



Inteligencia artificial para el cálculo del espesor de película en contactos puntuales elastohidrodinámicos

Francisco Franco-Martínez¹, Enrique Chacón Tanarro¹, Ester Olmeda Santamaría², Javier Echávarri Otero¹, Gonzalo Sánchez Medina¹

¹ Grupo de Investigación en Ingeniería de Máquinas, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, España; email: francisco.franco@upm.es

² Instituto de Seguridad de los Vehículos Automóviles "Duque de Santomauro" (ISVA), Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España; email: eolmeda@ing.uc3m.es

La película de lubricante en un contacto mecánico viene definida principalmente por sus espesores central y mínimo. Existen algunas fórmulas Newtonianas que se emplean tradicionalmente en la literatura para estimar el espesor de película en contactos puntuales elastohidrodinámicos. Estas fórmulas, como por ejemplo las propuestas por Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar, permiten obtener resultados aproximados de forma rápida y sencilla, con un ámbito de aplicabilidad ajustado al rango de condiciones empleadas para su obtención. Además, se pueden aplicar factores de corrección a las fórmulas para considerar aspectos como los efectos térmicos en el lubricante o su comportamiento no-Newtoniano. Por otro lado, existen modelos numéricos que ofrecen predicciones de espesor de película más exactas, aunque tienen limitaciones en su ámbito de validez similares a las que presentan las fórmulas. Debido al proceso de cálculo numérico, estos modelos presentan un elevado coste computacional y por ende necesitan mayor tiempo de cálculo, por lo que son menos empleados en aplicaciones de ingeniería que las citadas fórmulas.

En este artículo se han utilizado algoritmos de Inteligencia Artificial (IA), en concreto Redes Neuronales, para elaborar un modelo de predicción rápida del espesor de película Newtoniano. Para el entrenamiento y optimización del algoritmo de IA, se han empleado datos de espesor de película obtenidos tanto por simulación numérica como experimentalmente. Una vez desarrollado este modelo, se ha comparado su precisión con respecto a las fórmulas de Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar, evidenciando una excelente capacidad de predicción del espesor de película de lubricante y un ámbito de validez más amplio que dichas fórmulas y que los modelos numéricos. De esta forma, se integran las ventajas de las fórmulas (simplicidad y rapidez) y de los modelos numéricos (exactitud), a la vez que se aumenta el rango de aplicabilidad.

1. Introducción

Son muchos los elementos de máquinas que pueden presentar contactos lubricados de tipo puntual: rodamientos, levas, engranajes, etc. [1]. Se trata de elementos sometidos a una presión de contacto muy elevada, en los que el funcionamiento está fuertemente condicionado por el espesor de película de lubricante, el cual determina la existencia de un régimen de lubricación elastohidrodinámico (EHD), con película completa, o bien únicamente una lubricación parcial [2].

Un contacto puntual EHD se caracteriza por un espesor de película h aproximadamente constante en la zona central del contacto, con un estrechamiento a la salida del mismo [1,2], según se muestra en la Figura 1. Por simplicidad, en los cálculos en régimen EHD es habitual considerar que el espesor de película es uniforme e igual al valor central [3,4]. Cuando la lubricación no es completa sino parcial, el cálculo de este espesor central también es de utilidad porque representa la capacidad del contacto para generar película de lubricante, en unas condiciones de operación determinadas [5,6].

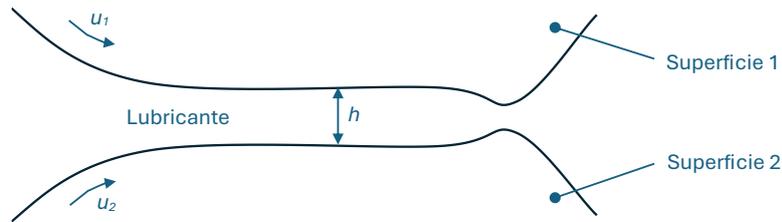


Figura 1: Espesor de película en un contacto EHD de tipo puntual.

Existen algunas fórmulas Newtonianas e isotermas que se emplean tradicionalmente en la literatura para estimar el espesor central de película en contactos puntuales de tipo EHD [1-4]. Estas fórmulas permiten obtener resultados aproximados de forma rápida y sencilla, con un ámbito de aplicabilidad ajustado al rango de condiciones empleadas para su obtención. Además, se pueden aplicar factores de corrección a las fórmulas para considerar aspectos como los efectos térmicos en el lubricante o su comportamiento no-Newtoniano [7-10].

Entre las citadas fórmulas destaca la expresión clásica de Hamrock-Dowson, que sigue siendo actualmente la más utilizada en la literatura [1-2,4]. Existen algunos estudios que muestran que esta fórmula proporciona estimaciones con una exactitud razonable, incluso lejos del rango en el que ha sido obtenida [11]. También cabe destacar la ecuación de Katyal-Kumar [7], desarrollada más recientemente, sobre la que se ha reportado una buena precisión en general [7,12]. En las referencias [8,13,14] pueden consultarse muchas otras fórmulas que se han ido desarrollando en las últimas décadas para predecir el espesor central de película en contactos puntuales.

Por otro lado, existen modelos numéricos muy sofisticados, completos y que ofrecen predicciones de espesor de película muy exactas, denominados simulaciones full-EHD, los cuales tienen limitaciones en su ámbito de validez similares a las que presentan las fórmulas anteriores [15]. Debido al proceso de cálculo numérico, estos modelos requieren de software específico y personal más cualificado. Además, presentan un elevado coste computacional y por ende necesitan mayor tiempo de cálculo. Estos inconvenientes hacen que sean menos empleados en aplicaciones de ingeniería que las fórmulas mencionadas anteriormente [3].

Asimismo, hay antecedentes del uso de IA para predecir el espesor de película en contactos de tipo EHD [16], de forma mucho más sencilla que los modelos full-EHD y con muy buena precisión. No obstante, se trata de modelos tipo “caja negra”, que carecen de información de los fenómenos físicos involucrados en el problema, en los cuales se ha reportado que ocasionalmente proporcionan predicciones anómalas, tales como espesores de película negativos o muy alejados de los valores reales [16,17].

Este artículo se centra en el empleo de algoritmos de Inteligencia Artificial (IA), en concreto Redes Neuronales Artificiales, para elaborar un modelo de predicción rápida del espesor central, isotermo y Newtoniano, de un contacto EHD de tipo puntual circular. Este modelo, al igual que las fórmulas de Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar, se basa en calcular el espesor de película adimensional H , en función de los parámetros de material G , de carga W y de velocidad U , los cuales se definen a continuación.

$$H = \frac{h}{R} \quad G = \alpha E' \quad W = \frac{F_N}{E' R^2} \quad U = \frac{\eta_0 u_m}{E' R} \quad (1)$$

donde h es el espesor de película dimensional, R el radio reducido del contacto, α el coeficiente piezoviscoso [4,12], F_N la carga normal aplicada, E' el módulo de Young reducido, η_0 la viscosidad dinámica a presión ambiente y u_m la velocidad de rodadura, que es la media de las velocidades de las superficies en contacto u_1 y u_2 .

$$u_m = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (2)$$

Para el aprendizaje supervisado, se han empleado datos de espesor de película de lubricante obtenidos tanto por simulación numérica (full-EHD) como experimentalmente. En los casos en que se dispone de ambos tipos de datos para un mismo valor de los parámetros G , W y U , se ha tomado como valor real el experimental y se ha descartado el de simulación. Una vez desarrollado y optimizado el modelo de IA basado en Redes Neuronales, se ha comparado su precisión y su ámbito de aplicación con respecto a las citadas fórmulas de Hamrock-Dowson y Kalyal-Kumar.

2. Materiales y métodos

En esta sección se presentan los algoritmos de IA utilizados para predecir el espesor de película y los tipos de datos empleados para su elaboración, incluyendo los experimentos específicos realizados.

Se ha empleado el lenguaje de programación Python para predecir el espesor de película usando Redes Neuronales. Para el desarrollo y optimización del modelo de predicción, se han introducido 226 datos reales, obtenidos experimentalmente o por simulación numérica full-EHD, escalados en un rango de valores desde 0 hasta 1 mediante la función “MinMaxScaler”. El 70% de estos datos de espesor de película se han empleado para la fase de entrenamiento, el 15% para validación y el 15% para test.

Como se muestra en la Figura 2, las Redes Neuronales han sido configuradas para predecir un valor de salida (espesor de película adimensional H) a partir de tres variables de entrada (parámetros adimensionales G , W , U). Para obtener el algoritmo óptimo se han analizado diferentes modelos de una y dos capas ocultas. En el caso de los modelos de una capa oculta se ha iterado desde 2 hasta 59 neuronas y para los modelos de dos capas desde 2 hasta 20 neuronas por capa.

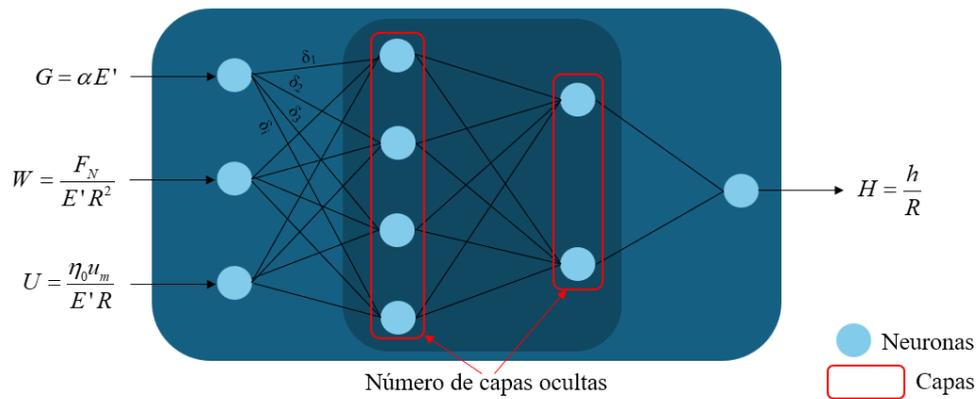


Figura 2: Arquitectura de las Redes Neuronales Artificiales empleadas. δ_i denota el peso de cada correlación, que es particular de cada modelo y “Epoch”.

La función de activación empleada es “Rectified Linear Unit”, conocida como “ReLU”, y como función de pérdida se ha seleccionado el error cuadrático promedio (MSE) dado que se trata de un problema de regresión. Esta función, junto al error absoluto promedio (MAE), se emplean como métricas de validación. Las expresiones con las que se calculan estos errores se indican a continuación:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad (4)$$

siendo N el número de puntos, y_i el valor real, \hat{y}_i el valor que predice el modelo.

El proceso de entrenamiento es “Feedforward Backpropagation” y se itera en cada modelo 600 veces (“Epochs”), ajustando el peso de cada correlación δ_i (Figura 2), calculando los errores de entrenamiento y validación en cada “Epoch” y eligiendo aquella que presenta un menor MSE para el conjunto de validación. Una vez se han entrenado los algoritmos, se selecciona, como óptimo de cada configuración de una y dos capas, aquel modelo que obtiene un menor MAE en la predicción del espesor de película para los conjuntos de validación y test.

La Figura 3 muestra un ejemplo de variación de la función de pérdida con el número de “Epochs”, en el que se aprecia una tendencia adecuada de reducción del MSE con las iteraciones. La Figura 4 presenta un ejemplo de selección del modelo óptimo para una configuración de una capa oculta, el cual se obtiene para 47 neuronas, según aparece resaltado en la figura. La configuración con dos capas ocultas no consigue mejorar estos resultados.

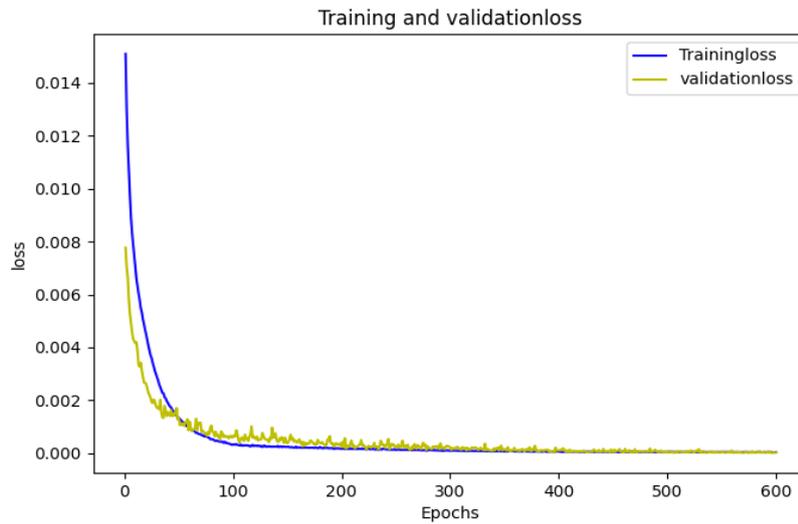


Figura 3: Ejemplo de evolución de la función de pérdida (MSE) con el número de “Epochs”.

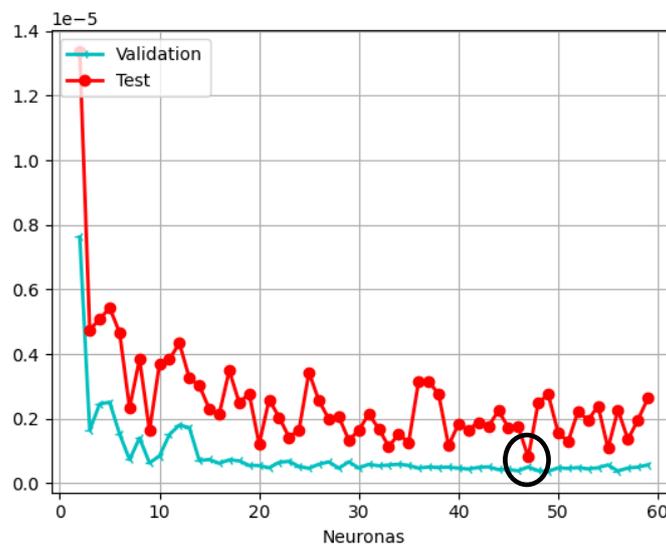


Figura 4: Evaluación para selección del modelo óptimo: gráfico de MAE frente al número de neuronas.

Para el aprendizaje supervisado, se ha realizado una cuidadosa selección de las fuentes de datos de espesor de película disponibles en la bibliografía [7,11-15], tanto de medidas directas como de simulación full-EHD, y se han añadido datos experimentales propios mediante ensayo de lubricantes Newtonianos en un equipo comercial, denominado EHD (Figura 5). Esta máquina, diseñada por PCS-Instruments [18], aplica métodos de interferometría óptica para medir el espesor central de película en un contacto puntual entre una bola de acero y una superficie plana de un disco de cristal recubierto de una capa semi reflectante. El diámetro de la bola es 19.05 mm (3/4”), el módulo de Young reducido es 112 GPa y la rugosidad superficial combinada es aproximadamente 15 nm (RMS).

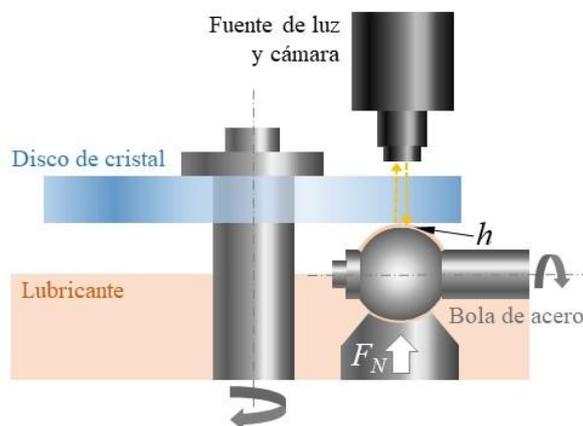


Figura 5: Esquema del equipo de ensayo EHD [12].

Los ensayos se han llevado a cabo en condiciones de rodadura pura para evitar la aparición de efectos térmicos. La temperatura del aceite se ha mantenido en 100°C y se han aplicado cargas de 5 y 20 N, que corresponden a presiones Hertzianas máximas de 0.32 y 0.51 GPa. Para cada carga, se ha realizado un barrido de las velocidades de rodadura entre 0.4 y 2.0 m/s.

Finalmente, las predicciones obtenidas mediante las Redes Neuronales Artificiales se han comparado con los espesores de película calculados con las fórmulas de Hamrock-Dowson h_{H-D} y Katyal-Kumar h_{K-K} .

$$h_{H-D} = 1.90 \cdot R \cdot G^{-0.53} \cdot U^{0.67} \cdot W^{-0.067} \quad (5)$$

$$h_{K-K} = 2.901422 \cdot R \cdot G^{0.468} \cdot U^{0.652} \cdot W^{-0.0415} \quad (6)$$

Los rangos para los que han sido desarrolladas estas fórmulas de Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar se indican en las expresiones (7) y (8), respectivamente.

$$2130 \leq G \leq 6785 \quad 1.106 \cdot 10^{-7} \leq W \leq 1.29 \cdot 10^{-6} \quad 8.416 \cdot 10^{-13} \leq U \leq 5.05 \cdot 10^{-11} \quad (7)$$

$$3150 \leq G \leq 6300 \quad 5.0 \cdot 10^{-7} \leq W \leq 5.0 \cdot 10^{-6} \quad 1.0 \cdot 10^{-12} \leq U \leq 5.0 \cdot 10^{-11} \quad (8)$$

3. Resultados y discusión

En esta sección se consideran nuevos conjuntos de valores reales de espesor de película, obtenidos mediante experimentación o simulación full-EHD, que no se han utilizado previamente para el desarrollo de los algoritmos de IA. De esta forma, se puede evaluar el potencial de predicción del modelo basado en una Red Neuronal de una capa oculta y 47 neuronas, y compararlo con el de las fórmulas de Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar.

En la Figura 6 se muestran las estimaciones de espesor de película obtenidas usando IA y aplicando las fórmulas, así como los valores reales correspondientes. Cabe reseñar que los resultados se expresan en función del parámetro de velocidad U , debido a que su rango de variación en contactos en régimen EHD es habitualmente mayor que el de los parámetros de carga W y de material G [2]. En la figura, existen datos con el mismo valor del parámetro U pero que se diferencian en los valores de W y G . Los resultados ponen de manifiesto que las desviaciones respecto al valor real son reducidas para todos los métodos de predicción, mostrando una tendencia global a predecir correctamente el espesor de película.

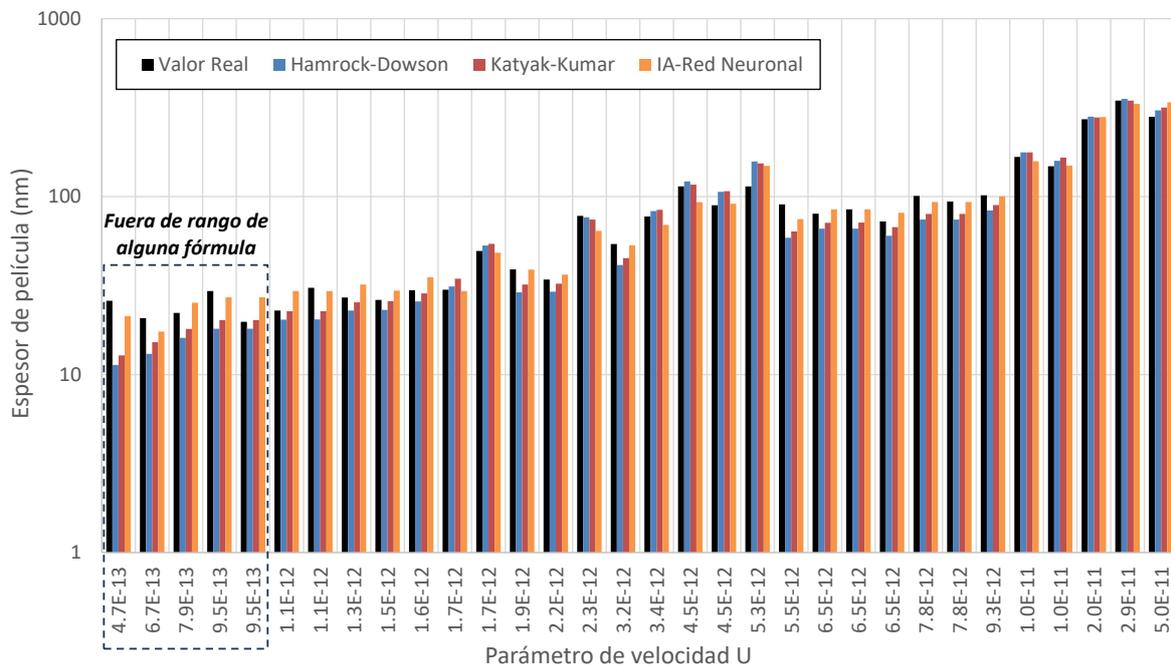


Figura 6: Comparación de los espesores de película reales con los obtenidos mediante fórmulas y empleando el modelo de IA basado en la Red Neuronal Artificial.

En la Tabla 1 se cuantifican los promedios de los errores absoluto y relativo obtenidos en cada estimación de la Figura 6, siendo el modelo de IA basado en Redes Neuronales el que proporciona mejores resultados. No obstante, conviene reseñar que todos los datos de espesor de película de esta figura tienen valores del parámetro U dentro del rango de desarrollo del modelo de IA, pero algunos quedan fuera de los rangos de las fórmulas (expresiones (7) y (8)), según se resalta en la Figura 6. En consecuencia, en la Tabla 1 se presenta también la comparación dentro del rango de los valores del parámetro U para el que todas las fórmulas son válidas, lo que equivale a excluir

los cinco primeros datos del gráfico. En esta zona de validez de todas las predicciones, el mejor resultado se obtiene para el modelo de IA, seguido de la fórmula de Katyal-Kumar. Los resultados ligeramente mejores de esta fórmula con respecto a la de Hamrock-Dowson concuerdan con lo reportado en la referencia [12].

Tabla 1: Promedios de los errores de predicción del espesor de película, según los resultados mostrados en la Figura 6. En el cálculo de estos promedios se ha tomado el valor absoluto del error de cada estimación.

Puntos considerados en el cálculo de error	Hamrock-Dowson	Katyal-Kumar	IA-Red Neuronal
Todos los puntos de la Figura 6	11.81 nm (18.3%)	9.78 nm (14.0%)	7.97 nm (10.8%)
Excluyendo puntos de Figura 6 fuera de rango	11.85 nm (15.5%)	9.81 nm (11.8%)	8.24 nm (9.3%)

Para mayor claridad, en la Figura 7 se muestran: el rango de los valores de la Figura 6 cuando se excluyen los puntos fuera de rango, los puntos empleados para desarrollar el modelo de IA basado en Redes Neuronales y el rango usado en la obtención de la fórmula de Katyal-Kumar. Se puede observar que la zona cubierta en el desarrollo del modelo de IA es mayor que la abarcada por la fórmula de Katyal-Kumar, lo que es indicativo de un ámbito de validez más amplio.

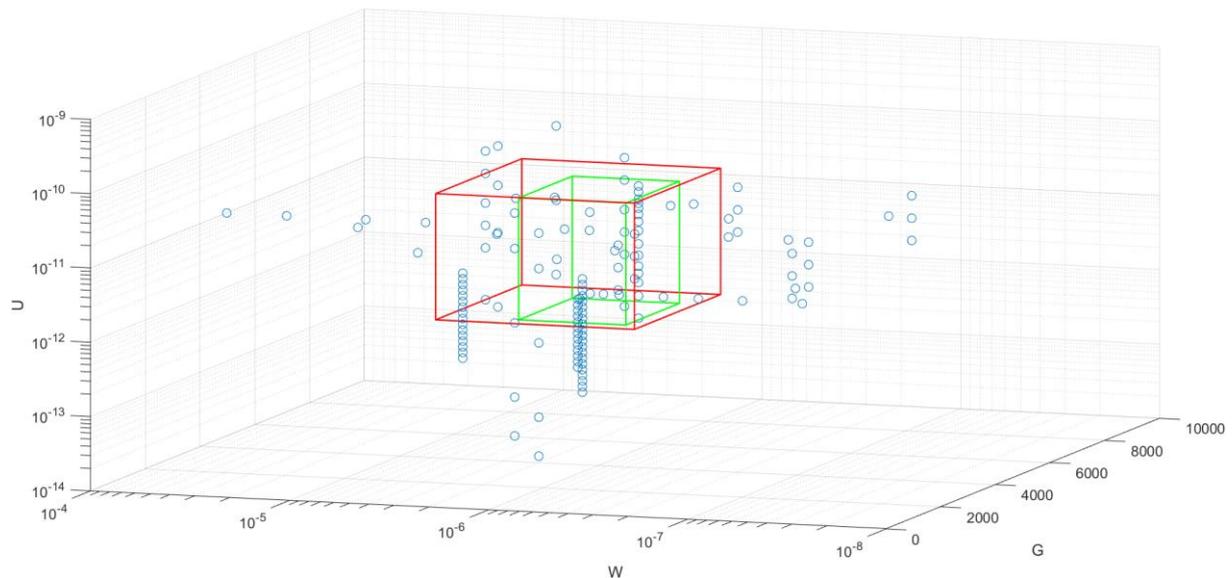


Figura 7: Rango de valores de la Figura 6 sin puntos fuera de rango (superficie verde); puntos para elaborar el modelo de IA (marcadores azules); rango de desarrollo de la fórmula de Katyal-Kumar (superficie roja).

Como extensión de los resultados presentados anteriormente, en la Figura 8 se ha tomado un conjunto de puntos equidistribuidos en todo el rango de desarrollo de la fórmula de Katyal-Kumar, para los que se ha calculado la diferencia entre las predicciones de la fórmula y del modelo basado en IA. Cada diferencia se expresa en porcentaje y se obtiene como la resta de las predicciones del modelo de IA y de la fórmula de Katyal-Kumar, dividida entre la media de las dos predicciones. La diferencia es pequeña en general, pero aumenta para los valores más bajos del parámetro U , lo que podría deberse a que están en el límite inferior del rango de desarrollo de esta fórmula (ecuación (8)). En cambio, la diferencia no aumenta para los valores más altos de U (límite superior del rango).

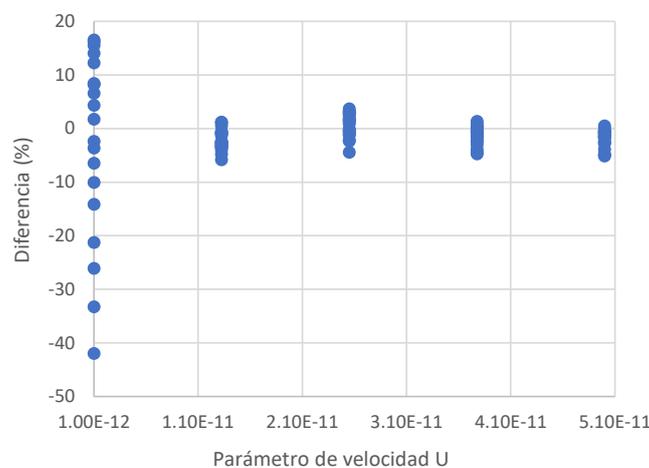


Figura 8: Diferencia entre predicciones del modelo de IA y de la fórmula de Katyal-Kumar, para puntos equidistribuidos en toda la zona de desarrollo de esta fórmula.

En la Figura 9 se consideran valores de espesor de película para órdenes de magnitud del parámetro U muy distintos: dos de ellos están dentro de los rangos de datos utilizados para el desarrollo del modelo de IA y de las fórmulas de Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar, mientras que los otros dos están fuera de todos estos rangos. En la Tabla 2 se presentan los errores absoluto y relativo obtenidos en cada predicción. Al igual que lo observado en la Tabla 1, en los valores pertenecientes al ámbito de desarrollo de todas las herramientas de predicción, el modelo de IA ofrece los mejores resultados. Sin embargo, en los cálculos fuera de rango esta tendencia se invierte y el error de las estimaciones con IA supera al de las fórmulas, si bien en ningún caso se obtienen las predicciones anómalas reportadas en la referencia [16]. El mayor error puede atribuirse a que el modelo de IA está basado en Redes Neuronales sin información sobre el fenómeno físico, por lo que al extrapolar a puntos lejanos a su rango de desarrollo no es capaz de obtener mejores resultados que las fórmulas. Además, este aspecto está en línea con los buenos resultados observados en la referencia [11] para predicciones fuera del rango con la ecuación de Hamrock-Dowson. Si se comparan entre sí las dos fórmulas usadas, se puede ver que la de Katyal-Kumar vuelve a ofrecer resultados mejores, de acuerdo con lo indicado en la referencia [12].

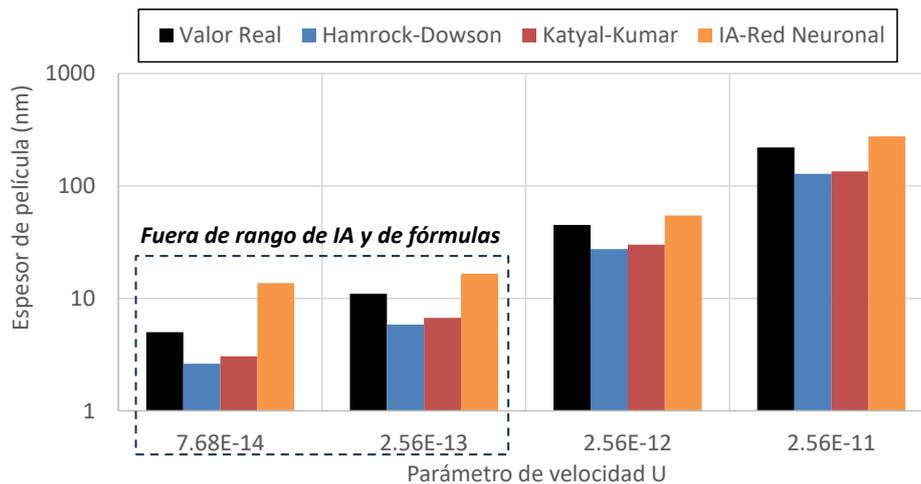


Figura 9: Predicción del espesor de película para diferentes órdenes de magnitud del parámetro U .

Tabla 2: Error en la predicción del espesor de película según la Figura 9. Resultados en valor absoluto.

Factor de velocidad U	Hamrock-Dowson	Katyal-Kumar	IA-Red Neuronal
7.68E-14	2.4 nm (48%)	1.9 nm (39%)	8.7 nm (173%)
2.56E-13	5.1 nm (47%)	4.3 nm (39%)	5.6 nm (51%)
2.56E-12	17.6 nm (39%)	14.9 nm (33%)	9.7 nm (21%)
2.56E-11	91.6 nm (42%)	85.0 nm (39%)	55.9 nm (25%)

4. Conclusiones

Se han seleccionado cuidadosamente 226 resultados de espesor de película experimentales y obtenidos por simulación full-EHD para crear algoritmos de Inteligencia Artificial basados en Redes Neuronales Artificiales. Una vez optimizada su configuración, estos algoritmos han mostrado un excelente potencial de predicción de nuevos resultados, siendo capaces de mejorar las estimaciones de espesor de película obtenidas con las fórmulas de Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar. En cuanto a la comparación entre los resultados de las fórmulas, se han obtenido estimaciones más precisas con la expresión de Katyal-Kumar.

Los algoritmos de IA usados son capaces de predecir de forma muy eficiente, ya que la Red Neuronal desarrollada proporcionan resultados de forma rápida y simple, evitando la sofisticación y complejidad de los modelos de simulación numérica. Además, a diferencia de otras investigaciones en este ámbito, la implementación de la herramienta de predicción en el lenguaje de programación Python, de uso gratuito y código abierto, hace que sea fácil de usar y compartir, pudiéndose ejecutar desde Google Colaboratory.

El ámbito de validez de las predicciones del modelo de IA viene determinado por el rango de datos empleado en su desarrollo, que es más amplio que el cubierto por las fórmulas de Hamrock-Dowson y Katyal-Kumar. Fuera de este rango, aunque no se detectan las predicciones anómalas reportadas en otros estudios similares, ofrecen resultados menos exactos que dichas fórmulas.

5. Agradecimientos

Repsol Technology Lab (Móstoles, Madrid), por su financiación y colaboración en el desarrollo de este trabajo.

6. Referencias

- [1] Stachowiak G. W., Batchelor A. W. *Engineering tribology*, Elsevier: Oxford, UK (2005).
- [2] Hamrock B. J., *Fundamentals of fluid film lubrication*, McGraw-Hill: New York, USA (1994).
- [3] Echávarri J., Lafont P., Chacón E., De la Guerra E., Díaz A., Munoz-Guijosa J. M., Muñoz J. L. “Analytical model for predicting friction coefficient in point contacts with thermal elastohydrodynamic lubrication”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.* **225**, 181–191 (2011).
- [4] Bair S., *High pressure rheology for quantitative elastohydrodynamics*, Elsevier: Burlington, USA (2007).
- [5] Zhu D., Hu Y., “A computer program package for the prediction of EHL and mixed lubrication characteristics, friction, subsurface stresses and flash temperatures based on measured 3-D surface roughness”, *Tribol. Trans.* **44**, 383–309 (2001).
- [6] Castro J., Seabra J., “Coefficient of friction in mixed film lubrication: Gears versus twin-discs”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.* **221**, 399–411 (2007).
- [7] Katyal P., Kumar P., “New central film thickness equation for shear thinning lubricants in elastohydrodynamic lubricated rolling/sliding point contact conditions”, *ASME J. Tribol.* **136**, 041504 (2014).
- [8] Marian M., Bartz M., Wartzack S., Rosenkranz A., “Non-dimensional groups, film thickness equations and correction factors for elastohydrodynamic lubrication: A review”, *Lubricants* **8**, 95 (2023).
- [9] De la Guerra E., Echávarri J., Sánchez A., Chacón E., Del Río B., “Film thickness formula for thermal EHL line contact considering a new Reynolds–Carreau equation”, *Tribol. Lett.* **66**, 31 (2018).
- [10] Bair S., “Shear thinning correction for rolling/sliding elastohydrodynamic film thickness”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.* **219**, 69–74 (2005).
- [11] Chaomleffel J. P., Dalmaz G., Vergne P., “Experimental results and analytical film thickness predictions in EHD rolling point contacts”, *Tribol. Int.* **40**, 1543–1552 (2007).
- [12] Echávarri J., Chacón E., Franco-Martínez F., Sánchez G., Cortada-García M., “Predicción del espesor de película en contacto puntual”, *Actas del XXIV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*. 1-9, Las Palmas de Gran Canaria (2023).
- [13] Masjedi M., Khonsari M. M., “On the effect of surface roughness in point-contact EHL: Formulas for film thickness and asperity load”, *Tribol. Int.* **82**, 228–244 (2015).
- [14] Katyal P., Kumar P., “Central film thickness formula for shear thinning lubricants in EHL point contacts under pure rolling”, *Tribol. Int.* **48**, 113–121 (2012).
- [15] Liu Y., Wang Q. J., Bair S., Vergne P., “A quantitative solution for the full shear-thinning EHL point contact problem including traction”, *Tribol. Lett.* **28**, 171-181 (2007).
- [16] Marian M., Mursak J., Bartz M., Profito F.J., Rosenkranz A., Wartzack S. “Predicting EHL film thickness parameters by machine learning approaches”, *Friction* **11**, 992–1013 (2023).
- [17] Echávarri J., De la Guerra E., Chacón E., Franco-Martínez F., Contreras R. W., “An analytical approach for predicting EHL friction: Usefulness and limitations”, *Lubricants* **10**, 141 (2022).
- [18] PCS Instruments: <https://pcs-instruments.com>. Acceso el 8 de enero de 2025.