Sealants”, *Polymer Science: A Comprehensive Reference*, Elsevier, 305–324 (2012)
- [32] “Polymers for aerospace structures”, *Introduction to Aerospace Materials*, Elsevier, 268–302 (2012)