XXV CONGRESO NACIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA
Santander, 10-13 junio 2025
Universidad de Cantabria
IFToMM

Uso de técnicas de aprendizaje supervisado en la determinación del *mesh load factor* en transmisiones planetarias

Javier Sanchez-Espiga[1]*, Miguel Iglesias[1], Alberto Diez-Ibarbia[1], Alfonso Fernandez-del-Rincon[1], Ana de-Juan[1], Pablo Garcia-Fernandez[1], Fernando Viadero[1]

[1] *Departamento de Ingeniería Estructural y Mecánica, Universidad de Cantabria, javier.sanchezespiga@unican.es, miguel.iglesias@unican.es, alberto.diez@unican.es, alfonso.fernandez@unican.es, ana.dejuan@unican.es, pablo.garcia@unican.es, fernando.viadero@unican.es*

Este trabajo se enmarca dentro del estudio del comportamiento de transmisiones planetarias de baja velocidad, enfocándose específicamente en su reparto de carga. Las transmisiones de engranajes pueden experimentar numerosas variaciones, ya sea por demanda del diseñador o debido a errores inherentes a su fabricación y montaje. En este contexto, los autores proponen el uso de diferentes técnicas de aprendizaje supervisado para desarrollar herramientas capaces de calcular la distribución de carga y, en consecuencia, el factor de carga de malla de una transmisión planetaria.

Partiendo de la definición de diversas transmisiones con diferentes números de planetas o dientes en los engranajes y considerando los estándares establecidos por las normativas para un conjunto de errores de fabricación, se propone el uso de técnicas numéricas avanzadas de aprendizaje supervisado para el entreno de herramientas capaces de modelar y predecir el mesh load factor (K_γ) de una transmisión planetaria. Con este fin, los autores plantean diferentes modelos de entrenamiento supervisado, redes neuronales y arboles de decisión, que permiten evaluar la viabilidad y fiabilidad de la utilización de estas herramientas en la predicción del K_γ a partir de la magnitud de los errores de fabricación de la transmisión del valor máximo del radio de la órbita descrita por el sol.

Así, este trabajo presenta las mencionadas herramientas de aprendizaje supervisado que proporcionan unos resultados precisos de predicción del K_γ de transmisiones planetarias de engranajes para aerogeneradores. Igualmente, se evalúa la precisión de estas herramientas en comparación con los resultados obtenidos a partir de la implementación del método de Monte Carlo.

1. Introducción

Las transmisiones de engranajes son un componente clave dentro de los sistemas de transmisión en numerosos ámbitos, desde la movilidad personal hasta la aviación comercial, pasando por el sector de la energía o la minería. Más concretamente, las transmisiones planetarias de engranajes se erigen como un elemento de gran importancia en todos estos sectores a causa de su compacidad, densidad de potencia, coaxialidad y versatilidad en la relación de transmisión, entre otras ventajas.

Estas razones y los sectores donde estas transmisiones destacan hacen que hayan sido y sigan siendo de gran interés dentro del ámbito de la investigación en ingeniería mecánica. Así, a lo largo de los años, se han desarrollado una serie de modelos de simulación que persiguen la recreación del comportamiento de estos sistemas con un alto grado de realismo. Para tal fin, los planteamientos escogidos abarcan las formulaciones analíticas [1], [2], [3], [4], los modelos de elementos finitos [5], [6], [7], [8] y las formulaciones híbridas [9], [10] , que combinan al menos dos planteamientos. Estos modelos sirven además para simular estas transmisiones sin tener que hacer frente a los elevados costes y las complejidades asociadas a la actividad experimental.

Por otra parte, el empleo de modelos estadísticos para el análisis del comportamiento de diversos fenómenos o para el estudio del grado de confiabilidad de un proceso de fabricación [11], [12] o para la determinación del impacto que un factor puede tener sobre un proceso biológico [13], [14] o productivo han sido objeto de diversos estudios. Más concretamente, y aunando el análisis estadístico con las transmisiones de engranajes planetarias, los autores de este trabajo han presentado contribuciones [15], [16] donde se empleaba el reconocido método de Monte Carlo [17] para la determinación de las funciones de distribución del *mesh load factor* (K_γ) de transmisiones planetarias de engranajes para aerogeneradores. Mediante el uso de esta técnica se pudo determinar la probabilidad de fabricación y montaje de una transmisión que no cumpla con el estándar establecido por la IEC 61400-4 [18].

En estos últimos años, la inteligencia artificial y el *machine learning* se han demostrado como recursos de gran utilidad dentro de la ingeniería mecánica y, más concretamente, en el ámbito vinculado con las transmisiones de potencia mediante engranajes. Numerosos trabajos se han publicado en relación con el empleo de la inteligencia artificial como herramienta para el monitorizado en condición y el mantenimiento predictivo de transmisiones de engranajes focalizándose tanto en el cálculo de la vida útil restante de las transmisiones [19] como en la detección de fallos y daños asociados a la operación de las transmisiones [20], [21], [22], [23] .

Fruto de la experiencia previa de los autores y del contexto actual del estado del arte, presentado anteriormente, este trabajo propone emplear los datos obtenidos, fruto de campañas de simulación realizadas para la implementación del método de Monte Carlo [16], [24], para el entrenamiento de herramientas de aprendizaje supervisado que permitan determinar la relación entre los errores de fabricación y la órbita descrita por el sol con el K_γ de una transmisión planetaria para un aerogenerador. La relevancia de este trabajo radica en la necesidad de establecer métodos fiables para llevar a cabo este tipo de análisis que permitan obtener estos resultados de una forma más eficiente, evitando la carga computacional que supone el elevado número de simulaciones requerido por el método de Monte Carlo. Esta reducción en el número de simulaciones puede hacer que los fabricantes dispongan de los datos necesarios para realizar un entrenamiento adecuado y, así, posean una herramienta entrenada específicamente para sus modelos de transmisiones. Igualmente, este trabajo plantea la posibilidad de extender el uso de estas herramientas de *machine learning* entrenadas específicamente para un escenario concreto a otros donde la tolerancia de fabricación es menor sin necesidad de un nuevo entrenamiento, buscando evitar tener que entrenar de nuevo y reducir la cantidad de datos necesarios para el buen funcionamiento de estas herramientas. En conclusión, este trabajo se centra en definir herramientas de cálculo fiables y eficientes que permitan a los diseñadores y entes industriales tomar decisiones que impacten positivamente en el rendimiento y la fiabilidad de sus productos y en la competitividad de estas tecnologías en su competición con otras menos sostenibles.

2. Métodos

Las técnicas de aprendizaje supervisado son una rama dentro de las múltiples que presenta el *machine learning.* Esta rama consiste en la definición de herramientas capaces de realizar labores de cálculo, predicción y agrupamiento. Para conseguir el propósito para el que se definen este tipo de herramientas es de crucial importancia el proceso de entrenamiento. Más concretamente, el aprendizaje supervisado consiste en entrenar herramientas de *machine learning* a partir de un proceso iterativo en el cual se le alimentan unas variables de entrada, cuantitativas o cualitativas, y se compara el resultado obtenido con el resultado real, del cual se dispone y participa del entrenamiento, a diferencia del entrenamiento no supervisado. Mediante este proceso, una herramienta de *machine learning* bien definida termina por converger y encontrar un mínimo local o global dentro del problema de regresión que ha de resolver. A continuación, se explica con mayor detalle los pormenores del problema que se plantea para este trabajo y de los dos tipos de herramienta empleados en su resolución.

2.1. Ingeniería de características y variables involucradas

El paso inicial para un proceso de modelizado de una herramienta de aprendizaje supervisado consiste en la determinación de las variables de entrada y de salida. En este caso, se plantea la hipótesis de la determinación del K_γ (variable de salida) de una transmisión planetaria, primera etapa de la transmisión de potencia de un aerogenerador, a partir de los errores de fabricación, mencionados anteriormente, y del valor máximo del radio de la órbita descrita por el sol de la transmisión (variables de entrada), obtenidos siguiendo los procedimientos presentados en [25], [26].

Más concretamente, los datos relacionados con los errores de fabricación mencionados, de espesor y errores tangenciales de posición, se han definido siguiendo una distribución normal con un valor medio nulo y una desviación típica dependiente del nivel de tolerancia considerado para los errores de fabricación. Como se muestra en la Figura 2 las tolerancias marcadas por la DIN 3967, dentro de las cuales se ha seleccionado los valores de 25, 40 y 60 μm, definen el rango [-3σ, 3σ] para las mencionadas distribuciones.

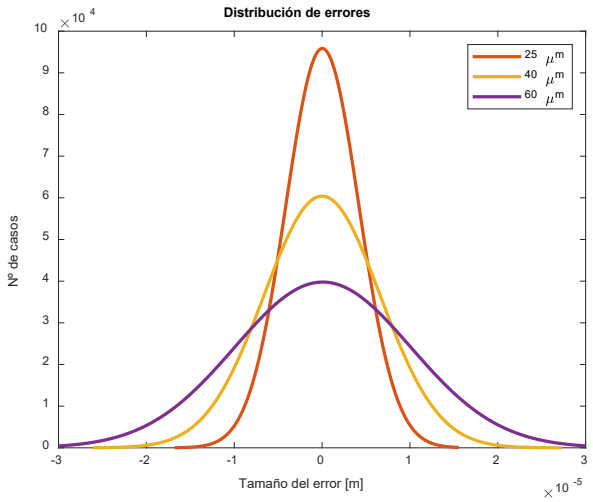


Figura 1: Distribución normal para la definición de los errores de fabricación.

Por otra parte, los valores de los radios máximos de la órbita descrita por el sol son el resultado de la simulación del comportamiento del modelo desarrollado por los autores para implementar el método de Monte Carlo en la determinación del impacto de los errores de fabricación en el comportamiento de las transmisiones planetarias [24], [25]. En la Figura 3 se presenta la función de distribución de este parámetro y la relación que estos tienen con las otras variables de entrada y la variable de salida.

Un punto crucial que determinará el grado de precisión y la convergencia del proceso de entrenamiento de una herramienta de *machine learning* es la preparación de las variables de entrada, es decir, la ingeniería de características. Más concretamente, en este trabajo las variables de entrada seleccionadas están en metros, y los valores están en el orden de magnitud de los micrómetros, mientras que los valores de K_γ están en el orden de magnitud de las unidades y son adimensionales. Por lo tanto, en cuanto a la escala es necesario adaptar el problema a la escala adecuada, más concretamente, beneficia el proceso de entrenamiento que todas las variables con las que se trabaja estén en el mismo orden de magnitud. De esta forma se evita introducir un sesgo en el proceso de entrenamiento por el cual se podría dar más importancia a unas variables que a otras simplemente por no emplear el mismo orden de magnitud. Así, las variables de entrada se reescalan a un rango adecuado, especificado en detalle en la sección 3.

Por otra parte, es relevante analizar las distribuciones que siguen las variables involucradas en el entrenamiento. En este caso, los errores de fabricación siguen una distribución normal con un valor promedio nulo y un rango [-3σ, 3σ] que considera las tolerancias geométricas establecidas por la DIN 3967 para el error de espesor en el diente, que se toma como referencia también para los errores tangenciales de posicionamiento de los planetas.

En cuanto a lo que respecta a los valores máximos de la órbita, la distribución no es normal, sino que presenta un sesgo, al igual que lo hace la distribución de probabilidad del K_γ. Este sesgo viene dado por la menor probabilidad de que se fabrique una transmisión con un desequilibrio anómalo que provoque altos valores de K_γ y, por lo tanto, mayor radio de órbita del sol. Finalmente, en la Figura 2 se presenta un diagrama que cruza todas las variables consigo mismas y con las demás una a una y permite observar las relaciones entre ellas y las tendencias seguidas por cada variable en su histograma.

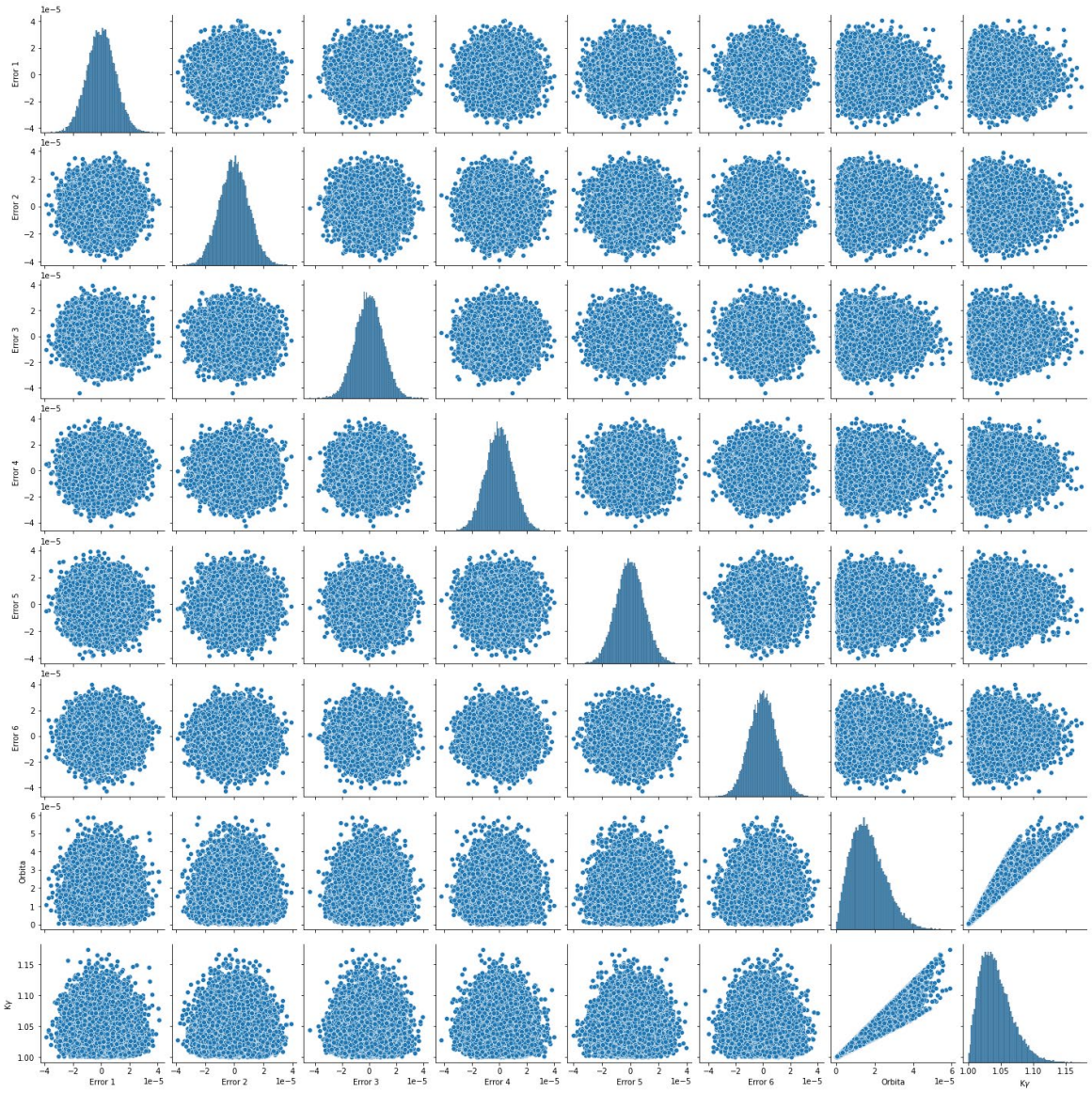


Figura 2: Correlación entre variables de entrada y salida una a una.

la magnitud de los errores de tangenciales de posición de cada planeta y la magnitud de los errores de espesor. Además, se ha seleccionado también el valor máximo alcanzado por el radio de la órbita descrita por el sol de cada transmisión. La selección de estas variables viene justificada por el impacto que tienen en el reparto de carga de una transmisión, vastamente documentado en el estado del arte. Además, estos datos se pueden obtener sin gran complejidad, la medida de la microgeometría de los componentes es una práctica habitual en la industria y la medida de la órbita del eje del sol es una práctica extendida. Únicamente, se debería tener en cuenta que la órbita ha de medirse desde una referencia rotatoria asociada al giro del portasatélites, técnica propuesta y empleada en [26], [27].

2.2. Redes neuronales

Las redes neuronales son una herramienta de aprendizaje supervisado que puede tomar diversas arquitecturas y propósitos. Las redes neuronales se pueden emplear en problemas de regresión o clasificación en otros. En este caso, el foco se centra en el empleo de redes neuronales para la resolución de problemas de regresión no lineales. Para la definición de estas redes se ha empleado el conjunto de recursos *tensorflow.keras* de Python, referencia en el ámbito. Empleando este lenguaje de programación, se ha establecido una topología de red con una capa de entrada con tantas neuronas como variables de entrada. Después se definen las capas intermedias, denominadas capas ocultas. Concretamente, en este estudio serán 2 capas ocultas de 20 y 10 neuronas, respectivamente. Finalmente, en la capa de salida hay una sola neurona, tantas como variables de salida, en este caso la correspondiente al cálculo del Kɣ.

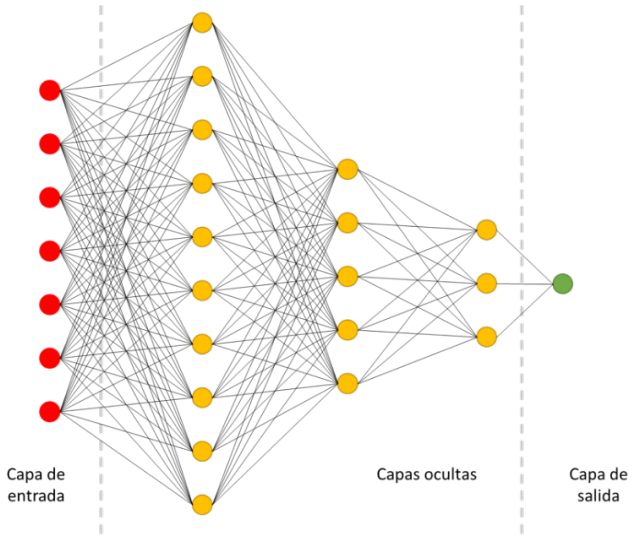


Figura 3: Diagrama genérico de la topología de una red neuronal.

Esta técnica permite definir las capas e interconectarlas entre sí, como se muestra en la Figura 3. Así, las variables de entrada se hacen pasar por una serie de capas que relacionan los datos a partir de los denominados pesos. Los pesos conectan los nodos o neuronas, y en cada neurona se combinan todas las entradas y se relacionan con la función de activación que produce la salida de cada nodo. En este caso concreto, todas las capas tienen una función de activación de tangente hiperbólica para permitir que trabajen con valores negativos, presentes en la definición de los errores de fabricación.

2.3. Árboles de decisión

Los árboles de decisión, propuestos por Breiman et al. en [28], consisten en una aplicación de los algoritmos de aprendizaje supervisado no paramétrica que se puede emplear en problemas de regresión y clasificación. Esta herramienta consiste en la descripción de una estructura jerárquica que consta de un nodo raíz (situado en el origen del árbol), ramas, nodos de decisión y nodos hoja, que carecen de ramas de salida. Por lo tanto, con esta arquitectura en forma de árbol esta herramienta permite, a partir de una serie de condiciones fruto del entrenamiento, la clasificación de un conjunto de datos, en este caso cuantitativos. Así, estos modelos establecen una serie de condiciones sobre las variables de entrada que permiten establecer particiones en el conjunto de datos y así predecir mejor la respuesta.

El usuario además de trabajar con los datos que alimenta al modelo, que tienen que estar previamente procesados, como se explicó en la sección 2.1, puede establecer el número de niveles de profundidad al que puede llegar el árbol a la hora de establecer las condiciones para clasificar los datos. Sin embargo, en el contexto de este trabajo y dado el elevado número de variables de entrada, las condiciones han sido establecidas por el algoritmo de regresión para la programación de este tipo de herramientas que se incluye en el conjunto de recursos *sklearn.tree* de Python. En el contexto de este trabajo el máximo de profundidad en cuanto a las ramas de decisión se ha establecido en 45. Esta decisión se ha tomado teniendo en cuenta que un elevado número de niveles puede ser contraproducente, generando problemas de sobreajuste y elevando innecesariamente la complejidad y el tiempo de computación del modelo. Por lo tanto, al igual que en el caso de las redes neuronales, se ha de encontrar un equilibrio.

Los árboles de decisión en comparación con las redes neuronales presentan una mayor sencillez en cuanto al aprendizaje y a la interpretación, las redes neuronales son notablemente más opacas a la hora de entender su funcionamiento interno. Además, no requieren de un gran esfuerzo en la preparación de los datos, es decir, son menos susceptibles de errar como consecuencia de una mala ingeniería de las características, cosa que en las redes neuronales es determinante. Al igual que las redes neuronales los árboles de decisión permiten trabajar con variables cualitativas y cuantitativas.

3. Casos de estudio

Este trabajo considera transmisiones con 3 planetas en todas las posibles configuraciones en términos de fase de engrane. Así, para estas transmisiones habrá una configuración con planetas equiespaciados y en fase (ESIP, por su acrónimo en inglés) y otra configuración con los planetas equiespaciados y desfase secuencial de engrane (ESSP).

Para cada planeta se considera la existencia de 2 tipos de errores, de espesor y de posicionamiento tangencial. Así, el número de variables de entrada asciende a 7 teniendo en cuenta los errores de cada planeta y el radio máximo

de la órbita. En la Tabla 1: se presenta el número de dientes que se empleó en cada transmisión y que determinan su fase de engrane.

Tabla 1: Numero de dientes para los engranajes de cada transmisión, siguiendo la ISO 21771.

	Nº de planetas = 3	
N.º de dientes	ESIP	ESSP
Z_r	-171	-170
Z_p	50	49
Z_s	69	70

4. Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para los escenarios mencionados en la sección 3, aplicando las dos técnicas de aprendizaje supervisado que se han presentado en la sección 2. Cabe destacar que el planteamiento que se ha tomado consiste en realizar el entrenamiento de los modelos de aprendizaje supervisado con los datos correspondientes a la tolerancia mayor dentro del espectro de las que se han considerado. Así, con este entrenamiento después se realizan predicciones de resultados para las otras 2 tolerancias, 25 y 40 µm, respectivamente.

4.1. Predicción del Kγ con redes neuronales

En esta sección el estudio se centra en el uso de las redes neuronales, descritas anteriormente. Estas redes, con la configuración mencionada, se han empleado para las transmisiones de 3 planetas ESIP y ESSP. Dada la diferencia en el comportamiento de cada una de ellas, los hiperparámetros de entrenamiento se han evaluado para cada caso.

Empezando por el caso de la ESIP, el conjunto de datos de entrenamiento y validación consta de 800 y 200 datos respectivamente. Además, estos datos se han alimentado durante un proceso de entrenamiento de 500 épocas con una tasa de aprendizaje de 0,002. No obstante, para evitar que los resultados que se presentan en la Figura 4 estén afectados por el sobreajuste, las predicciones se han realizado a partir de un conjunto de datos diferente, que consta de 28.000 datos que no se han alimentado previamente a la red. Más concretamente, los resultados presentados en la Figura 4, Figura 5 y Figura 6 comprenden el histograma del resultado de la predicción realizada con la red neuronal (Predicción Kγ), los resultados obtenidos de la simulación numérica de las transmisiones planteadas con errores de fabricación que siguen la distribución presentada en la sección 2 (Kγ real) y los primeros 100 valores para ambos conjuntos de datos. Esto se ha limitado a 100 casos para facilitar que el lector vea el detalle de los resultados.

En primer lugar, se presentan los resultados para la tolerancia de 60 µm, recogidos en la Figura 4. Para esta tolerancia es para la cual se ha entrenado la red neuronal sabiendo que el proceso de entrenamiento y validación ha convergido a unos errores del orden de magnitud 1e-5. No obstante, como se ha mencionado anteriormente estos resultados son fruto de 28.000 casos diferentes a los empleados para el entrenamiento y la validación. Ambos histogramas presentan distribuciones muy similares, con variaciones en el número de casos de la columna más representativa, pero manteniendo el rango de resultados.

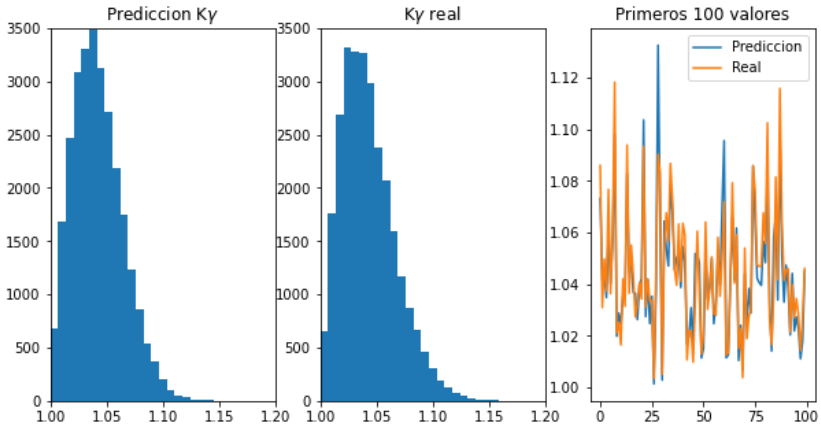


Figura 4: Resultados para ESIP generados con una red neuronal y 60 µm de tolerancia.

Partiendo de la red entrenada para la tolerancia de 60 µm, y sin entrenar de nuevo la red para la nueva tolerancia, a continuación, se presentan los resultados obtenidos para la tolerancia de 40 µm. En la Figura 5 se muestran los histogramas de la predicción de Kɣ y los valores reales de Kɣ. Se puede observar cómo ambos histogramas presentan una distribución muy similar. Igualmente, se presentan los primeros 100 valores de ambos conjuntos de datos como muestra del paralelismo entre ambos. Se puede ver cómo aunque el entrenamiento no haya sido realizado para esta tolerancia específica la precisión en la predicción no solo se mantiene sino que es incluso mayor, en términos de similitud entre los histogramas.

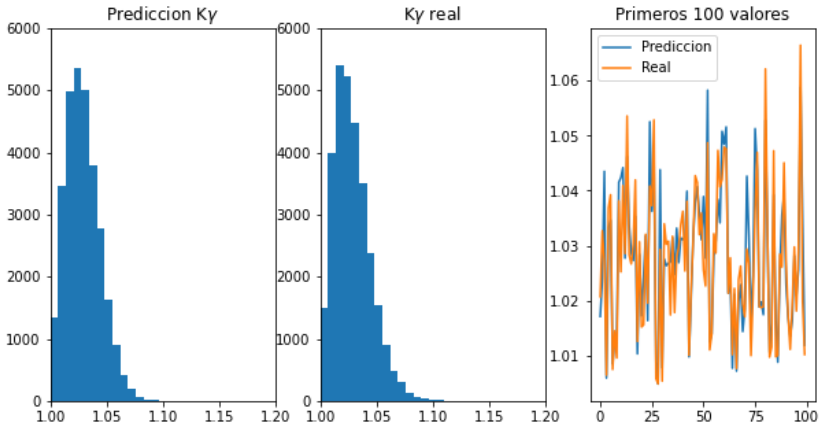


Figura 5: Resultados para ESIP generados con una red neuronal y 40 µm de tolerancia.

A continuación, se presenta el mismo análisis para el caso de 25 µm de tolerancia. Como se puede ver, al bajar la tolerancia en los errores de fabricación también se reduce el espectro en los valores de Kɣ. Este fenómeno se observa en los resultados producto de la simulación numérica y en las predicciones, por lo tanto, la red reacciona a los cambios asociados a la variación de la tolerancia y mantiene el grado de precisión observado en casos anteriores.

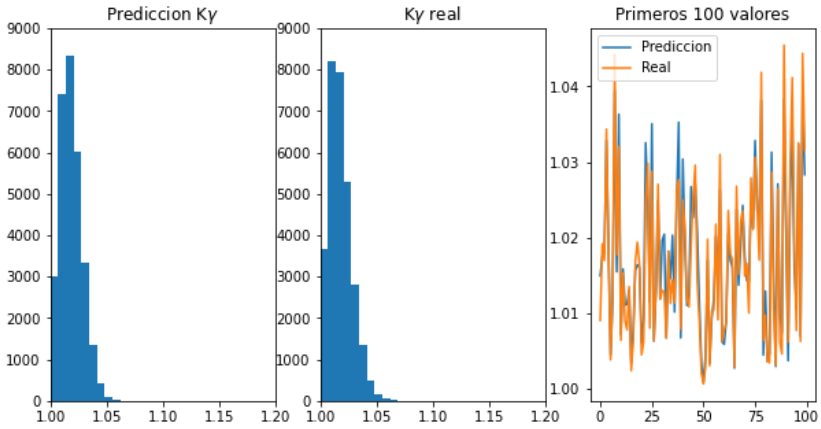


Figura 6: Resultados para ESIP generados con una red neuronal y 25 µm de tolerancia.

El siguiente paso consiste en realizar este mismo análisis para las transmisiones ESSP. Al cambiar la transmisión se podría esperar que también se modifiquen los hiperparámetros asociados al procedimiento de entrenamiento. No obstante, en este caso tras evaluar diferentes soluciones se decidido mantener los mismos, es decir, el conjunto de datos de entrenamiento considera 800 casos, que se alimentan durante 500 épocas y con una tasa de aprendizaje de 0,002. Así, en la Figura 7 se presentan los mismos resultados que en casos anteriores para tolerancias de 60 y 25 µm. Aunque a priori se podría esperar que el comportamiento de las transmisiones ESSP requiriese un mayor número de datos o épocas, dado el aumento del rango en los valores de Kɣ obtenidos, no es así. Los resultados demuestran un grado de paralelismo muy significativo entre ambos histogramas. No obstante, se ha de destacar la ligera discrepancia que existe en cuanto a los valores más elevados de Kɣ, probablemente asociados al reducido número de casos de entrenamiento que están asociados a los extremos de las distribuciones normales. Mas allá de ligeras discrepancias en cuanto al número de casos en las columnas menos representativas, y en las más representativas, se puede observar que el paralelismo entre ambos histogramas es notable. Estas pequeñas discrepancias son previsibles teniendo en cuenta que el proceso de entrenamiento no es específico para cada caso de estudio, además de la mencionada falta de casos en los extremos del espectro.

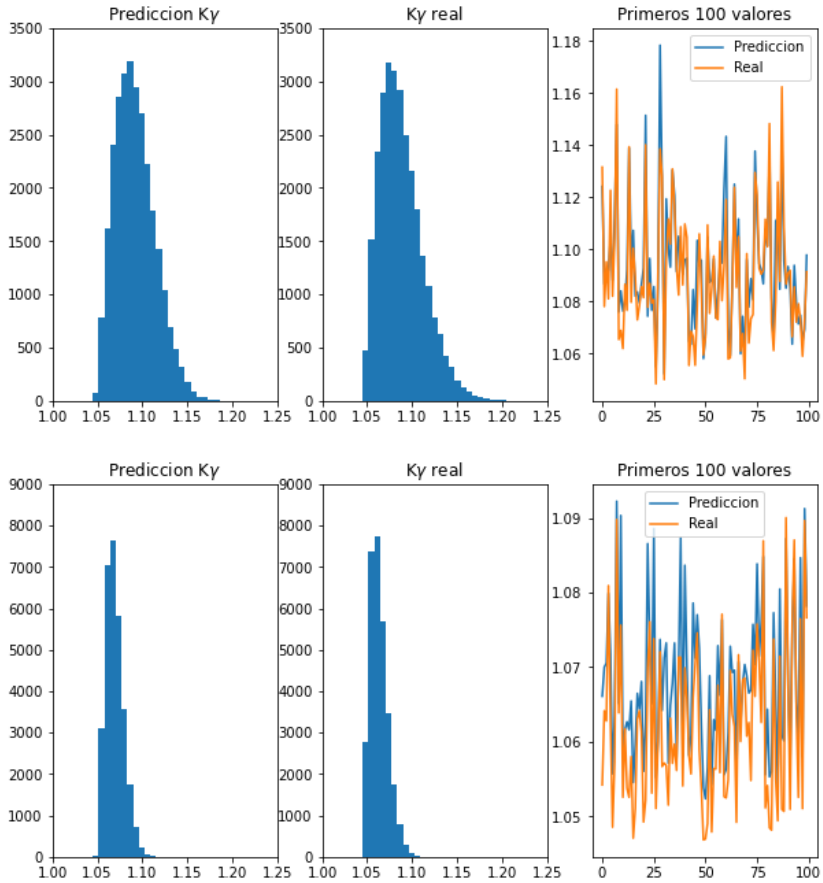


Figura 7: Resultados para ESSP generados con una red neuronal: 60 µm (arriba) y 25 µm (abajo).

Para concluir, más allá de las pequeñas variaciones que se producen entre casos se puede concluir que el grado de fiabilidad de las predicciones realizadas con las redes neuronales planteadas es muy elevado. Para dar mayor dimensión al análisis en la sección 4.3 se analizarán los errores cometidos por estas redes en comparación con los resultados obtenidos fruto del modelo numérico desarrollado por los autores.

4.2. Arboles de decisión

Esta sección se centra en los resultados obtenidos para las predicciones realizadas a partir de la utilización de la técnica de los árboles de decisión. Para estas herramientas el conjunto de datos de entrenamiento se extendido a 4800 casos. Además, al árbol de decisión se le ha permitido que alcance una profundidad de 45 niveles.

En busca de poder comparar los resultados obtenidos para los árboles de decisión con los ya analizados, el formato en que se presentan los resultados es el mismo. Igualmente, huelga decir que los resultados de Kɣ real son los mismos para ambas herramientas, la única diferencia radica en el tamaño del conjunto de datos empleados para el análisis, que en este caso son 24.000. Además, estos 24.000 tampoco se han empleado anteriormente ni en el entrenamiento ni en la validación de la herramienta.

En primer lugar, se presentan los resultados obtenidos para la transmisión ESIP con una tolerancia de 60 µm. Como se puede observar, existen ligeras discrepancias entre ambos histogramas, destacando el cambio en el número de casos que representan la predicción más numerosa y el valor de Kɣ también es ligeramente diferente. Además del valor más representativo, cabe destacar el rango de valores en ambos histogramas, que es el mismo tanto para los valores reales como para las predicciones. Esto indica que el conjunto de datos empleado para el entrenamiento es representativo del fenómeno que se está analizando, ya que el sistema es sensible incluso a ligeras variaciones y a aquellos casos extremos donde se obtienen los valores más elevados de Kɣ.

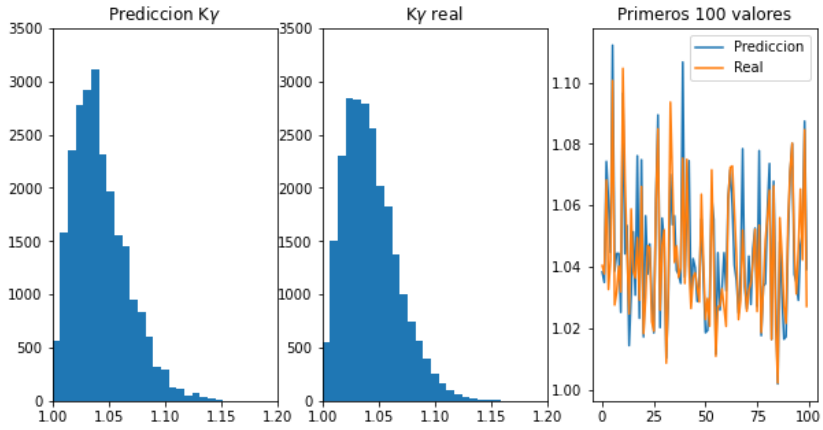


Figura 8: Resultados para ESIP generados con un árbol de decisión y 60 µm de tolerancia.

A continuación, se presentan los resultados para la transmisión ESIP con una tolerancia de 40 µm. Al igual que se hizo con las redes neuronales, la configuración del árbol no se modifica con este nuevo conjunto de datos, es decir, las condiciones que componen el árbol no cambian. Con este contexto, a diferencia de lo que ocurría para 60 µm, en este caso tanto las predicciones como el Kγ real coinciden en su columna más alta. Como se puede ver la columna con mayor número de casos en el histograma de las predicciones corresponde al mismo valor e incluso representa un mayor número de casos. En el gráfico de la derecha de la Figura 9 se muestran los primeros 100 valores de la comparación entre la predicción y los valores reales.

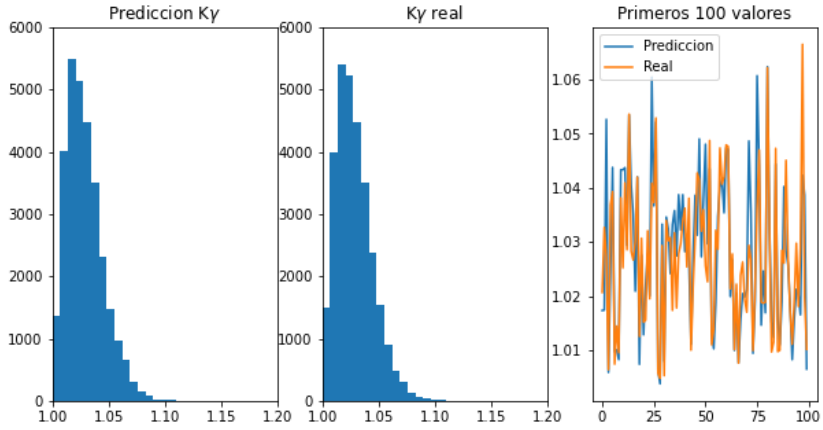


Figura 9: Resultados para ESIP generados con un árbol de decisión y 40 µm de tolerancia.

Finalmente, en la Figura 10 se presentan los resultados obtenidos para la transmisión ESIP con 25 µm de tolerancia. Al igual que en los casos anteriores los valores de predicción comprenden el mismo rango de valores que los Kγ reales. Esto es destacable, teniendo en cuenta que las condiciones que conforman el árbol no se han modificado y que la tolerancia de errores ha bajado tanto que el rango de los valores de Kγ se hace significativamente más pequeño, no obstante, el árbol de decisión continúa siendo sensible a los pequeños cambios en las variables de entrada y a los casos extremos de Kγ.

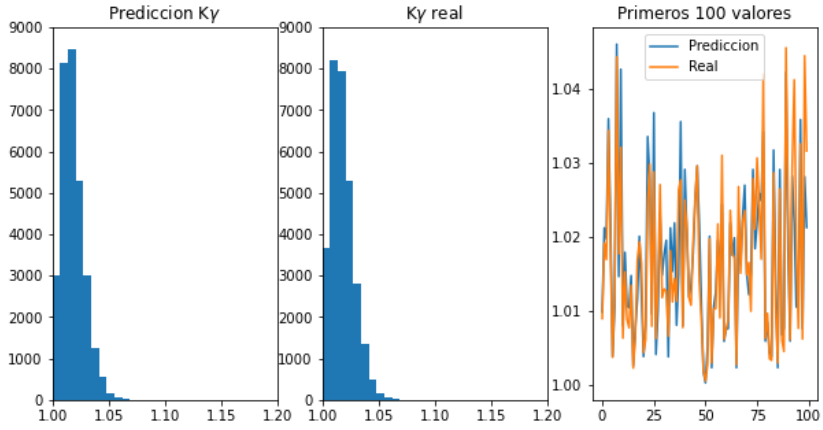


Figura 10: Resultados para ESIP generados con un árbol de decisión y 25 µm de tolerancia.

Finalmente, en la Figura 11 se presentan los mismos resultados, pero para los escenarios de simulación de la transmisión ESSP. El árbol de decisión planteado para esta transmisión cumple con las mismas condiciones que para la ESIP, es decir, 4800 casos para el entrenamiento y un máximo de 45 niveles en cuanto a la profundidad del árbol. Así, con estas circunstancias, los resultados de las predicciones que se han obtenido para las tolerancias de 60 (arriba) y 25 (abajo) se pueden observar fenómenos análogos al comparar las predicciones con los valores reales. En primer lugar, el espectro de valores de Kɣ es el mismo para las predicciones y los valores reales, lo cual atestigua la sensibilidad de esta herramienta de aprendizaje supervisado. Por otra parte, se puede observar que la columna con mayor número de casos es la misma para los valores reales y las predicciones, pero el número de casos es menor para las predicciones que para los valores reales.

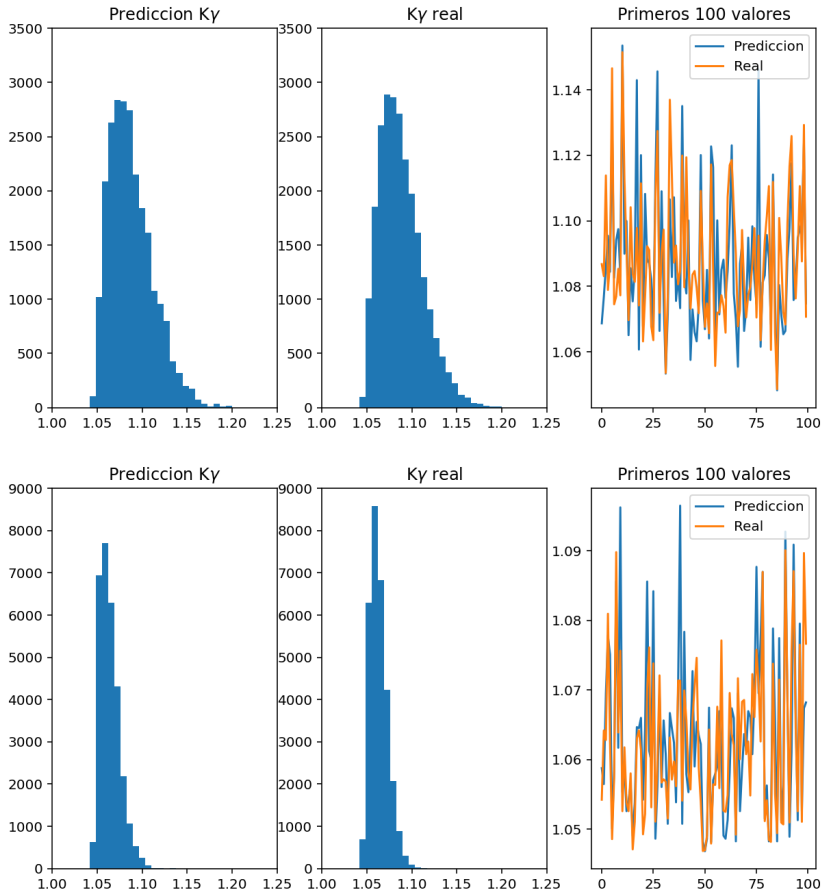


Figura 11: Resultados para ESSP generados con un árbol de decisión: 60 µm (arriba) y 25 µm (abajo).

4.3. Valores significativos de los histogramas

Con el objeto de extender el análisis, en esta sección se analizan valores significativos en los histogramas presentados en las anteriores secciones. En primer lugar, se comparan los percentiles 90 y 99 como valores indicativos del comportamiento de las herramientas de aprendizaje supervisado presentadas en los valores más difíciles de obtener en un proceso de entrenamiento al tener una menor representatividad dentro del conjunto de datos de entrenamiento. En las tablas Tabla 2, Tabla 3 y Tabla 4 se presentan los valores mencionados extraídos de los resultados de las predicciones realizadas con ambas herramientas y los valores reales, obtenidos numéricamente. Para todos los niveles de tolerancia se puede observar que las discrepancias se producen en el orden de magnitud de las milésimas, por lo tanto, las predicciones proporcionan un grado de fiabilidad significativo.

Tabla 2: Valores significativos de los resultados presentados para las redes neuronales y los árboles de decisión en transmisiones ESIP y ESSP con una tolerancia de 25 µm.

	Redes neuronales				Arboles de decisión			
	ESIP		ESSP		ESIP		ESSP	
	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales
Percentil 90	1,032	1,032	1,078	1,077	1,032	1,032	1,079	1,077
Percentil 99	1,044	1,047	1,091	1,092	1,046	1,047	1,097	1,092

Tabla 3: Valores significativos de los resultados presentados para las redes neuronales y los árboles de decisión en transmisiones ESIP y ESSP con una tolerancia de 40 µm.

	Redes neuronales				Arboles de decisión			
	ESIP		ESSP		ESIP		ESSP	
	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales
Percentil 90	1,049	1,050	1,098	1,095	1,051	1,050	1,010	1,095
Percentil 99	1,067	1,074	1,118	1,119	1,075	1,074	1,128	1,119

Tabla 4: Valores significativos de los resultados presentados para las redes neuronales y los árboles de decisión en transmisiones ESIP y ESSP con una tolerancia de 60 µm.

	Redes neuronales				Arboles de decisión			
	ESIP		ESSP		ESIP		ESSP	
	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales	Predicción Kɣ	Kɣ reales
Percentil 90	1,070	1,076	1,117	1,121	1,077	1,076	1,122	1,121
Percentil 99	1,103	1,112	1,145	1,157	1,115	1,112	1,156	1,157

4.4. Análisis de errores en las predicciones

Además de los resultados ya mostrados anteriormente, en este apartado se presenta el análisis de errores cometidos en cada uno de los escenarios presentados. Para este fin se empleará el error cuadrático medio (MSE por su acrónimo en inglés), definido en la siguiente ecuación:

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (1)$$

Donde n es el número de datos, y_i es el resultado de la predicción para cada caso, $\hat{y}_i$ es el valor real de la salida correspondiente a cada caso.

Así, en la Figura 12 se muestran los resultados del error cuadrático medio para ambas configuraciones y todos los niveles de tolerancia para el empleo de las redes neuronales entrenadas en este trabajo. Como se puede ver en ambos gráficos, los niveles de error cometidos por estas herramientas son casi despreciables. Igualmente, es relevante destacar que, para ambos tipos de configuraciones, ESIP y ESSP, los errores son similares para todos los niveles de tolerancia. Esto es reseñable dado que el funcionamiento de una transmisión ESSP es notablemente más complejo y variable que una ESIP análoga.

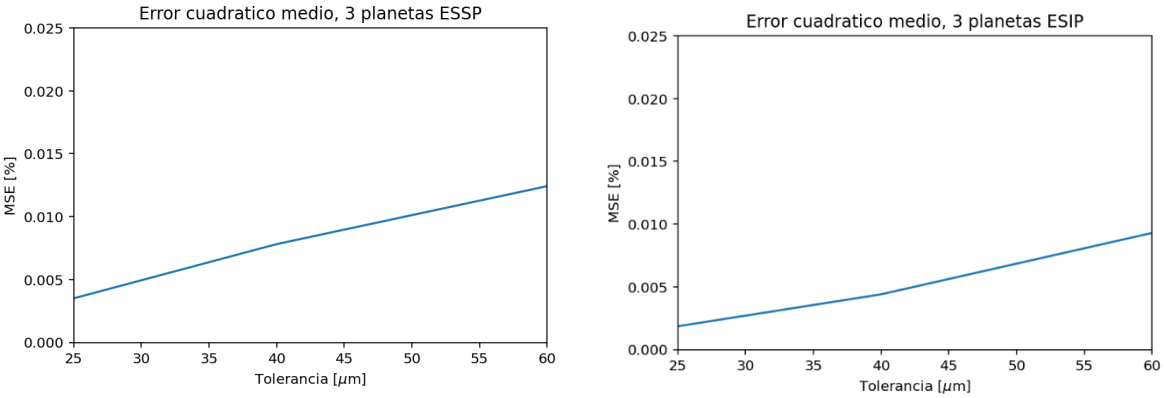


Figura 12: Error cuadrático medio de las predicciones realizadas con la red neuronal entrenada para las transmisiones de 3 planetas: ESIP (izquierda), ESSP (derecha).

Cabe destacar también que el proceso de entrenamiento y obtención de las predicciones, incluyendo la generación de las gráficas, ronda los 20-30 segundos de tiempo computacional, realizando los cálculos en un ordenador con un procesador Intel Core i7 12700 y 16 GB de memoria RAM. Estos tiempos computacionales se han de comparar con la duración de una simulación para generar la base de datos que se emplea para el método de Monte Carlo, donde una simulación de ESIP dura 8 segundos y la ESSP 40 segundos, por simulación. Por otra parte, para los escenarios en los que se han empleado árboles de decisión como herramienta de aprendizaje supervisado. Al igual que con las redes neuronales, los errores cometidos para todas las configuraciones y tolerancias son muy similares. En este caso el tiempo computacional se mantiene por debajo de los 10 segundos, por lo tanto, ambas herramientas dan una respuesta similar, destacando su fiabilidad y eficiencia.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha planteado la modelización de herramientas de aprendizaje supervisado para la predicción de los valores de Kɣ de transmisiones planetarias de engranajes para aerogeneradores. Con este objeto se plantea el uso de la magnitud de los errores de fabricación y del radio máximo de la órbita descrita por el sol de cada transmisión. Con este planteamiento y en vista de los resultados presentados se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Este trabajo demuestra que es posible modelizar este tipo de herramientas y obtener predicciones de los valores de Kɣ a partir de bases de datos mucho menores de las que son necesarias para el empleo de otras técnicas como el método de Monte Carlo.
- Estas herramientas demuestran ser de gran utilidad ya que es posible realizar predicciones con un error casi nulo y con tiempos computacionales infinitamente menores que los necesarios para emplear métodos como el de Monte Carlo.
- Los resultados demuestran que estas herramientas proporcionan niveles de precisión significativa tanto en la distribución de resultados, mostrados en los histogramas, como en los resultados individuales para cada escenario de simulación, analizados a partir del error cuadrático medio.
- Finalmente, estas herramientas y los resultados obtenidos muestran que en este problema concreto es posible realizar un entrenamiento para la tolerancia de fabricación más grande dentro del espectro de las que se consideran y realizar predicciones certeras para ese nivel de tolerancia y para los que son más pequeños que este. Así, estos modelos permiten extrapolar entre niveles de tolerancia y además ahorrarse los tiempos computacionales asociados al entrenamiento asociados a un posible entrenamiento para cada tolerancia, así como, el tiempo computacional asociado a la simulación en otros niveles de tolerancia menores.

6. Agradecimientos

Este trabajo se enmarca en el proyecto PID2023-147249OB-I00 financiado por MICIU/AEI /10.13039/501100011033 y por FEDER, UE

7. Referencias

[1] J. I. Pedrero, M. Pleguezuelos, and M. B. Sánchez, “Influence of meshing stiffness on load distribution between planets of planetary gear drives,” *Mech Mach Theory*, vol. 170, no. November 2021, 2022, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104718.

[2] T. Eritenel and R. G. Parker, "Modal properties of three-dimensional helical planetary gears," *J Sound Vib*, vol. 325, no. 1–2, pp. 397–420, Aug. 2009, doi: 10.1016/j.jsv.2009.03.002.

[3] G. Huo, J. Sanchez-Espiga, M. I. Santamaria, A. Fernandez-Del-Rincon, Y. Jiao, and F. Viadero-Rueda, "Influence of Manufacturing Errors on the Behaviour of a Two-Stage Planetary Gear Train," *Dyna (Spain)*, vol. 98, no. 4, pp. 384–390, Jul. 2023, doi: 10.6036/10879.

[4] G. Huo *et al.*, "Influence of eccentricity error on the orbit of a two-stage double-helical compound planetary gear train with different mesh phasing configurations," *Mech Mach Theory*, vol. 196, p. 105634, Jun. 2024, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2024.105634.

[5] L. Vedmar and B. Henriksson, "A general approach for determining dynamic forces in spur gears," *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, vol. 120, no. 4, pp. 593–598, 1998, doi: 10.1115/1.2829320.

[6] J. Brauer, "A general finite element model of involute gears," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 40, no. 13–14, pp. 1857–1872, Aug. 2004, doi: 10.1016/j.finel.2004.02.002.

[7] T. J. Lisle, B. A. Shaw, and R. C. Frazer, "External spur gear root bending stress: A comparison of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04, ANSYS finite element analysis and strain gauge techniques," *Mech Mach Theory*, vol. 111, pp. 1–9, May 2017, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.01.006.

[8] J. Sanchez-Espiga, N. Dourado, A. Fernandez-del-Rincon, F. Marques, F. Viadero, and P. Flores, "Analisis del contacto hertziano en transmisiones de engranajes planetarias," *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, vol. 27, pp. 71–81, 2023, [Online]. Available: https://www.uned.es/universidad/dam/facultades/industriales/RIBIM/V27N1ABRIL2023/V27N12023-A06.pdf

[9] V. Abousleiman and P. Velex, "A hybrid 3D finite element/lumped parameter model for quasi-static and dynamic analyses of planetary/epicyclic gear sets," *Mech Mach Theory*, vol. 41, no. 6, pp. 725–748, 2006, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.09.005.

[10] M. Iglesias, A. Fernandez del Rincon, A. de-Juan, A. Diez-Ibarbia, P. Garcia, and F. Viadero, "Advanced model for the calculation of meshing forces in spur gear planetary transmissions," *Meccanica*, vol. 50, no. 7, pp. 1869–1894, Jul. 2015, doi: 10.1007/s11012-015-0130-3.

[11] J. Bruyère, J. Y. Dantan, R. Bigot, and P. Martin, "Statistical tolerance analysis of bevel gear by tooth contact analysis and Monte Carlo simulation," *Mech Mach Theory*, vol. 42, no. 10, pp. 1326–1351, 2007, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.11.003.

[12] J. Zhang and F. Guo, "Statistical modification analysis of helical planetary gears based on response surface method and Monte Carlo simulation," *Chinese Journal of Mechanical Engineering (English Edition)*, vol. 28, no. 6, pp. 1194–1203, 2015, doi: 10.3901/CJME.2015.0610.079.

[13] N. Matubayasi and M. Nakahara, "Reversible molecular dynamics for rigid bodies and hybrid Monte Carlo," *Journal of Chemical Physics*, vol. 110, no. 7, pp. 3291–3301, 1999, doi: 10.1063/1.478194.

[14] M. N. Rosenbluth and A. W. Rosenbluth, "Monte carlo calculation of the average extension of molecular chains," *J Chem Phys*, vol. 23, no. 2, pp. 356–359, 1955, doi: 10.1063/1.1741967.

[15] A. Diez-Ibarbia, J. Sanchez-Espiga, A. Fernandez-del-Rincon, J. Calvo-Irisarri, M. Iglesias, and F. Viadero, "Probabilistic analysis of the mesh load factor in wind-turbine planetary transmissions: Tooth thickness errors," *Mech Mach Theory*, vol. 185, p. 105341, Jul. 2023, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2023.105341.

[16] J. Sanchez-Espiga, A. Diez-Ibarbia, A. Fernandez-del-Rincon, M. Iglesias, and F. Viadero, “Mesh Load Factor Uncertainty Analysis in a 5-MW Wind Turbine Planetary Gearbox Affected by Inherent Manufacturing Errors,” *Wind Energy*, vol. 28, no. 1, Jan. 2025, doi: 10.1002/we.2967.

[17] N. Metropolis and S. Ulam, “The Monte Carlo Method,” *J Am Stat Assoc*, vol. 44, no. 247, pp. 335–341, Sep. 1949, doi: 10.1080/01621459.1949.10483310.

[18] “IEC61400 – 4: Design Requirements for wind turbine gearboxes.”

[19] J. Deutsch and D. He, “Using deep learning-based approach to predict remaining useful life of rotating components,” *IEEE Trans Syst Man Cybern Syst*, vol. 48, no. 1, pp. 11–20, 2018, doi: 10.1109/TSMC.2017.2697842.

[20] M. Cerrada, G. Zurita, D. Cabrera, R.-V. Sánchez, M. Artés, and C. Li, “Fault diagnosis in spur gears based on genetic algorithm and random forest,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 70–71, pp. 87–103, 2016, doi: 10.1016/j.ymssp.2015.08.030.

[21] Z. Wang, J. Wang, and Y. Wang, “An intelligent diagnosis scheme based on generative adversarial learning deep neural networks and its application to planetary gearbox fault pattern recognition,” *Neurocomputing*, vol. 310, pp. 213–222, 2018, doi: 10.1016/j.neucom.2018.05.024.

[22] C. Li, R.-V. Sanchez, G. Zurita, M. Cerrada, D. Cabrera, and R. E. Vásquez, “Gearbox fault diagnosis based on deep random forest fusion of acoustic and vibratory signals,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 76–77, pp. 283–293, 2016, doi: 10.1016/j.ymssp.2016.02.007.

[23] S. Kumar, O. P. Singh, V. Kumar, and S. Sarangi, “ML-based bevel gearbox fault diagnosis: An extensive time domain feature extraction approach with limited data,” *Int J Non Linear Mech*, vol. 170, 2025, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2024.105003.

[24] A. Diez-Ibarbia, J. Sanchez-Espiga, A. Fernandez-del-Rincon, J. Calvo-Irisarri, M. Iglesias, and F. Viadero, “Probabilistic analysis of the mesh load factor in wind-turbine planetary transmissions: Tooth thickness errors,” *Mech Mach Theory*, vol. 185, 2023, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2023.105341.

[25] J. Sanchez-Espiga, A. Diez-Ibarbia, A. Fernandez-del-Rincon, M. Iglesias, and F. Viadero, “Mesh Load Factor Uncertainty Analysis in a 5-MW Wind Turbine Planetary Gearbox Affected by Inherent Manufacturing Errors,” *Wind Energy*, vol. 28, no. 1, 2025, doi: 10.1002/we.2967.

[26] J. Sanchez-Espiga, M. Fuerst, A. Fernandez-del-Rincon, M. Otto, F. Viadero, and K. Stahl, “On the behaviour of n-planets planetary gear sets influenced by geometrical design factors,” *Mech Mach Theory*, vol. 205, 2025, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2024.105860.

[27] J. Sanchez-Espiga, A. Fernandez-del-Rincon, M. Iglesias, and F. Viadero, “Use of sun gear orbits to obtain the load sharing in planetary transmissions and its impact in the tooth load,” *Mech Mach Theory*, vol. 181, p. 105216, Mar. 2023, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2022.105216.

[28] L. Breiman, J. H. Friedman, R. A. Olshen, and C. J. Stone, *Classification And Regression Trees*. Routledge, 1984. doi: 10.1201/9781315139470.