



Estrategia Avanzada de Modelo Subrogado para la Cuantificación de la Incertidumbre en Pelotones de Vehículos Heterogéneos

R. A. Gutiérrez-Moizant¹, F. Viadero-Monasterio¹, B. López Boada¹, M.J. López Boada¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica, Advanced Vehicle Dynamics and Mechatronic Systems (VEDYMEC), Universidad Carlos III de Madrid, 28911 Leganés, España,

ragutier@ing.uc3m.es, fviadero@ing.uc3m.es, bboada@ing.uc3m.es, mjboada@ing.uc3m.es

El uso de pelotones de vehículos autónomos es una solución efectiva para reducir la congestión y el riesgo de colisiones, ya que permite que los vehículos circulen en formaciones estrechamente coordinadas, con velocidades sincronizadas y un espaciamiento optimizado. El objetivo de esta estrategia de transporte es ofrecer sistemas de movilidad por carretera que sean seguros, eficientes y sostenibles. Por tanto, es fundamental comprobar el grado de fiabilidad de los modelos de pelotón de vehículos para garantizar su correcto funcionamiento en escenarios reales.

La variabilidad en la respuesta de uno de los vehículos puede alterar la eficacia prevista del pelotón, provocando ciclos de conducción de parada y arranque que pueden afectar a la estabilidad de la cadena de vehículos. Por tanto, es esencial comprobar el rendimiento del modelo de pelotón de vehículos autónomos en diferentes escenarios inciertos que incluyan incertidumbres internas y externas, como diferentes tipos de carreteras, condiciones meteorológicas y pesos de los vehículos.

En entornos reales, puede ser difícil determinar cómo cambian los parámetros que afectan al modelo de pelotón, por lo que las simulaciones computacionales son una alternativa viable. Un método eficaz para ello es el método de Montecarlo, que permite generar muestras aleatorias a partir de parámetros inciertos para evaluar el comportamiento del pelotón de vehículos. Sin embargo, dependiendo de la complejidad del modelo, puede resultar costoso desde el punto de vista computacional ejecutar un gran número de reiteraciones. En este contexto, los modelos subrogados o metamodelos son la opción más adecuada, ya que permiten realizar un mayor número de simulaciones y garantizar que los resultados sean significativos y fiables.

Este trabajo destaca la necesidad de realizar verificaciones rigurosas de los modelos heterogéneos de pelotones de vehículos para garantizar su solidez y eficacia en entornos inciertos. Para ello, se propone una estrategia basada en modelos subrogados que combina los modelos MISO (Multiple Input Single Output), NARX (Nonlinear Autoregressive Exogenous) e interpolación espacial Kriging. El modelo MISO-NARX permite relacionar la posición, velocidad y aceleración del vehículo líder con los errores de separación entre vehículos. Por otro lado, el interpolador de Kriging captura la variabilidad de los coeficientes MISO-NARX debido a la incertidumbre de los parámetros del modelo del pelotón de vehículos. La estrategia propuesta permite representar de manera eficiente y precisa las posibles respuestas dinámicas del sistema de pelotón de vehículos, lo que facilita un análisis exhaustivo y fiable de su incertidumbre.

1. Introducción

La conducción tradicional en autopistas se ve afectada por fluctuaciones de velocidad y falta de espacio entre vehículos, lo que contribuye a la congestión y aumenta el riesgo de accidentes. Las formaciones de vehículos autónomos en pelotón pueden ser una solución a estos problemas, permitiendo a los vehículos viajar de manera más coordinada, con velocidades sincronizadas y una separación óptima, contribuyendo a un sistema de transporte más seguro, eficiente y sostenible [1].

Un pelotón de vehículos consiste en un vehículo líder, que puede ser autónomo o conducido por una persona, seguido por varios vehículos que sincronizan su dinámica longitudinal basándose en la información disponible sobre el estado del pelotón.

Las incertidumbres del modelo y las perturbaciones externas pueden afectar negativamente el rendimiento de los sistemas de control en pelotones de vehículos autónomos, comprometiendo la seguridad vial. Según [2], diversas fuentes de incertidumbre, como la pendiente de la carretera, la variabilidad en la resistencia aerodinámica por la separación entre vehículos, las diferencias en la masa de los vehículos (según estén cargados o vacíos), las condiciones de fricción de la carretera, sensores con baja precisión o retrasos en la comunicación, pueden influir en el comportamiento del pelotón. Para mitigar estos efectos, se han propuesto métodos de control robusto, que buscan garantizar un rendimiento adecuado a pesar de la dinámica incierta causada por estas perturbaciones externas [2-5].

El aumento de la potencia de cálculo ha posibilitado el uso de modelos numéricos para simular sistemas de pelotones de vehículos autónomos, permitiendo la validación de controladores y pruebas virtuales. Aunque existe una considerable investigación sobre el análisis del rendimiento del sistema y la estabilidad del tráfico [6-10], muchos estudios no consideran adecuadamente la variabilidad de los parámetros ni la incertidumbre en los resultados. Por lo tanto, hay una falta de investigación en el análisis de la respuesta dinámica estocástica y en la cuantificación y propagación de la incertidumbre.

La cuantificación y propagación de la incertidumbre es fundamental en tareas como la calibración de modelos, el análisis de sensibilidad, la toma de decisiones y la evaluación de riesgos [11-14]. Un método comúnmente utilizado es el de Monte Carlo (MC), que genera muestras aleatorias a partir de la distribución de probabilidad de un parámetro con incertidumbre. No obstante, ejecutar numerosas simulaciones es costoso en términos computacionales, sobre todo con múltiples parámetros inciertos. En este contexto, los metamodelos o modelos subrogados, como las expansiones de caos polinómico PCE (Polynomial Chaos Expansion) y Kriging, son soluciones populares que reducen el coste computacional [15-18]. Sin embargo, estos metamodelos son sólo válidos para sistemas estáticos.

Para la cuantificación de incertidumbre en sistemas dinámicos han surgido metamodelos fusionados conocidos como PC-NARX y KNARX. Estas nuevas estrategias relacionan los metamodelos PCE y Kriging con un modelo no lineal autorregresivo exógeno NARX (Nonlinear autoregressive exogenous model). Tanto el PCE como el Kriging capturan la variabilidad de la respuesta del sistema, debida a la incertidumbre paramétrica, mientras que el modelo NARX describe cómo cambia la respuesta temporal del sistema, es decir simula su comportamiento dinámico. Aunque la efectividad de ambas estrategias de matamodelado para sistemas dinámicos ha sido demostrada en diversos estudios [19-22], no se han encontrado aplicaciones previas de este matamodelado en la cuantificación de la incertidumbre en escenarios con múltiples entradas temporales.

Este trabajo propone una nueva metodología para verificar la fiabilidad de una solución de control en pelotones de vehículos autónomos, enfocándose en la cuantificación de la incertidumbre en el error de separación entre ellos. La metodología utiliza técnicas de matamodelado para crear una representación simplificada de la respuesta dinámica estocástica no lineal del modelo de pelotón. El nuevo matamodelo desarrollado se compone de un modelo de entrada múltiple y salida única no lineal autorregresivo exógeno MISO-NARX (Multiple Input Single Output Nonlinear Autoregressive Exogenous) y un interpolador espacial Kriging. El modelo MISO-NARX predice la respuesta dinámica no lineal vinculando la posición, velocidad y aceleración del vehículo líder con el error de separación de los vehículos seguidores. Por otro lado, el interpolador Kriging captura la variabilidad de los coeficientes de los modelos MISO-NARX debido a la incertidumbre de los parámetros.

El resto de este artículo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 describe de forma breve el modelo de pelotón de vehículos utilizado. La Sección 3 describe la estrategia de matamodelado propuesta para la cuantificación de incertidumbres y la verificación de fiabilidad del modelo de pelotón. La Sección 4 presenta dos estudios de caso y el diseño experimental utilizados para validar la metodología propuesta. La Sección 5 presenta los resultados de la validación y el análisis de fiabilidad. Finalmente, la Sección 6 se muestran las conclusiones

2. Sistema de pelotón de vehículos heterogéneos

El vehículo líder está indexado como 0 y se asume que está operado externamente, mientras que los vehículos seguidores están numerados de 1 a n . Se considera que los vehículos seguidores son eléctricos y están propulsados

por motores en las ruedas IWMs (In-wheel motors). Debido a la respuesta rápida de par de los motores eléctricos, se ha ignorado el retardo del tren motriz en el modelo de dinámica longitudinal. El modelo tiene en cuenta las perturbaciones externas, como la resistencia aerodinámica, la pendiente de la carretera y las resistencias a la rodadura [23]. Se elige la topología de comunicación líder-predecesor PLF (Predecessor-leader following) para el pelotón, debido a su simplicidad y eficacia probada para mejorar la estabilidad y seguridad vial [7] y [24]. En esta configuración, se asume que cada vehículo tiene sensores a bordo para medir la distancia y la velocidad relativa respecto al vehículo precedente, utilizando tecnologías como radar o lidar, mientras que el estado del líder se transmite periódicamente a cada seguidor mediante comunicación inalámbrica V2V (Vehicle-to-Vehicle).

2.1. Modelo de pelotón de vehículos

El modelo de dinámica longitudinal de cada vehículo seguidor i (Figura 1) considera fuerzas como la de los neumáticos, la resistencia aerodinámica, la resistencia a la rodadura y la pendiente. La posición longitudinal del vehículo i y su velocidad están representadas por s_i y v_i , respectivamente, y su dinámica se describe mediante la Ecuación (1).

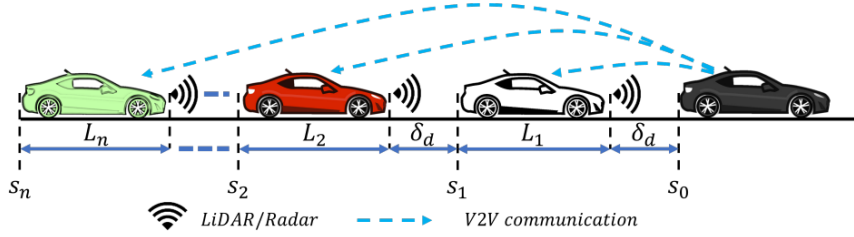


Figura 1: Pelotón de vehículos heterogéneos con topología de comunicación PLF.

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= v_i \\ v_i &= \frac{1}{m_i} (F_{x,i} - F_{a,i} - F_{g,i} - F_{f,i}), \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

Donde F_x es la fuerza longitudinal resultante del neumático. F_a , F_g y F_f son las resistencias aerodinámica, por pendiente de la carretera y por rodadura, respectivamente, que se obtienen mediante:

$$\begin{aligned} F_{a,i} &= 0.5\rho C_{w,i}\Lambda_i v_r^2 \\ F_{g,i} &= m_i g \sin(\alpha_i) \\ F_{f,i} &= m_i g f_{r,i} \cos(\alpha_i) \end{aligned} \quad (2)$$

donde $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$ es la densidad del aire y $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ es la aceleración debida a la gravedad. En la Tabla 1 se muestran el rango de valores típicos de los parámetros del vehículo seguidor y de las perturbaciones externas.

Tabla 1: Límites de los parámetros del vehículo seguidor y de las perturbaciones externas.

Símbolo	Descripción	Unidad	Mín.	Max.
m_i	Masa del vehículo	kg	800	2000
$C_{w,i}$	Coefficiente de arrastre aerodinámico	-	0.29	0.39
Λ_i	Área frontal	m ²	1.58	2.90
$f_{r,i}$	Coefficiente de resistencia a la rodadura	-	0.01	0.014
v_r	Velocidad relativa entre el vehículo y el viento	m/s	0	12.9
α_i	Pendiente de la carretera en autopista y autovía	°	-5.9	5.9

La fuerza longitudinal del neumático ($F_{x,i}$) de la Ecuación (3), es la entrada de control en cada vehículo, y se ajusta considerando las variaciones en la masa nominal $m^\dagger$ entre los vehículos.

$$F_{x,i} = m^\dagger u_i \quad (3)$$

donde u_i es la entrada de control proporcionada al vehículo, y $m^\dagger$ viene dada por la Ecuación (4), la cual depende del valor máximo y mínimo de la Tabla 1, $\bar{m}$ y $\underline{m}$, respectivamente.

$$m^\dagger = \frac{\bar{m} + \underline{m}}{2} \quad (4)$$

Considerando la Ecuación (1) y la Ecuación (3), la dinámica longitudinal del vehículo i se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= v_i \\ v_i &= a_i = (\eta + \Delta_i \eta_m) u_i - \frac{\eta + \Delta_i \eta_m}{m^\dagger} 0.5 \rho C_{w,i} \Lambda_i v_r^2 - g f_{r,i} \cos(\alpha_i) - g \sin(\alpha_i) \end{aligned} \quad (5)$$

donde Δ_i es una incertidumbre que satisface $|\Delta_i| \leq 1$, η es el coeficiente de masa nominal y η_m es la variación máxima de la masa del vehículo, tal que:

$$\eta = \frac{m^\dagger(\bar{m} + \underline{m})}{2\bar{m}\underline{m}}, \quad \eta_m = \frac{m^\dagger(\bar{m} - \underline{m})}{2\bar{m}\underline{m}} \quad (6)$$

Los errores de espaciamiento y velocidad entre vehículos consecutivos bajo una estrategia de espaciamiento constante se expresan como:

$$\begin{aligned} e_i &= s_{i-1} - s_i - L_i - \delta_d \\ \dot{e}_i &= v_{i-1} - v_i \end{aligned} \quad (7)$$

donde L_i representa la longitud del vehículo i , mientras que δ_d es el espaciamiento constante deseado entre vehículos consecutivos. En este estudio, se elige un espaciamiento de 15 m, basado en que en trabajos previos ya que favorece la seguridad vial. Para evitar colisiones, se requiere que $e_i > \delta_d$ en todo momento.

Dado que se considera la topología de comunicación por seguimiento líder-predecesor (PLF), la ley de control en este caso queda definida de la siguiente manera:

$$u_i = k_1(s_{i-1} - s_i - L_i - \delta_d) + k_2(v_{i-1} - v_i) + k_3(s_0 - s_i - \bar{L}_i - \bar{\delta}_{d,i}) + k_4(v_0 - v_i) \quad (8)$$

donde k_j , ($j = 1, \dots, 4$), representan las ganancias de control a diseñar. $\bar{L}_i$ es la suma de las longitudes de todos los vehículos entre el líder y el vehículo seguidor i , y $\bar{\delta}_{d,i}$ es el espaciamiento acumulado entre el líder y el vehículo seguidor i , tal que:

$$\bar{L}_i = \sum_{j=1}^i L_j, \quad \bar{\delta}_{d,i} = \sum_{j=1}^i \delta_d = i \delta_d \quad (9)$$

Para conseguir una forma compacta de un pelotón heterogéneo, es necesario realizar el siguiente cambio de variable para el i -ésimo vehículo. El error de seguimiento con respecto al líder ξ_i se define como:

$$\xi_i = s_0 - s_i - \bar{L}_i - \bar{\delta}_{d,i} \quad (10)$$

Considerando la Ecuación (10), la entrada de control de la Ecuación (8) se reescribe de la siguiente manera:

$$u_i = k_1(\xi_i - \xi_{i-1}) + k_2(\dot{\xi}_i - \dot{\xi}_{i-1}) + k_3\xi_i + k_4\dot{\xi}_i \quad (11)$$

La combinación de las Ecuaciones (5), (6) y (10) da como resultado el modelo dinámico longitudinal para el vehículo seguidor i :

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i &= v_0 - v_i \\ \ddot{\xi}_i &= a_0 - (\eta + \Delta_i \eta_m) u_i + \frac{\eta + \Delta_i \eta_m}{m^\dagger} 0.5 \rho C_{w,i} \Lambda_i v_r^2 + g f_{r,i} \cos(\alpha_i) + g \sin(\alpha_i) \end{aligned} \quad (12)$$

con a_0 como la aceleración del vehículo líder.

Para obtener más detalles sobre el controlador utilizado, consulte la referencia [25].

3. Modelo Kriging MISO-NARX para la cuantificación de incertidumbres

En este trabajo, se analiza la seguridad de un pelotón de vehículos considerando el error estocástico dependiente del tiempo en la separación entre vehículos seguidores, denotado como $e_i(t, \varsigma)$, donde ς representa el vector de parámetros inciertos del modelo. El análisis de los intervalos de confianza de este error permite evaluar el rendimiento del pelotón, comparando los resultados con los límites de seguridad preestablecidos. La estrategia desarrollada consta de varias etapas que garantizan la obtención de un metamodelo con alta fidelidad al modelo original del pelotón de vehículos. Además, la metodología optimiza significativamente el tiempo necesario para generar el metamodelo, un proceso que generalmente es largo debido a su naturaleza basada en prueba y error. El esquema de la metodología propuesta se presenta en la Figura 2.

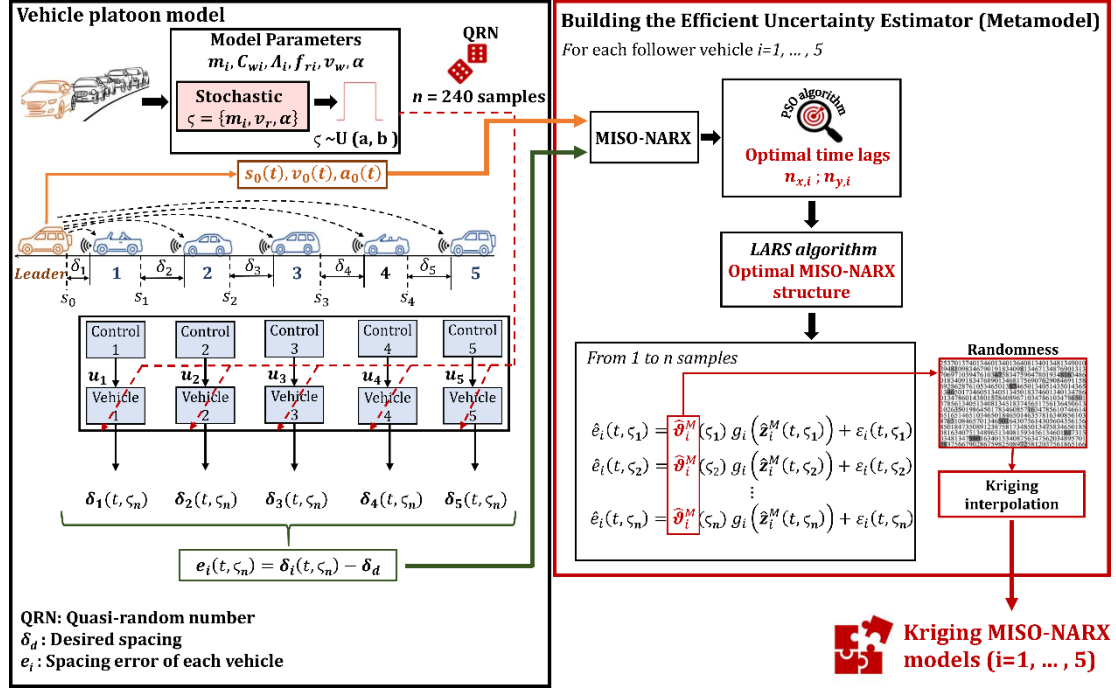


Figura 2: Pelotón de vehículos heterogéneos con topología de comunicación PLF.

3.1. Modelo polinómico MISO-NARX

En primer lugar, el error de separación dependiente del tiempo de cada vehículo seguidor se modela mediante un modelo polinómico MISO-NARX [26]. Tras analizar la respuesta del sistema, se pudo observar que el error de separación en el instante actual solo puede determinarse si se consideran sus valores previos, así como de los valores de posición, velocidad y aceleración del vehículo líder en los instantes actual y anterior (denotados como s_0 , v_0 , y a_0). Para simplificar la nueva estrategia de metamodelado, se asume que el modelo MISO-NARX desarrollado no incluye términos de productos cruzados entre las diferentes unidades de entrada. Así, el modelo general MISO-NARX para cada vehículo seguidor se puede expresar de la siguiente manera, omitiendo el subíndice (i) para facilitar la notación:

$$\begin{aligned}
 \hat{e}(t) = & \sum_{k=1}^{n_y} \vartheta_y(k) \cdot e(t - k\Delta t) + \sum_{j=1}^{n_x} (\vartheta_x^s(j) \cdot s_0(t - j\Delta t) + \vartheta_x^v(j) \cdot v_0(t - j\Delta t)) \\
 & + \vartheta_x^a(j) \cdot a_0(t - j\Delta t) + \sum_{k=1}^{n_y} \sum_{j=1}^{n_y} \vartheta_{yy}(k, j) \cdot e(t - k\Delta t) \cdot e(t - j\Delta t) \\
 & + \sum_{k=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_x} (\vartheta_{xx}^s(k, j) \cdot s_0(t - k\Delta t) \cdot s_0(t - j\Delta t) + \vartheta_{xx}^v(k, j) \cdot v_0(t - k\Delta t) \\
 & \cdot v_0(t - j\Delta t) + \vartheta_{xx}^a(k, j) \cdot a_0(t - k\Delta t) \cdot a_0(t - j\Delta t)) + \varepsilon(t)
 \end{aligned} \tag{13}$$

Donde $\hat{e}(t)$ representa la estimación del error de separación $e(t)$, Δt es el paso de tiempo seleccionado para el modelo MISO-NARX, n_x y n_y son los retardos máximos de entrada y salida, respectivamente; ϑ_y y ϑ_x son los coeficientes de los términos autoregresivos lineales y de los términos exógenos lineales, respectivamente; ϑ_{yy} y ϑ_{xx} son los coeficientes no lineales autoregresivos y exógenos, respectivamente; y $\varepsilon(t)$ es el residuo.

El modelo MISO-NARX de la Ecuación (13), se puede reescribir como una regresión lineal:

$$\hat{e}(t) = \boldsymbol{\vartheta} \cdot \mathbf{z}(t) + \varepsilon(t) \quad (14)$$

donde $\boldsymbol{\vartheta} = [\vartheta_y, \vartheta_x, \vartheta_{yy}, \vartheta_{xx}]$ son los coeficientes del modelo polinómico NARX con:

$$\begin{aligned} \vartheta_y &= [\vartheta_y(1), \dots, \vartheta_y(n_y)] \\ \vartheta_x &= [\vartheta_x^s(1), \dots, \vartheta_x^s(n_x), \vartheta_x^v(1), \dots, \vartheta_x^v(n_x), \vartheta_x^a(1), \dots, \vartheta_x^a(n_x)] \\ \vartheta_{yy} &= [\vartheta_y(1,1), \dots, \vartheta_y(1, n_y), \vartheta_y(2,2), \dots, \vartheta_y(2, n_y), \dots, \vartheta_y(n_y, n_y)] \\ \vartheta_{xx} &= [\vartheta_x^s(1,1), \dots, \vartheta_x^s(1, n_x), \vartheta_x^s(2,2), \dots, \vartheta_x^s(2, n_x), \dots, \vartheta_x^s(n_x, n_x), \\ &\quad \dots, \vartheta_x^a(1,1), \dots, \vartheta_x^a(1, n_x), \vartheta_x^a(2,2), \dots, \vartheta_x^a(2, n_x), \dots, \vartheta_x^a(n_x, n_x)] \end{aligned}$$

y $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{z}_y(t), \mathbf{z}_x(t), \mathbf{z}_{yy}(t), \mathbf{z}_{xx}(t)]^T$ es el vector que contiene todos los términos de regresión, donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_y(t) &= [e(t - \Delta t), \dots, e(t - n_y \Delta t)] \\ \mathbf{z}_x(t) &= [s_0(t - \Delta t), \dots, s_0(t - n_x \Delta t), v_0(t - \Delta t), \dots, v_0(t - n_x \Delta t), a_0(t - \Delta t), \dots, a_0(t - n_x \Delta t)] \\ \mathbf{z}_{yy}(t) &= [e(t - \Delta t)^2, \dots, e(t - n_y \Delta t)^2] \\ \mathbf{z}_{xx}(t) &= [s_0(t - \Delta t)^2, \dots, s_0(t - n_x \Delta t)^2, v_0(t - \Delta t)^2, \dots, v_0(t - n_x \Delta t)^2, a_0(t - \Delta t)^2, \dots, a_0(t - n_x \Delta t)^2] \end{aligned}$$

Al evaluar la Ecuación (14) para todos los instantes de tiempo, la respuesta dinámica de interés puede representarse como:

$$\begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T(1) \\ \mathbf{z}^T(2) \\ \vdots \\ \mathbf{z}^T(T) \end{bmatrix} \boldsymbol{\vartheta}^T + \begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \varepsilon(2) \\ \vdots \\ \varepsilon(T) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Por tanto, los coeficientes del MISO-NARX se pueden obtener mediante la técnica de los mínimos cuadrados ordinarios:

$$\boldsymbol{\vartheta} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{e} \quad (16)$$

Para construir un modelo NARX polinómico, generalmente se considera suficiente conocer el número de grados de libertad (DoF) del sistema dinámico, su comportamiento no lineal y aplicar un retraso temporal limitado [27]. Otros enfoques utilizan valores de referencia predefinidos y un método de prueba y error para ajustar los parámetros del modelo. En este trabajo, los retardos temporales óptimos, n_x y n_y , se han determinado mediante el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO).

3.2. Optimización de los retardos temporales máximos

El PSO es un algoritmo de optimización basado en el comportamiento social observado en bandadas de pájaros o bancos de peces [28]. En este algoritmo, un conjunto de partículas, que representan soluciones candidatas, navegan por el espacio del problema. Cada partícula actualiza su posición en función de su mejor posición individual y la mejor posición global del enjambre. Esta actualización guía el ajuste de su velocidad y trayectoria, permitiendo que el enjambre converja hacia la solución óptima o soluciones cercanas.

El PSO minimiza un estadístico predefinido, como el error cuadrático medio (MSE), a través de la búsqueda colaborativa en el espacio de diseño. Cada partícula tiene una posición y velocidad inicial aleatoria dentro de rangos predefinidos. La actualización de la velocidad y posición de las partículas se realiza mediante las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_p(t+1) &= w\mathbf{v}_p(t) + c_1 r_1 (\mathbf{pbest}_p - \mathbf{x}_p(t)) + c_2 r_2 (\mathbf{gbest} - \mathbf{x}_p(t)) \\ \mathbf{x}_p(t+1) &= \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{v}_p(t+1) \end{aligned} \quad (16)$$

donde $\mathbf{v}_p(t)$ y $\mathbf{v}_p(t+1)$ son la velocidad actual y la actualizada de la partícula, respectivamente. $\mathbf{x}_p(t)$ y $\mathbf{x}_p(t+1)$ son la posición actual y la nueva posición, respectivamente. Los coeficientes c_1 y c_2 son las tasas de aprendizaje, r_1 y r_2 son números aleatorios uniformemente distribuidos en $U(0,1)$. w es el peso de inercia, que ajusta la velocidad de las partículas durante el proceso de optimización. Los términos $\mathbf{pbest}$ y $\mathbf{gbest}$ corresponden a

las posiciones óptimas individual y global, respectivamente, las cuales en este estudio se evalúan en función del MSE entre la estimación MISO-NARX y el error de separación de cada vehículo.

En este estudio, ha sido optimizado tanto n_x como n_y para N modelos MISO-NARX, cada uno representando una solución potencial obtenida mediante el muestreo pseudoaleatorio de los parámetros inciertos del modelo de pelotón ($\boldsymbol{\varsigma} = \{\boldsymbol{\varsigma}_1, \boldsymbol{\varsigma}_2, \dots, \boldsymbol{\varsigma}_N\}$). Las muestras han sido generadas utilizando el muestreo de hipercubos latinos (LHS) [29]. El objetivo principal del LHS es generar una muestra representativa de un espacio multidimensional, distribuyendo las muestras de manera que cubran de manera más eficiente todas las posibles combinaciones de los valores de los parámetros inciertos. Para ello, divide cada rango de las variables inciertas en N intervalos y posteriormente selecciona un valor aleatorio dentro de cada intervalo.

Por tanto, la estimación del error de separación para la muestra n -ésima se puede expresar de la siguiente manera:

$$\hat{\mathbf{e}}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n) = \boldsymbol{\vartheta}(\boldsymbol{\varsigma}_n) \cdot \mathbf{z}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n) + \boldsymbol{\varepsilon}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n) \quad (17)$$

Para cada muestra $\boldsymbol{\varsigma}_n$, el error medio cuadrático (MSE) ha sido definido como:

$$\text{MSE}(\boldsymbol{\varsigma}_n) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mathbf{e}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n) - \hat{\mathbf{e}}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n))^2 \quad (18)$$

Los retardos máximos óptimos, n_x y n_y , se han obtenido minimizando la mayor puntuación de MSE entre las N respuestas MISO-NARX.

3.3. Optimización de la estructura del modelo MISO-NARX

Una vez identificados los retardos máximos óptimos, n_x y n_y , como se explicó en la sección anterior, el siguiente paso es optimizar la estructura de los modelos MISO-NARX, debido a que ya en investigaciones previas, se ha demostrado que no todos los términos de regresión $\mathbf{z}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n)$ tienen un impacto significativo en la respuesta dinámica del sistema. Por lo tanto, reducir el número de términos no solo simplifica el modelo, sino que también mejora la eficiencia computacional.

En este trabajo hemos utilizado la regresión de ángulo mínimo LARS (Least Angle Regression) para seleccionar los términos más significativos de los N modelos MISO-NARX. Esto debido a que la identificación MISO-NARX se puede expresar como un problema de regresión lineal. Los detalles del algoritmo LARS se omiten por razones de brevedad. Para una descripción completa de este algoritmo, consulte la referencia [30].

Al utilizar LARS, se obtienen los coeficientes más representativos de los N modelos MISO-NARX entrenados. Generalmente lo que se hace es verificar la capacidad de cada modelo MISO-NARX de predecir adecuadamente las N respuestas temporales utilizadas en el entrenamiento y seleccionar el mejor. Sin embargo, este procedimiento no es eficaz ya que no se garantiza que el modelo resultante sea capaz de capturar adecuadamente la respuesta temporal completa del sistema. Es por ello que proponemos una estructura unificada de modelo MISO-NARX, después de aplicar LARS, que selecciona los modelos con el mayor número de términos de regresión, asegurando que los más significativos estén presentes. Si los modelos seleccionados tienen distintos términos de regresión, estos se unifican. Este enfoque generalmente agrega pocos términos adicionales, pero garantiza que se capture adecuadamente la respuesta dinámica del sistema. Por tanto, la estructura óptima MISO-NARX queda definida de la siguiente manera:

$$\hat{\mathbf{e}}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n) = \hat{\boldsymbol{\vartheta}}^M(\boldsymbol{\varsigma}_n) g(\hat{\mathbf{z}}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n)) + \boldsymbol{\varepsilon}(t, \boldsymbol{\varsigma}_n) \quad (19)$$

3.4. Modelo Kriging MISO-NARX

En este modelo se asume que la variación de los coeficientes del modelo MISO-NARX, debida a la incertidumbre de los parámetros inciertos, puede ser capturada a través del modelo de interpolación espacial Kriging [19].

El modelo Kriging es un algoritmo estocástico que asume que la respuesta de un modelo computacional puede ser representada como una realización de un proceso Gaussiano. Esta respuesta puede expresarse en términos de cada uno de los coeficientes óptimos MISO-NARX como:

$$\hat{\boldsymbol{\vartheta}}_k^M(\boldsymbol{\varsigma}) = \boldsymbol{\beta}_k^T \mathbf{f}(\boldsymbol{\varsigma}) + \boldsymbol{\chi}_k(\boldsymbol{\varsigma}); \quad k = 1, 2, \dots, \hat{n}_g^M \quad (20)$$

Donde $\boldsymbol{\beta}_k^T \mathbf{f}(\boldsymbol{\varsigma})$ es la media del proceso gaussiano, comúnmente conocida como la tendencia. Esta consiste en m funciones de base polinómicas $\{f_1(\boldsymbol{\varsigma}), f_2(\boldsymbol{\varsigma}), \dots, f_m(\boldsymbol{\varsigma})\}$ del espacio de diseño $\boldsymbol{\varsigma}$ y sus correspondientes coeficientes de regresión $\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$. El segundo término de la ecuación $\boldsymbol{\chi}_k(\boldsymbol{\varsigma})$, se asume que tiene media cero y covarianza:

$$\text{Cov}[\chi_k(\zeta_i), \chi_k(\zeta_j)] = \sigma_k^2 \mathbf{R}_k(\zeta_i, \zeta_j; \boldsymbol{\theta}_k), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

donde N es el número de experimentos, $\mathbf{R}_k(\zeta_i, \zeta_j; \boldsymbol{\theta}_k)$ es la función de correlación entre dos puntos de muestra cualesquiera (ζ_i, ζ_j) en el espacio de salida con el hiperparámetro $\boldsymbol{\theta}_k$ y σ_k^2 es la varianza del proceso. En este trabajo de investigación se ha utilizado la herramienta UQLab [31] desarrollada en entorno de Matlab para la aplicación del método Kriging.

Finalmente, el modelo Kriging MISO-NARX predice el error de separación de cada vehículo para nuevas muestras aleatorias de los parámetros inciertos de entrada (ζ_u) con la siguiente expresión:

$$\hat{\mathbf{e}}(t, \zeta_u) = \sum_{k=1}^{\hat{n}_g^M} \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_k^T \mathbf{f}(\zeta_u) + \mathbf{r}_k^T(\zeta_u) \mathbf{R}_k^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_k^T \mathbf{f}(\zeta_u) \right) \right) \mathbf{z}_k^M(t, \zeta_u) + \boldsymbol{\varepsilon}(t, \zeta_u) \quad (22)$$

4. Resultados y discusión

La relevancia del enfoque propuesto se demuestra con un ejemplo numérico en el que se considera un pelotón de vehículos compuesto por un líder y cinco seguidores. Entre las fuentes de incertidumbre se incluyen la masa de los vehículos seguidores, la resistencia al aire y parámetros como la velocidad del viento y la pendiente de la carretera. Aunque se podrían considerar otras fuentes de incertidumbre, estas son las principales en el estudio.

Para cuantificar las incertidumbres, se asume que los vehículos están interconectados, por lo que las incertidumbres específicas de cada vehículo afectan al resto. Así, las incertidumbres relacionadas con la pendiente y la velocidad del viento las comparten todos. Sin embargo, la incertidumbre en la masa del primer vehículo seguidor solo afecta su error de separación, mientras que el segundo tiene en cuenta la influencia de la incertidumbre de su propia masa y la del vehículo anterior y así sucesivamente. Por tanto, el último vehículo del pelotón experimenta la mayor incertidumbre acumulada, ya que integra todas las incertidumbres detalladas en la Tabla 2. Los límites de masa de cada vehículo se han establecido entre su peso en vacío y un 5% adicional. Es importante destacar que, en esta primera fase del estudio, se ha supuesto que las distribuciones de probabilidad de todos los parámetros inciertos son uniformes. Sin embargo, en investigaciones futuras será necesario determinar el tipo de distribución de probabilidad de dichos parámetros. Cabe señalar que la estrategia propuesta está diseñada para manejar datos dispersos, es decir, aquellos que no dependen de una distribución de probabilidad específica. En este caso, se ha asumido una distribución uniforme únicamente para verificar el funcionamiento de la estrategia de metamodelado.

Tabla 2: Distribución marginal de los parámetros inciertos del pelotón de vehículos

Parámetro	Distribución	Límites
m_a (kg)	Uniforme	[1546, 1623.3]
m_b (kg)	Uniforme	[1994, 2093.7]
m_c (kg)	Uniforme	[1916, 2011.8]
m_d (kg)	Uniforme	[1406, 1476.3]
m_e (kg)	Uniforme	[1034, 1085.7]
v_r (m/s)	Uniforme	[0, 12.9]
α (rad)	Uniforme	[-0.103, 0.103]

Cada masa de la Tabla 2 pertenece a una tipología específica de vehículo, por tanto, el coeficiente aerodinámico (C_w), el área frontal (Λ) y el coeficiente de rozamiento (f_r) entre los neumáticos y la calzada son distintos para cada vehículo. En la Tabla 3 se muestran los parámetros de los vehículos seguidores en el pelotón heterogéneo para el caso estudiado.

Tabla 3: Parámetros de los vehículos seguidores en el modelo de pelotón

Vehículo seguidor	masa	C_w	$\Lambda(m^2)$	f_r
1	m_a	0.29	2.59	0.010
2	m_b	0.29	2.21	0.010
3	m_c	0.32	2.37	0.013
4	m_d	0.35	2.65	0.013
5	m_e	0.37	1.93	0.010

Para construir el metamodelo que facilita la cuantificación de la incertidumbre, primero se generaron $N = 50$ muestras pseudoaleatorias con el LHS, considerando los parámetros inciertos de la Tabla 2. A partir de estos valores y con los perfiles asumidos de posición, velocidad y aceleración del vehículo líder en el pelotón (Figura 3), se calcularon N errores de separación para cada vehículo seguidor. El tiempo de simulación se fijó en 50 s y se estableció una frecuencia de muestreo de 200 Hz. Es importante señalar que la variabilidad de los parámetros inciertos en el modelo de pelotón de vehículos no afecta al vehículo líder, por lo que estos perfiles permanecen constantes.

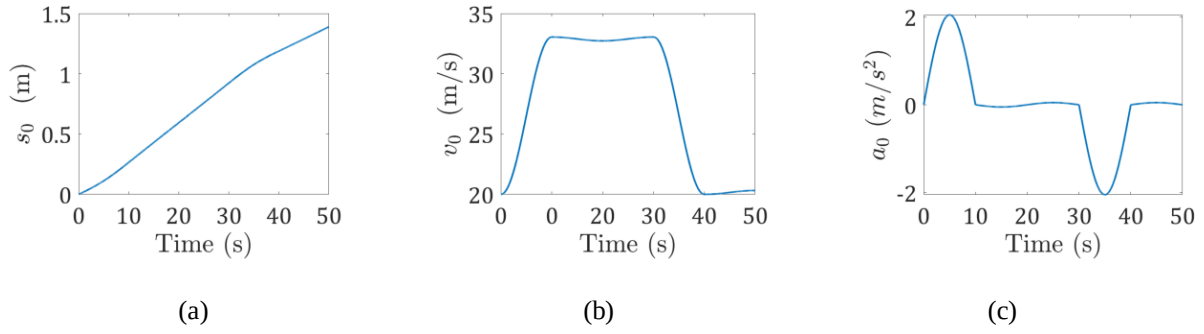


Figura 3: Entradas utilizadas para desarrollar los modelos Kriging MISO-NARX

Los modelos MISO-NARX para cada vehículo seguidor se crearon teniendo en cuenta los retardos temporales óptimos según el procedimiento descrito en el apartado 3.2. Para ello, los límites de los retardos temporales máximos tanto para las entradas (posición, velocidad y aceleración del vehículo líder) como para la salida (errores de separación de cada vehículo seguidor), n_x y n_y , respectivamente, se establecieron entre [1,15].

4.1. Estructura óptima del modelo MISO-NARX

Los retardos temporales óptimos y los términos de regresión más relevantes para cada modelo MISO-NARX, determinados de acuerdo con los procedimientos del apartado 3.2 y el apartado 3.3 se presentan en la Tabla 4. Para la optimización de la estructura del modelo MISO-NARX con el algoritmo LARS, se ha utilizado la herramienta UQLab desarrollada en Matlab [31].

Tabla 4: Desfases o retardos temporales óptimos y términos más significativos del modelo MISO-NARX

Vehículo seguidor	$[n_x, n_y]$	Términos totales	Términos óptimos ($z_k^M(t, \varsigma)$)
1	[11,5]	251	$s_0(t-11)^2, v_0(t-1), v_0(t-1)^2, a_0(t-1),$ $a_0(t-1)^2, a_0(t-11), e(t-1), e(t-1)^2$
2	[15,9]	459	$s_0(t-1), s_0(t-15)^2, v_0(t-1), a_0(t-1),$ $a_0(t-1)^2, e(t-1), e(t-1)^2$
3	[1,13]	110	$s_0(t-1), v_0(t-1), v_0(t-1)^2, a_0(t-1),$ $a_0(t-1)^2, e(t-1)$
4	[13,9]	366	$s_0(t-13), s_0(t-13)^2, v_0(t-13),$ $v_0(t-13)^2, a_0(t-1) \cdot a_0(t-2), a_0(t-1)^2,$ $a_0(t-12), a_0(t-13), e(t-1), e(t-1)^2,$ $e(t-9)$
5	[10,9]	249	$s_0(t-1), s_0(t-1)^2, s_0(t-10)^2, v_0(t-1),$ $v_0(t-1)^2, v_0(t-1)^2, v_0(t-10), a_0(t-1),$ $a_0(t-1)^2, a_0(t-10), e(t-1), e(t-1)^2$

En la Tabla 4, se puede observar que el número de términos relevantes ($z_k^M(t, \varsigma)$) que vinculan los errores de separación de los vehículos ($e(t)$) con las entradas procedentes del vehículo líder (s_0, v_0 y a_0) varía de 6 a 11. Los modelos MISO-NARX correspondientes a los dos últimos vehículos seguidores muestran una mayor complejidad estructural, con a_0 contribuyendo con más términos en el vehículo seguidor 4, y v_0 aportando más términos en el último vehículo seguidor. Por otro lado, s_0 es el parámetro que menor presencia tiene en los cinco vehículos seguidores, sin más de dos términos, excepto en el vehículo seguidor 5 con tres términos.

4.2. Verificación de las predicciones del modelo Kriging MISO-NARX y cuantificación de incertidumbre

Para construir los modelos Kriging MISO-NARX (metamodelos) con los términos óptimos finales ($z_k^M(t, \varsigma)$) de la Tabla 4, se generaron $N_{\text{new}} = 240$ muestras pseudoaleatorias de los parámetros inciertos con los valores de la Tabla 2, a partir del modelo de pelotón de vehículos de referencia descrito en el apartado 2, el cual se puede consultar en la referencia [25]. Las muestras han sido obtenidas con la técnica de muestreo LHS. Esto ha originado 240 posibles errores de separación para cada vehículo seguidor $\hat{e}_i(t, \varsigma_1), \hat{e}_i(t, \varsigma_2), \dots, \hat{e}_i(t, \varsigma_{N_{\text{ew}}})$.

Para evaluar la efectividad del metamodelo propuesto en el cálculo de nuevos coeficientes y nuevos errores de separación, se realizaron $N_{\text{eva}} = 1000$ simulaciones adicionales. Se desaconseja verificar el comportamiento del metamodelo utilizando las simulaciones empleadas en el entrenamiento, ya que el método de Kriging es un estimador insesgado. Esto da lugar a un error prácticamente nulo entre los coeficientes originales y los estimados, lo que implica que el metamodelo reproduce de manera casi exacta el modelo de pelotón de vehículos en términos del error de separación.

La mayor diferencia entre las estimaciones del error de separación del modelo Kriging MISO-NARX y el modelo de referencia se dieron en el vehículo seguidor 2, con un error cuadrático medio $MSE = 1.44 \times 10^{-4} m^2$. La raíz del error cuadrático medio RMSE de cada vehículo seguidor, resalta la alta fidelidad de las predicciones del metamodelo con respecto al modelo de referencia, obteniendo los siguientes resultados para los vehículos seguidores del primero al último: $6.2 \times 10^{-3} m$, $1.2 \times 10^{-2} m$, $1.4 \times 10^{-3} m$, $1.6 \times 10^{-3} m$ y $3.2 \times 10^{-3} m$, respectivamente.

La Figura 4a y la Figura 4b comparan los errores de separación del modelo de pelotón de vehículos y las predicciones del metamodelo para las simulaciones N_{eva} , centrando la atención en el primer y el último vehículo seguidor. Los resultados muestran una relación altamente lineal entre ambos modelos, con una variabilidad mínima.

La Figura 5a y la Figura 5b muestra la comparación estadística entre el error de separación estimado con el modelo de pelotón de vehículos (Reference model) y las predicciones del metamodelo, para el primer y último vehículo, para un intervalo de cobertura IC del 95%. Se puede observar que los límites de los errores de separación predichos por el metamodelo coinciden con los correspondientes a los vehículos seguidores 1 y 5 del modelo de pelotón de vehículos.

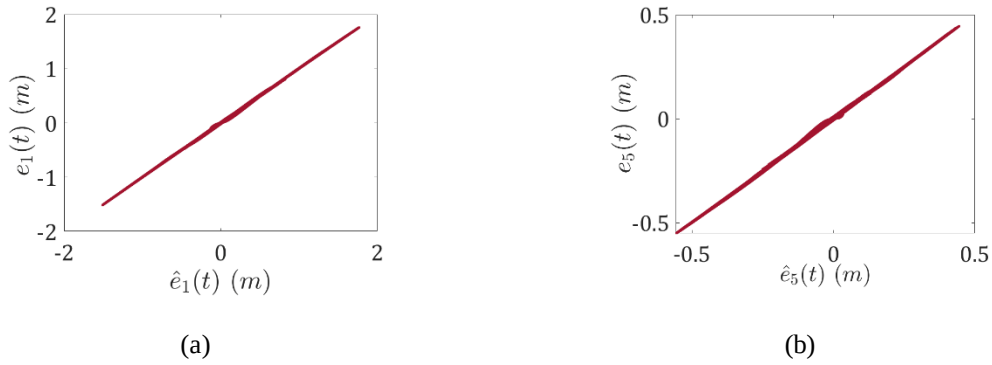


Figura 4: Comparación de los errores de separación entre el modelo Kriging MISO-NARX y el de pelotón de vehículos de referencia para simulaciones $N_{eva} = 1000$, para el primer (a) y último vehículo (b)

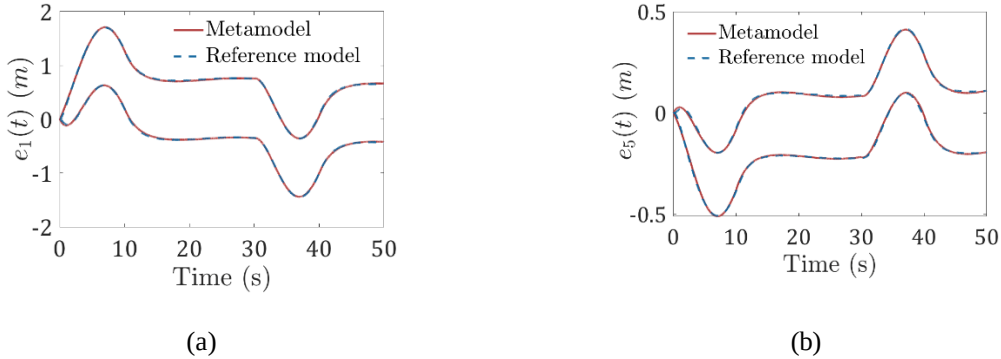


Figura 5: Comparación de los errores de separación entre el modelo Kriging MISO-NARX y el de pelotón de vehículos de referencia para simulaciones $N_{eva} = 1000$, para el primer (a) y último vehículo (b)

La Figura 6 muestra la evolución de los límites inferior y superior del IC del 95% para el error de separación del último vehículo en función de $N = 1000, 10000, 20000, 50000$ y 100000 simulaciones de Monte Carlo (MC), junto con el error porcentual ($E (\%)$) entre el modelo Kriging MISO-NARX y el modelo de referencia. La evolución de estos límites muestra una tendencia similar en ambos modelos, con el metamodelo sobreestimando ligeramente el IC. La diferencia porcentual varía de -1.5% a -1% para el límite inferior y no supera el 0.4% para el límite superior. La variación del IC entre 1000 y 100000 simulaciones es mínima (menos del 0.3%), sugiriendo que no es necesario un gran número de simulaciones para obtener resultados precisos. No obstante, se requiere un análisis más profundo para evaluar la calidad del modelo de pelotón de vehículos.

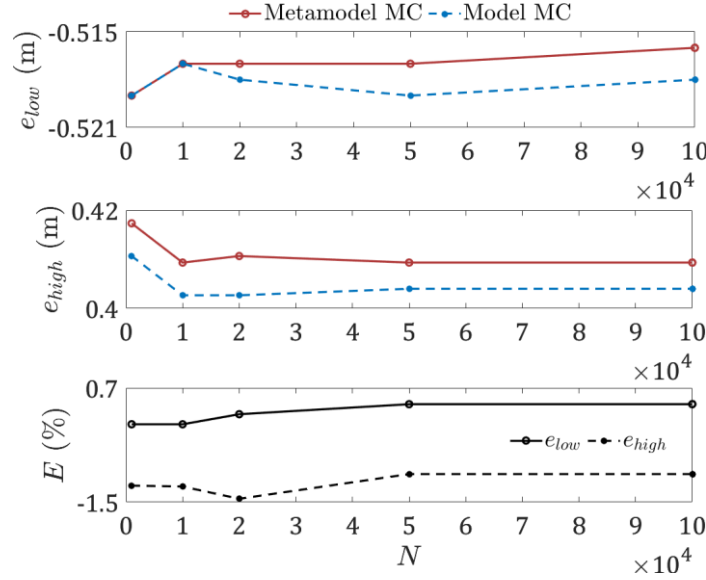


Figura 6: 95% IC y error porcentual del último vehículo seguidor, entre el modelo Kriging MISO-NARX y el modelo de referencia, en función del número de simulaciones de MC

Dado que aumentar el número de simulaciones con el modelo de referencia implica requerimientos de memoria elevados para los cálculos, se opta por analizar la evolución de los intervalos de confianza utilizando únicamente los metamodelos. A diferencia del modelo original, los metamodelos se ejecutan de manera independiente, por lo que no es necesario realizar simulaciones simultáneas. Esta independencia hace que los metamodelos sean especialmente valiosos para el estudio en cuestión.

La Figura 7 muestra la evolución del error porcentual del IC del 95% correspondiente al error de separación del último vehículo del pelotón. Este error ha sido calculado comparando las estimaciones del modelo Kriging MISO-NARX para $N > 20000$ y $N = 20000$, considerando este último como resultado de referencia.

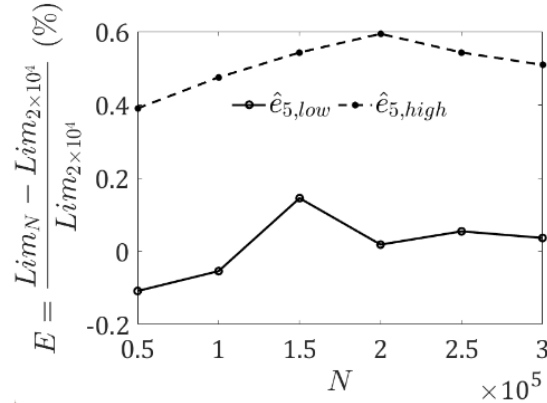


Figura 7: Evolución del error porcentual del IC del 95% correspondiente $\hat{e}_5$

La Figura 7 demuestra que las variaciones del IC del 95% con respecto al incremento del número de simulaciones de MC son insignificantes. Esto confirma que el controlador implementado en el modelo de pelotón de vehículos funciona de manera óptima, ya que el aumento del número de valores aleatorios para los parámetros inciertos obtenidos a partir de la información de la Tabla 2, no afecta significativamente al IC del 95% para $N > 20000$ simulaciones. La variación del límite inferior se encuentra en el rango de 0.4 a 0.6%, y la correspondiente al límite superior es $E \approx \pm 0.2\%$. Comportamientos similares del error porcentual fueron observados en el resto de los vehículos seguidores del pelotón.

4.1. Verificación de fiabilidad

La Tabla 5 muestra el IC del 95% para los errores de separación de todos los vehículos del pelotón estimados con el metamodelo propuesto. También incluye el rango de separación recomendado y la separación deseada definida en esta investigación. En particular, los errores de separación son menores para el último vehículo, lo cual es recomendable en este tipo de modelo. Es importante destacar que los errores de separación no comprometen la seguridad del pelotón; incluso en el peor caso observado, el primer vehículo, la separación se mantiene dentro del rango $[\delta_d + \hat{e}_{2,low}, \delta_d + \hat{e}_{2,high}] = [13.55, 16.71]$ m. El mejor comportamiento se observa en el vehículo seguidor 5, con un rango de separación de $[14.48, 15.41]$ m.

Tabla 5: Resultados finales para los vehículos seguidores del pelotón para un IC del 95%

Vehículo seguidor	Rango δ_d (m) [25]	δ_d deseado (m)	$\hat{e}_{low}$ (m)	$\hat{e}_{high}$ (m)
1	10 - 15	15	-1.45	1.71
2			-0.67	0.72
3			-0.03	0.10
4			-0.56	0.55
5			-0.52	0.41

5. Conclusiones y trabajos futuros

La metodología desarrollada vincula la posición, la velocidad y la aceleración del vehículo líder con los errores de separación de los vehículos seguidores, relacionados con las incertidumbres en los parámetros del modelo de pelotón de vehículos. Este enfoque es adecuado para modelos complejos con múltiples entradas y fuentes de incertidumbre, y facilita la creación de metamodelos eficientes para calcular la incertidumbre en modelos de dinámicos no lineales e integrar datos experimentales dispersos.

Un aspecto importante de este enfoque es que la validación no requiere un elevado número de simulaciones de Monte Carlo (MC). En su lugar, basta con utilizar datos aleatorios distintos a los empleados para entrenar el modelo, lo que simplifica significativamente el proceso. En este estudio, se ha observado que 1000 simulaciones pseudoaleatorias son suficientes. Sin embargo, es necesario realizar un análisis más profundo que incluya un mayor número de parámetros inciertos, con el fin de investigar si existe alguna correlación entre el número de parámetros inciertos y el número de simulaciones requeridas para la validación.

Para evaluar la fiabilidad del sistema de pelotón de vehículos, en términos del error de separación entre los vehículos seguidores, es fundamental observar la variación de los intervalos de confianza (IC) del 95% conforme aumenta el número de simulaciones de MC realizadas utilizando el metamodelo. El rendimiento del controlador utilizado puede medirse en función de la variabilidad del error de separación, la cual conviene que sea lo más baja posible.

Este enfoque ofrece un método útil para futuras investigaciones sobre la seguridad y el rendimiento de los pelotones de vehículos. En el futuro, se podría perfeccionar la estrategia de metamodelado e investigar otras fuentes de incertidumbre paramétrica que afecten al pelotón en distintas condiciones de conducción. También se debe explorar la viabilidad de implementar un gemelo digital que, utilizando datos de sensores, elimine la necesidad de inferencia bayesiana para determinar la función de densidad de probabilidad (FDP) del modelo. A diferencia del método PCE, el Kriging puede manejar datos dispersos sin requerir una FDP, lo que permite calcular intervalos de confianza a partir de los datos de los sensores.

Finalmente, la implementación de esta estrategia en sistemas dinámicos no lineales con múltiples grados de libertad y entradas promete ser una línea de investigación de gran relevancia en el futuro, con aplicaciones en áreas como la robótica, los sistemas de suspensión de vehículos, la transmisión de potencia, las vibraciones estructurales y el control de procesos industriales.

Agradecimiento

El trabajo ha sido financiado por la subvención PID2022-136468OB-I00], otorgada por el Ministerio de Ciencia e Innovación (MCIN) y la Agencia Estatal de Investigación (AEI), con la referencia 10.13039/501100011033, así como por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER), dentro del programa "Una manera de hacer Europa".

6. Referencias

- [1] Pi, D., Dong, H., Zhuang, W., Li, Z., Song, Z., "Automotive platoon energy-saving: A review", Renewable and Sustainable Energy Reviews 179, 113268 (2023). doi: 10.1016/j.rser.2023.113268.
- [2] Wang, J., Lu, L., Peeta, S., "Real-time deployable and robust cooperative control strategy for a platoon of connected and autonomous vehicles by factoring uncertain vehicle dynamics", Transportation Research Part B: Methodological 163, 88-118 (2022). doi: 10.1016/j.trb.2022.06.012.
- [3] Ma, G., Wang, B., Ge, S. S., "Robust optimal control of connected and automated vehicle platoons through improved particle swarm optimization", Transportation Research Part C: Emerging Technologies 135, 103488 (2022). doi:10.1016/j.trc.2021.103488.
- [4] Zhao, R., Liu, G., Wang, G., Zhao, J., "Distributed event-triggered adaptive robust platoon control of connected vehicles with uncertainties subject to invalid communication", Nonlinear Dynamics 111(20), 19187-19207 (2023). doi:10.1007/s11071-023-08872-2.

- [5] Feng, J., He, L., Wang, Y., Yang, J., Ren, H., “Backstepping method based controller design for third-order truck platoon robust to dynamic uncertainty and external disturbance”, *Journal of Mechanical Science and Technology* 37(3), 1433-1442 (2023). doi:10.1007/s12206-023-0229-8.
- [6] Chang, X., Li, H., Rong, J., Zhao, X., Li, A., “Analysis on traffic stability and capacity for mixed traffic flow with platoons of intelligent connected vehicles”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 557, 124829 (2020). doi:10.1016/j.physa.2020.124829.
- [7] Zhang, Y., Xu, Z., Wang, Z., Yao, X., Xu, Z., “Impacts of communication delay on vehicle platoon string stability and its compensation strategy: A review”, *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)* 10(4), 508-529 (2023). doi:10.1016/j.jtte.2023.04.004.
- [8] Zhou, Z., Li, L., Qu, X., Ran, B., “An autonomous platoon formation strategy to optimize CAV car-following stability under periodic disturbance”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 626, 129096 (2023). doi:10.1016/j.physa.2023.129096.
- [9] Luo, L., Liu, Y., Feng, Y., Liu, H. X., Ge, Y.-E., “Stabilizing traffic flow by autonomous vehicles: Stability analysis and implementation considerations”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 158, 104449 (2024). doi:10.1016/j.trc.2023.104449.
- [10] Choi, J., Chung, B. D., “Optimizing vehicle route, schedule, and platoon formation considering time-dependent traffic congestion”, *Computers & Industrial Engineering* 192, 110205 (2024). doi:10.1016/j.cie.2024.110205.
- [11] Li, H., et al., “Trustworthy Bayesian Deep Learning Framework for Uncertainty Quantification and Confidence Calibration: Application in Machinery Fault Diagnosis”, *Reliability Engineering & System Safety* 110657 (2024). doi:10.1016/j.ress.2024.110657.
- [12] Rathnakumar, R., Pang, Y., Liu, Y., “Epistemic and aleatoric uncertainty quantification for crack detection using a Bayesian Boundary Aware Convolutional Network”, *Reliability Engineering & System Safety* 109547 (2023). doi:10.1016/j.ress.2023.109547.
- [13] Smith, R. C., *Uncertainty quantification: theory, implementation, and applications*, SIAM, 2024. doi:10.1137/1.9781611973228.
- [14] Zheng, X., Yao, W., Zhang, X., Qian, W., Zhang, H., “Parameterized coefficient fine-tuning-based polynomial chaos expansion method for sphere-biconic reentry vehicle reliability analysis and design”, *Reliability Engineering & System Safety* 109568 (2023). doi:10.1016/j.ress.2023.109568.
- [15] Yan, W.-J., Zhan, J.-Z., Yuen, K.-V., Ren, W.-X., Papadimitriou, C., “PC-Kriging-powered parallelizing Bayesian updating for stochastic vehicle-track dynamical system with contact force measurements and Gaussian process discrepancy model”, *Engineering Structures* 318, 118578 (2024). doi:10.1016/j.engstruct.2024.118578.
- [16] Zheng, X., Yao, W., Gong, Z., Zhang, X., “Learnable quantile polynomial chaos expansion: An uncertainty quantification method for interval reliability analysis”, *Reliability Engineering & System Safety* 110036 (2024). doi:10.1016/j.engstruct.2024.118578.
- [17] Sun, J., Zheng, Z., Sun, J., “The relationship between car following string instability and traffic oscillations in finite-sized platoons and its use in easing congestion via connected and automated vehicles with IDM-based controller”, *Transportation Research Part B: Methodological* 142, 58-83 (2020). doi:10.1016/j.trb.2020.10.004.
- [18] Chen, J., Chen, Z., Jiang, W., Guo, H., Chen, L., “A reliability-based design optimization strategy using quantile surrogates by improved PC-kriging”, *Reliability Engineering & System Safety* 110491 (2025). doi:10.1016/j.ress.2024.110491.
- [19] Bhattacharyya, B., Jacquelin, E., & Brizard, D., “Uncertainty quantification of nonlinear stochastic dynamic problem using a Kriging-NARX surrogate model”, *Proceedings of the 3rd International Conference on Uncertainty Quantification in Computational Sciences and Engineering, ECCOMAS*, pp. 34–46, 2019. doi:10.7712/120219.6323.18455. doi:10.7712/120219.6323.18455.
- [20] Gao, X., Hou, H., Huang, L., Yu, G., Chen, C., “Evaluation of Kriging-NARX modeling for uncertainty quantification of nonlinear SDOF systems with degradation”, *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 21(04), 2150060 (2021). doi:10.1142/S0219455421500607.
- [21] Chen, C., Gao, X., Yu, G., Xu, W., Naing, W., “Time history response prediction of stochastic SDOF structures through Kriging-NARX modeling and adaptive real-time hybrid simulation”, *Structures, Elsevier*, 65, 106674 (2024). doi:10.1016/j.istruc.2024.106674.

- [22] Stamenov, D., Abbiati, G., Sauder, T., “Data-driven modeling of low-frequency hydrodynamic loads”, *Journal of Physics: Conference Series* 2875(1), 012043 (Nov. 2024). doi: 10.1088/1742-6596/2875/1/012043.
- [23] Viadero-Monasterio, F., Meléndez-Useros, M., Jiménez-Salas, M., Boada, B. L., Boada, M. J. L., “What are the most influential factors in a vehicle platoon?”, 2024 IEEE International Conference on Evolving and Adaptive Intelligent Systems (EAIS), 1-7 (2024). doi: 10.1109/EAIS58494.2024.10569102. doi:10.1109/EAIS58494.2024.10569102.
- [24] Yu, W., Ngoduy, D., Hua, X., Wang, W., “On the stability of a heterogeneous platoon-based traffic system with multiple anticipations in the presence of connected and automated vehicles”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 157, 104389 (2023). doi: 10.1016/j.trc.2023.104389.
- [25] Viadero-Monasterio, F., Gutiérrez-Moizant, R., Meléndez-Useros, M., Boada, M. J. L., “Static output feedback control for vehicle platoons with robustness to mass uncertainty”, *Electronics* 14(1), 139 (2025). doi: 10.3390/electronics14010139. doi: 10.3390/electronics14010139.
- [26] Li, L. M., & Billings, S. A. Discrete Time Subharmonic Modelling and Analysis: Part 1 MISO NARX Modelling. Research Report. ACSE Research Report 864. Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield (2004).
- [27] Xiaoshu, G., Cheng, C., Hetao, H., Shenghu, J., “Response prediction using the PC-NARX model for SDOF systems with degradation and parametric uncertainties”, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 21(2), 325-340 (2022). doi: 10.1007/s11803-022-2091-6.
- [28] E. Abdul Jaleel, K. Aparna, “Identification of realistic distillation using hybrid particle swarm optimization and NARX based artificial neural network”, *Evolving Systems* 10, 149-166 (2019). doi:10.1007/s12530-018-9220-5.
- [29] Iman, R. L., “Latin hypercube sampling”, John Wiley & Sons, Ltd. (2008).
- [30] Efron, B., Hastie, T., Johnstone, I., Tibshirani, R., “Least Angle Regression”, *The Annals of Statistics* 32(2), 407-451 (2004).
- [31] Lataniotis, C., Wicaksono, D., Marelli, S., Sudret, B., “UQLab user manual - Kriging (Gaussian process modeling)”, Chair of Risk, Safety and Uncertainty Quantification, ETH Zurich, Switzerland, report UQLab-V2.1-105 (2024).