



Control de seguimiento de trayectoria durante maniobras evasivas de un vehículo usando MPC-offline y vectorización de par

M. Jiménez-Salas, M. Meléndez Useros, F. Viadero-Monasterio, M.J.L. Boada, B.L. Boada

Departamento de Ingeniería Mecánica, Advanced Vehicle Dynamics and Mechatronics Systems, manuejim@ing.uc3m.es, mmelende@ing.uc3m.es, fviadero@ing.uc3m.es, miboada@ing.uc3m.es, bboada@ing.uc3m.es.

El desarrollo de sistemas de automatización de la conducción ha aumentado considerablemente en los últimos años, buscando soluciones enfocadas principalmente en reducir el número y la gravedad de los accidentes de tráfico y disminuir el impacto medioambiental en el sector del transporte. Uno de los aspectos que más afectan al comportamiento del vehículo es cómo se realiza el control longitudinal y lateral del mismo para realizar el seguimiento de una trayectoria preplanificada. La mayoría de trabajos en este ámbito se enfocan en el diseño de controladores que trabajan en condiciones normales de conducción. Sin embargo, en el caso de situaciones de emergencia como maniobras evasivas, es necesario tener en cuenta la alta no-linealidad y el acoplamiento de las dinámicas longitudinal y lateral del vehículo, lo que transforma el problema de control en un reto complejo.

El control predictivo basado en modelo, o “Model Predictive Control” (MPC), es una de las estrategias de control más usadas para el seguimiento de trayectoria de vehículos. Sin embargo, a medida que se requiere mayor fiabilidad en situaciones de conducción críticas, la complejidad de los modelos de vehículo aumenta junto con el tiempo de procesamiento “online”. Esto último puede comprometer la seguridad del vehículo en situaciones donde se requiere una respuesta muy rápida del controlador. Además, en maniobras evasivas de emergencia el vehículo se mueve cerca del límite de la estabilidad. Las acciones de control que se aplican en cada momento (giro de volante y par total aplicado en las ruedas) deben asegurar el mínimo error de seguimiento a la vez que se mantiene el vehículo dentro del límite de adherencia.

En vista de las anteriores razones, se propone el diseño de un controlador MPC “offline” de seguimiento de trayectoria con vectorización de par para su aplicación en maniobras evasivas de emergencia. La estabilidad del sistema en bucle cerrado se ha asegurado mediante un análisis de estabilidad usando funciones de Lyapunov y basado en la teoría de las elipses robustamente invariantes, obteniendo ganancias de control para un amplio rango de estados del vehículo. En tiempo real, el control se realiza en dos etapas. En primer lugar, se lleva a cabo una programación de ganancias en función de las mediciones y estimaciones de los estados del vehículo para generar el giro de las ruedas delanteras y el par necesarios para seguir la trayectoria y la velocidad de referencia. En la segunda etapa, se calcula el momento de guiñada necesario para reducir el error con la trayectoria de referencia sin que el vehículo sobrepase el límite de manejo mediante un control combinado de la velocidad de guiñada y el ángulo de deriva del vehículo. Por último, el par total calculado en la primera etapa se distribuye entre las cuatro ruedas para generar el momento de guiñada deseado. Se han realizado simulaciones en el software de simulación de dinámica vehicular Carsim donde se ha podido comprobar la superioridad del sistema de control propuesto en maniobras evasivas (doble cambio de carril) con asfalto húmedo frente a un control de seguimiento de trayectoria sin vectorización de par.

1. Introducción

El desarrollo de sistemas de automatización de la conducción ha experimentado un notable incremento en los últimos años, enfocándose primordialmente en la reducción del número y la gravedad de los accidentes de tráfico, así como en la disminución del impacto medioambiental en el sector del transporte. Uno de los aspectos que mayormente incide en el comportamiento del vehículo es la manera en que se lleva a cabo el control longitudinal y lateral del mismo para la realización del seguimiento de una trayectoria preplanificada. La mayor parte de las investigaciones en este campo se centran en el diseño de controladores que operan en condiciones normales de conducción [1]. No obstante, en situaciones de emergencia, tales como maniobras evasivas, es preciso considerar la alta no linealidad y el acoplamiento de las dinámicas longitudinal y lateral del vehículo [2], lo que convierte el problema de control en un desafío complejo.

En el ámbito de la ingeniería mecánica y la automatización de vehículos, se emplean diversas estrategias de control para la supervisión de la trayectoria de dichos vehículos. Entre las más comunes se destacan el control robusto y el control óptimo. El primer método se distingue por diseñar las ganancias de control considerando el efecto de las perturbaciones externas y del sistema en la salida controlada [3]. En la literatura existente, uno de los métodos más empleados es el control H-infinito, que requiere la resolución de un problema de minimización basado en desigualdades matriciales lineales (LMI) [4,5]. Este último se aborda de manera offline. Por otro lado, el control óptimo busca identificar la señal de control que optimiza una función de coste que caracteriza el comportamiento deseado del vehículo. Dos ejemplos destacados del control óptimo aplicado al seguimiento de trayectoria son el regulador cuadrático lineal (LQR) [6] y el control predictivo basado en modelo (MPC), siendo este último una de las estrategias de control más utilizadas para el seguimiento de la trayectoria de los vehículos [7,8]. No obstante, a medida que se requiere una mayor fiabilidad en situaciones de conducción críticas, la complejidad de los modelos de vehículo aumenta junto con el tiempo de procesamiento “online”. En este sentido, se evidencia un incremento en la complejidad de los modelos de vehículo, lo cual puede comprometer la seguridad del vehículo en situaciones que demandan una respuesta rápida por parte del controlador [9]. En particular, durante maniobras evasivas de emergencia, el vehículo se desplaza cerca del límite de estabilidad. En consecuencia, las acciones de control que se implementan en tiempo real, tales como la dirección de giro y el par aplicado a las ruedas, deben garantizar la precisión en el seguimiento de la trayectoria, al tiempo que se mantiene el vehículo dentro de los límites de adherencia.

En los últimos años, el campo de la investigación en el ámbito del control lateral del vehículo ha experimentado un notable progreso, mediante la implementación de técnicas avanzadas como la frenada diferencial o la vectorización de par [10]. Estos métodos han demostrado generar un momento de guiñada en el vehículo, mediante la aplicación estratégica de par asimétrico entre las ruedas tractoras [11]. Este desarrollo tiene como objetivo principal mejorar la maniobrabilidad del vehículo en diversas situaciones de conducción. Sin embargo, es crucial considerar la dinámica del vehículo, ya que los neumáticos suelen encontrarse en el límite de adherencia, lo que puede comprometer la estabilidad del vehículo si el control no se realiza de manera efectiva. En este sentido, el comportamiento sobrevirador o subvirador del vehículo en ciertas situaciones puede ser beneficioso para el seguimiento de la trayectoria, siempre y cuando se mantenga dentro de los límites de estabilidad [12].

En consideración a los motivos previamente expuestos, se plantea el diseño de un controlador MPC “offline” de seguimiento de trayectoria con vectorización de par, destinado a su implementación en maniobras evasivas de emergencia. La estabilidad del sistema en bucle cerrado ha sido garantizada mediante un análisis de estabilidad fundamentado en funciones de Lyapunov y sustentado en la teoría de las elipses robustamente invariantes [13], resultando en la obtención de ganancias de control para un amplio espectro de estados del vehículo. En tiempo real, el control se lleva a cabo en dos etapas. En primer lugar, se implementa una programación de ganancias basada en mediciones y estimaciones de los estados del vehículo para generar el giro de las ruedas delanteras y el par necesarios para seguir la trayectoria y la velocidad de referencia. En la segunda etapa, se determina el momento de guiñada requerido para minimizar la desviación respecto a la trayectoria de referencia, garantizando que el vehículo no exceda los límites de manejo, mediante una combinación de control de la velocidad de guiñada y el ángulo de deriva del vehículo. Por último, el par total calculado en la primera etapa se distribuye entre las cuatro ruedas para generar el momento de guiñada deseado. Se han realizado simulaciones en el software de simulación de dinámica vehicular Carsim, en las cuales se ha comprobado la superioridad del sistema de control propuesto en maniobras evasivas (doble cambio de carril) con asfalto húmedo frente a un control de seguimiento de trayectoria sin vectorización de par.

2. Planteamiento del problema

En esta sección se presenta el modelo de vehículo utilizado para el diseño del controlador, así como la formulación del problema a resolver y las especificaciones de diseño del control.

2.1 Modelo de vehículo

Para el diseño del controlador se utiliza el conocido modelo de bicicleta o “bicycle model”, que modela la dinámica lateral del vehículo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} m(\dot{v}_y + rv_x) &= F_{xf} \sin \delta + F_{yf} \cos \delta + F_{yr} + f_w \\ I_z \dot{r} &= l_f (F_{xf} \sin \delta + F_{yf} \cos \delta) - l_r F_{yr} + l_w f_w \end{aligned} \quad (1)$$

donde v_x es la velocidad longitudinal del vehículo, r es la velocidad de guiñada, v_y es la velocidad lateral y δ es el ángulo de dirección de las ruedas delanteras. Las fuerzas longitudinales de tracción F_{xf} y las fuerzas laterales F_{yf} y F_{yr} son generadas por la interacción neumático-calzada. Esta interacción puede describirse con modelos empíricos como el de Pacejka o modelos basados en la física del contacto como el modelo Brush. Sin embargo, el uso de estos modelos en el diseño del controlador puede inducir desafíos importantes en el diseño del mismo. Para facilitar la matemática del problema, se asumen ángulos de deriva pequeños y variación lenta de la velocidad longitudinal del vehículo. De esta forma, se puede relacionar linealmente las fuerzas laterales en los neumáticos con los ángulos de deriva de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} F_{yf} &= 2C_f \alpha_f = 2C_f \left(\frac{v_y + l_f r}{v_x} - \delta \right) \\ F_{yr} &= 2C_r \alpha_r = 2C_r \left(\frac{v_y - l_r r}{v_x} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

donde α_f y α_r son los ángulos de deriva de las ruedas delanteras y traseras, respectivamente. Combinando (1) y (2) se obtienen las dos ecuaciones que describen la dinámica lateral del vehículo:

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \frac{-2(C_r + C_f)}{mv_x} + \left(\frac{2(l_r C_r - l_f C_f)}{mv_x^2} - 1 \right) r + \frac{2C_f}{mv_x} \\ \dot{r} &= \frac{2(l_r C_r + l_f C_f)}{I_z} \beta - \frac{2(l_r^2 C_r + l_f^2 C_f)}{I_z v_x} r + \frac{2l_f C_f}{I_z} \end{aligned} \quad (3)$$

donde $v_y = v_x \beta$ considerando la hipótesis de ángulos pequeños.

La posición del vehículo relativa a la trayectoria de referencia viene dada por el error de seguimiento lateral y_e medido a una distancia de anticipación l_s y el error de orientación ψ_e , cuya se describe como:

$$\begin{aligned} \dot{y}_e &= v_x \beta + l_s r + v_x \psi_e \\ \dot{\psi}_e &= r - v_x \rho_r \end{aligned} \quad (4)$$

donde ρ_r es la curvatura de la trayectoria. Para conseguir un seguimiento adecuado y una respuesta de control suave, se define una distancia de anticipación variable con el tiempo y dependiente de la velocidad longitudinal del vehículo:

$$l_s(v_x) = av_x + b \quad (5)$$

donde los parámetros $a = 0.36$ s y $b = 5$ m han sido escogidos siguiendo una proceso experimental [3].

La dinámica longitudinal del vehículo viene dada por la siguiente ecuación:

$$m(\dot{v}_x - rv_y) = F_{xf} \cos \delta - F_{yf} \sin \delta + F_{xr} \quad (6)$$

Bajo la hipótesis de pequeños ángulos, la dinámica rotacional de la rueda se describe como:

$$I_w \dot{\omega}_i = T_i - R_{eff} F_{xi} \quad (7)$$

donde $\dot{\omega}_i$ es la aceleración angular de la i -ésima rueda, T_i es el par total en la i -ésima rueda y F_{xi} es la fuerza longitudinal en la i -ésima rueda. Sustituyendo (6) en (5) y definiendo el error de seguimiento de velocidad como $v_{xe} = v_x - v_{xr}$, donde v_{xr} es la velocidad de referencia, se puede describir la dinámica del error de velocidad como:

$$\dot{v}_{xe} = v_x r \beta + \frac{T_{fr} + T_{fl}}{mR_{eff}} - \frac{4I_w}{mR_{eff}^2} v_x r \quad (8)$$

Para facilitar el diseño del controlador, las ecuaciones (3), (4) y (8) que describen las dinámicas longitudinal y lateral del vehículo y del seguimiento de trayectoria se pueden representar como un sistema en espacio de estados de la manera siguiente:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) + D_c w(t) \quad (9)$$

donde $x(t) = [\beta \ r \ \psi_e \ y_e \ v_{xe}]^T$ es el vector de estados del sistema, $w(t) = \rho_r$ es el vector de perturbaciones del sistema y $u(t) = [\delta \ T]^T$ es el vector de entradas de control. Las matrices del sistema vienen dadas por las ecuaciones (3), (4) y (8):

$$A_c = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_x & l_s & v_x & 0 & 0 \\ v_x r & a_{52} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{52} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$D_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -v_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{-2(C_r + C_f)}{mv_x}, & a_{12} &= \frac{2(l_r C_r - l_f C_f)}{mv_x^2} - 1, & a_{21} &= \frac{2(l_r C_r - l_f C_f)}{I_z}, \\ a_{22} &= -\frac{2(l_r^2 C_r + l_f^2 C_f)}{I_z v_x}, & a_{52} &= -\frac{4I_w}{mR_{eff}^2} v_x, & b_{11} &= \frac{2C_f}{mv_x}, & b_{21} &= \frac{2l_f C_f}{I_z}, & b_{52} &= \frac{1}{mR_{eff}} \end{aligned} \quad (11)$$

Todos los estados que forman el vector $x(t)$ pueden ser fácilmente medibles con sensores relativamente comunes y baratos, salvo por el ángulo de deriva del vehículo β . Por ello, se define el vector de medidas del sistema como $y(t) = [r \ \psi_e \ y_e \ v_{xe}]^T$ o:

$$y(t) = Cx(t), \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Para facilitar la implementación en el vehículo, el controlador se diseña en tiempo discreto. Para ello, se utiliza la discretización de Euler para obtener la versión en tiempo discreto del sistema (9):

$$\dot{x}(t) \approx \frac{x_{k+1} - x_k}{T_e} \quad (13)$$

con $T_e = 0.01$ s. El sistema en espacio de estados (9) se expresa en tiempo discreto como sigue:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A(\rho_k)x_k + B(\rho_k)u_k + D(\rho_k)w_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (14)$$

y las matrices del sistema vienen dadas por:

$$A = I + T_e A_c, \quad B = T_e B_c, \quad D = T_e D_c \quad (15)$$

Como puede verse en la ecuación (14), las matrices del sistema dependen de dos parámetros que varían con el tiempo, como son la velocidad longitudinal del vehículo v_x y la velocidad de guiñada r . Esto genera una dinámica

no lineal en el sistema que debe ser tratada para poder diseñar el controlador. Por ello, se convierte el sistema anterior en un sistema politópico de parámetros linealmente dependientes con el tiempo (*LPV polytopic system*), tomando como vector variante con el tiempo $\rho_k = [\rho_1 \ \rho_2]^T$, con $\rho_1 = f(v_x)$ y $\rho_2 = v_x r$, pudiéndose acotar ambos parámetros superior e inferiormente. El modelo de vehículo puede representarse finalmente como una suma de sistemas lineales gracias a la representación politópica:

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^4 h_i(\rho_k)(A_i x_k + B_i u_k + D_i w_k) \quad (16)$$

donde $h_i(\rho_k)$ es una función de peso que satisface $0 \leq h_i(\rho_k) \leq 1$ y $\sum_{i=1}^4 h_i = 1$.

2.2 Objetivos de control

El objetivo en este trabajo es diseñar un controlador MPC “offline” de seguimiento de trayectoria utilizando una misma ley de control para controlar la dinámica longitudinal y lateral del vehículo, bajo las siguientes especificaciones:

- En la primera etapa, el controlador debe generar como entradas de control el ángulo de giro de las ruedas delanteras y el par de tracción o frenada de las ruedas tractoras.
- En la segunda etapa, tomando como entrada las señales de control de la primera etapa, se realiza un control combinado del ángulo de deriva y la velocidad de guiñada para calcular la distribución de par a las cuatro ruedas del vehículo que minimiza el error de seguimiento sin perder la estabilidad.
- Se deben tener en cuenta restricciones físicas en la dinámica de los actuadores para evitar señales de control irreales generadas por el controlador.
- La señal de control debe generarse únicamente con información de sensores disponibles en vehículos de producción.
- La mayor parte de la computación para calcular las señales de control se debe realizar offline para reducir la carga computacional en el vehículo y facilitar la implementación en tiempo real.
- La estabilidad del sistema debe ser garantizada a través de la teoría de estabilidad de Lyapunov.

3. Diseño del controlador MPC “offline” para seguimiento de trayectoria

En esta sección se presenta el diseño del controlador MPC “offline” para seguimiento de trayectoria de un vehículo automatizado. Primero, se presenta el problema de optimización que, en definitiva, se reduce a un problema de desigualdades matriciales lineales (LMI’s) por el cual se obtienen de forma “offline” las ganancias de control que satisfacen los objetivos de diseño. Posteriormente, se muestra el proceso “online” de programación de ganancias en base a las previamente calculadas.

3.1 Diseño del controlador MPC offline con saturaciones en las entradas

La dinámica del sistema en bucle cerrado se define como

$$\hat{x}_{k+1} = A(\rho_k)\hat{x}_k + B(\rho_k)u_k + L(\rho_k)C e_k \quad (17)$$

donde \hat{x}_{k+1} es la estimación de los estados del vehículo y $e_k = x_k - \hat{x}_k$ es el error de estimación.

Utilizando una ley de control de la forma:

$$u_k = K(\rho_k)\hat{x}_k \quad (18)$$

el sistema en bucle cerrado puede reescribirse como

$$\hat{x}_{k+1} = A(\rho_k)\hat{x}_k + B(\rho_k)K\hat{x}_k + L(\rho_k)C e_k \quad (19)$$

Se considera el siguiente problema de optimización, que minimiza la función de coste de horizonte infinito J para el peor escenario:

$$\min_{u_k} \max J^\infty \quad (20)$$

donde

$$J^\infty = \sum_{k=0}^{\infty} [x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k] \quad (21)$$

con las matrices de pesos $Q > 0, R > 0$, dado el sistema (14) sujeto a la siguiente restricción en la entrada de control:

$$|u_{k(m)}| = u_{\max(m)}, \quad \forall m \in \Omega_{n_u} \quad (22)$$

donde $u_{\max(m)}$ es el valor máximo de la m -ésima entrada de control.

Como se ha comentado previamente, para reducir la carga computacional en el vehículo y facilitar la implementación en tiempo real se decide adoptar una estrategia “offline” para el cálculo de las ganancias de realimentación. En concreto, se sigue una estrategia de control MPC “offline” inspirada en la presentada en [13], basada en el uso de las elipsoides asintóticamente robustas. Con esta estrategia, se asegura la estabilidad del sistema en bucle cerrado para un número dado de elipsoides anidadas en el espacio de estados. Estas elipsoides se generan partiendo de un número i de estados iniciales (x_0), conteniendo la primera de ellas a todas las demás en el espacio de estados y siguiendo una contracción de razón logarítmica.

En este trabajo se asume que el estado inicial del sistema se encuentra en la siguiente elipsoide:

$$\varepsilon_0(P(\rho_k), \gamma_0) = \{x_0 \in \mathfrak{R}^{n_x} | x_0^T P(\rho_k) x_0 \leq \gamma_0\} \quad (23)$$

donde $P(\rho_k) = P(\rho_k)^T > 0$ es la matriz de diseño de la función de Lyapunov utilizada para asegurar la estabilidad del sistema:

$$V_k(x_k, e_k) = x_k^T G^{-T} P_1(\rho_k) G^{-1} x_k + e_k^T G^{-T} P_2(\rho_k) G^{-1} e_k \quad (24)$$

donde $G = G^T$.

Toda trayectoria en bucle cerrado que empiece dentro del set ε_0 estará confinada dentro de esa misma elipsoide si se satisface la siguiente condición de Lyapunov:

$$V_{k+1} - V_k + x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k < 0, \quad \forall x_0 \in \varepsilon_0 \quad (25)$$

Además, siguiendo la condición de elipsoide invariante, se define un límite superior a la función de coste:

$$J_k^\infty < V_0 < \gamma_0 \quad (26)$$

lo que deriva en:

$$\gamma_0 - x_0^T G^{-T} P_1(\rho_k) G^{-1} x_0 > 0 \quad (27)$$

Dado el sistema politópico (19), el Teorema 1 provee las condiciones suficientes para diseñar el controlador basado en MPC con saturaciones en las entradas.

Teorema 1. Para el sistema (19), las matrices de realimentación K_j y L_j que minimizan el límite superior θ en el peor escenario de la función de coste MPC J^∞ se obtienen de la solución del siguiente problema de optimización si existen matrices $P_{1j} \in \mathbb{R}^{n_x n}$, $P_{2j} \in \mathbb{R}^{n_x n}$, $P_{1l} \in \mathbb{R}^{n_x n}$, $P_{2l} \in \mathbb{R}^{n_x n}$, matriz simétrica $G \in \mathbb{R}^{n_x n}$, y matrices $M_j \in \mathbb{R}^{n_x n}$, $L_j \in \mathbb{R}^{n_x n}$:

$$\min_{P_{1j}, P_{2j}, P_{1l}, P_{2l}, G, M_j, L_j} \theta \quad \text{sujeto a} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \theta & * \\ x_0 & G + G^T - P_{1j} \end{bmatrix} > 0$$

$$\begin{bmatrix} -P_{1j} & * \\ M_j(m) & -\frac{u_{\max(m)}^2}{\gamma} I \end{bmatrix} < 0, \quad \forall j \in \Omega_j, \forall m \in \Omega_{n_u} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} P_{1j} & * & * & * & * & * & * \\ QG & Q & * & * & * & * & * \\ RM_j & 0 & R & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & P_{2j} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & RM_j & R & * & * \\ A_iG + BM_j & 0 & 0 & B_iM_j & 0 & G + G^T - P_{1i} & * \\ 0 & 0 & 0 & A_iG + L_jCG & 0 & 0 & G + G^T - P_{2i} \end{bmatrix} > 0 \quad (30)$$

donde las ganancias de control K_j vienen dadas por $K_j = M_j G^{-1}$. Las condiciones (28)-(30) garantizan la invarianza robusta del conjunto \mathcal{E}_0 con respecto al sistema en bucle cerrado (19). La demostración sigue un proceso similar al descrito en [13].

El Teorema 1 se aplica para cada elemento del conjunto o set de estados iniciales x_0^{set} para obtener las soluciones (ganancias de realimentación) correspondientes a cada región elipsoidal del espacio de estados. Estas soluciones se guardan en una tabla de búsqueda que se usará en el procedimiento online de programación de ganancias. En la siguiente sección, se explica el proceso “online” de programación de ganancias para generar la ley de control correspondiente en cada instante de tiempo.

3.2 Cálculo “online” de las ganancias de realimentación

En tiempo real, en cada instante de tiempo k , se miden los parámetros dependientes del tiempo y se obtienen las estimaciones de los estados del vehículo. Con esta información, se calcula la expresión $\hat{x}_k ((G^n)^{-T} P_{1j}^n (G^n)^{-1}) \hat{x}_k$ para todas las matrices P_{1j}^n y G^n correspondientes a cada una de las regiones elipsoidales en la tabla de búsqueda. Posteriormente, se busca en la tabla la región elipsoidal más pequeña que contiene a la región calculada con la información de los estados del vehículo para elegir las ganancias de control más adecuadas.

Sin embargo, la secuencia de ganancias de control K_j calculadas “offline” es constante entre dos elipsoides adyacentes. Para abordar esta discontinuidad, se propone un algoritmo para aportar un conjunto continuo de ganancias de control sobre todo el espacio de estado, aplicando una ley de control de la forma:

$$u_k = (\theta^n K_j^n + (1 - \theta^n) K_j^{n+1}) \hat{x}_k \quad (31)$$

donde θ^n es un parámetro de ponderación cuyo valor se calcula con la siguiente expresión:

$$\hat{x}_k (\theta^n (G^n)^{-T} P_{1j}^n (G^n)^{-1} + (1 - \theta^n) (G^{n+1})^{-T} P_{1j}^{n+1} (G^{n+1})^{-1}) \hat{x}_k = 1 \quad (32)$$

La ley de control (31) se define entre las elipsoides ε^n y ε^{n+1} para garantizar que los estados del sistema se mantienen en ε^n y convergen a ε^{n+1} . Si $n = n_{max}$, la ley de control

$$u_k = K_j^{n_{max}} \hat{x}_k \quad (33)$$

se aplica para asegurar que los estados se mantienen en $\varepsilon^{n_{max}}$ y converjan al origen.

4. Vectorización de par

Una vez aplicada la ley de control (31) o (33) entrando con los estados observados en la tabla de búsqueda de ganancias de control calculadas online, se obtienen las señales de ángulo de dirección de las ruedas delanteras δ y el par total T que se debe aplicar a las ruedas para conseguir los objetivos de seguimiento de trayectoria y velocidad. Distribuir el par de tracción o frenada entre las 4 ruedas de manera desigual puede ayudar a mejorar la maniobrabilidad del vehículo, generándose un momento de guiñada gracias a la diferencia de par transmitido a las ruedas de un lado y otro del vehículo.

Esta estrategia se denomina vectorización de par, y en este trabajo se propone aplicar un controlador que, habiendo calculado una velocidad de guiñada de referencia en función del ángulo de dirección calculado en la etapa anterior, la aceleración lateral y el ángulo de deriva del vehículo y algunos parámetros de ajuste, genera el momento de guiñada deseado para ayudar a girar el vehículo hacia la trayectoria de referencia. Una vez se tiene este momento de guiñada, se realiza la distribución del par T a las ruedas tractoras para que apliquen este momento al vehículo.

La velocidad de guiñada de referencia se calcula siguiendo el método propuesto en [14]:

$$r_{ref} = r_h - F(r_h - r_s) \quad (34)$$

donde r_h es la velocidad de guiñada calculada en base a requisitos de maniobrabilidad:

$$r_h = \frac{v_x}{l(Kv_x^2 + 1)} \delta \quad (35)$$

donde K es el coeficiente de viraje, que puede usarse como parámetro de ajuste para provocar un comportamiento subvirador o sobrevirador en el vehículo. La velocidad de guiñada de estabilidad r_s , representa la velocidad de guiñada alcanzable en las condiciones de fricción actuales:

$$r_s = \begin{cases} r_h & \text{si } |r_h| < \left(\frac{a_y - \text{sgn}(a_y)\Delta a_y}{v_x} \right) \\ \left| \frac{a_y - \text{sgn}(a_y)\Delta a_y}{v_x} \right| \text{sgn}(r_h) & \text{si } |r_h| \geq \left(\frac{a_y - \text{sgn}(a_y)\Delta a_y}{v_x} \right) \end{cases} \quad (36)$$

El factor F se define como:

$$F = \begin{cases} 0 & \text{si } |\beta| < \beta_{act} \\ k_1 \frac{|\beta| - \beta_{act}}{\beta_{th} - \beta_{act}} & \text{si } \beta_{act} \leq |\beta| \leq \beta_{th} \\ k_2 & \text{si } |\beta| > \beta_{th} \end{cases} \quad (37)$$

y k_1, k_2 y Δa_y son parámetros de ajuste positivos. Los parámetros β_{act} y β_{th} son un umbral de activación y un límite superior, respectivamente. Si $|\beta| < \beta_{act}$, no se realiza una corrección de la velocidad de guiñada de referencia en base al ángulo de deriva.

Dada la velocidad de guiñada de referencia r_{ref} y la velocidad de guiñada medida en el vehículo r , el momento de guiñada deseado $M_{z_{ref}}$ se obtiene a través de un controlador Proporcional-Integral (PI) que permite una implementación sencilla y tiene un efecto residual en la carga computacional total. Finalmente, el par total se distribuye a un lado y otro del vehículo a través de la siguiente ecuación:

$$T_l = \frac{0.5T - (M_{z_{ref}}R_{eff})}{d} \quad (38)$$

$$T_d = \frac{0.5T + (M_{z_{ref}}R_{eff})}{d} \quad (39)$$

donde T_l y T_d son el par distribuido a las ruedas del lado izquierdo y derecho del vehículo, respectivamente.

5. Resultados de simulaciones

Para validar el comportamiento de la estrategia de control propuesta, se han realizado simulaciones en el software de simulación de dinámica vehicular Carsim, en el cual se implementa un modelo de vehículo de alta fidelidad para recrear lo más fielmente posible el comportamiento dinámico del mismo. Se ha comparado el controlador propuesto (MPC “offline + Vect. Par) frente al mismo controlador MPC “offline” sin vectorización de par y frente a un controlador Stanley + PID para controlar la dinámica lateral y longitudinal, respectivamente.

Se ha evaluado la eficacia de los controladores al realizar una maniobra de Doble Cambio de Carril, la cual se asemeja a una maniobra evasiva de emergencia. La maniobra se realiza con un coeficiente de rozamiento entre neumático y calzada de $\mu = 0.25$, que simula un asfalto muy húmedo y resbaladizo. Además, durante la maniobra se impone una velocidad de referencia constante de 110 km/h para representar una situación en autovía.

En la Figura 1 se muestra una comparativa del error lateral de seguimiento para los tres controladores comentados anteriormente. Se puede ver como el controlador propuesto con vectorización de par es el que menos error lateral acumula durante toda la maniobra, seguido por el homólogo sin vectorización de par. La estrategia descentralizada, que utiliza un controlador Stanley para controlar la dinámica lateral y un controlador PID para la longitudinal, ofrece el peor desempeño en el seguimiento de trayectoria, perdiendo el control del vehículo en el primer cambio de carril y llegando a errores de 7.5 m durante la misma.

Para analizar el comportamiento lateral del vehículo, se muestra en la Figura 2 una comparativa de la aceleración lateral frente al tiempo durante la maniobra. Todos los controladores hacen que el vehículo sufra aceleraciones laterales máximas similares, dado que las condiciones del asfalto y velocidad de la maniobra son las mismas. Sin embargo, puede comprobarse que el controlador propuesto es el que menos tiempo mantiene valores altos de

aceleración lateral durante la maniobra, lo cual influye positivamente en el confort de los pasajeros a bordo del vehículo.

La mejora en seguimiento y comportamiento lateral del controlador propuesto frente a su homólogo sin vectorización de par puede explicarse analizando la Figura 3, donde se muestra el par de tracción y frenado (valores positivos y negativos) distribuidos a las ruedas tractoras por los tres controladores comparados. Para las dos estrategias sin vectorización de par, se distribuye de forma equitativa el par total calculado por el controlador. Sin embargo, para el controlador propuesto, se realiza un reparto entre las ruedas tractoras del lado derecho e izquierdo siguiendo el algoritmo descrito en la Sección 4. Puede observarse como al comienzo de la maniobra, cuando el vehículo comienza a girar hacia la derecha, el par distribuido al lado derecho supera al del lado izquierdo, generando así un momento de guiñada que se suma a la acción del sistema de dirección. Al realizar el segundo cambio de carril, esta distribución asimétrica del par se acentúa para ayudar al vehículo a recuperar la trayectoria de referencia. Gracias a esto el vehículo con el controlador propuesto es capaz de converger al error lateral nulo antes que las dos otras estrategias testeadas, lo cual reduce el peligro de accidente o pérdida de estabilidad durante la maniobra.

Por último, en la Figura 4 se muestra la secuencia temporal de la simulación en Carsim, donde se puede observar de forma más visual como los controladores centralizados MPC “offline” son capaces de realizar la maniobra evasiva sin perder el control del vehículo, siendo la opción con vectorización de par la que mejor sigue la trayectoria de referencia, mientras que el controlador Stanley+PID pierde la estabilidad lateral al comienzo de la maniobra y no es capaz de converger de vuelta a la trayectoria de referencia.

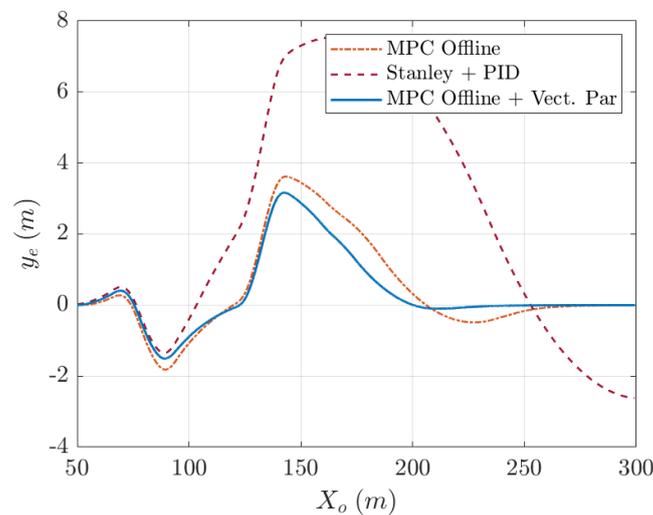


Figura 1: Comparativa del error lateral y_e frente a distancia longitudinal recorrida

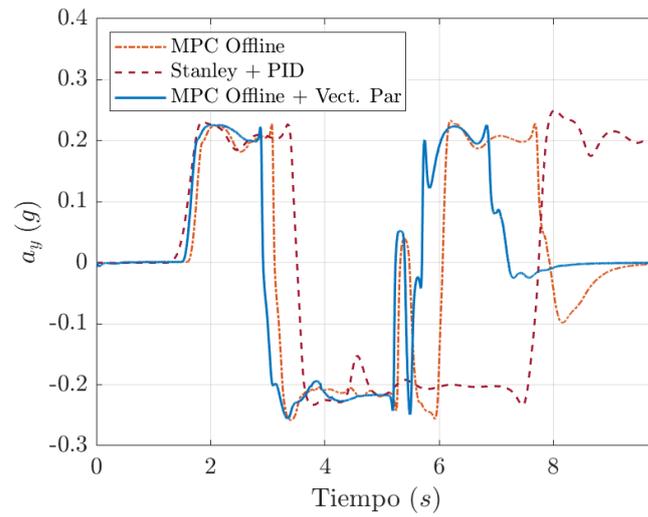


Figura 2: Comparativa de la aceleración lateral a_y frente al tiempo de simulación

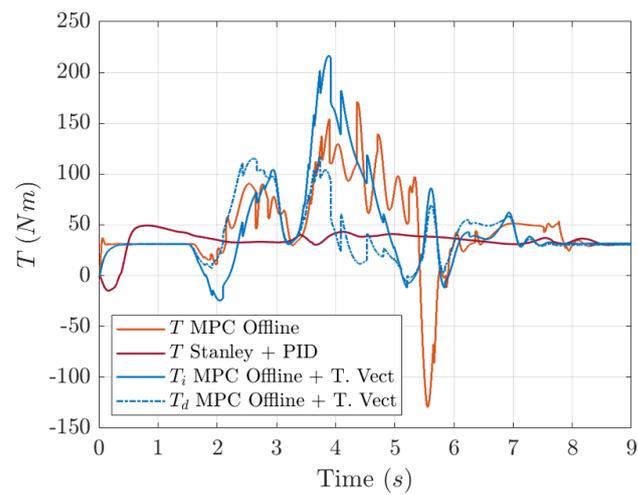


Figura 3: Comparativa del par distribuido a las ruedas tractoras frente al tiempo

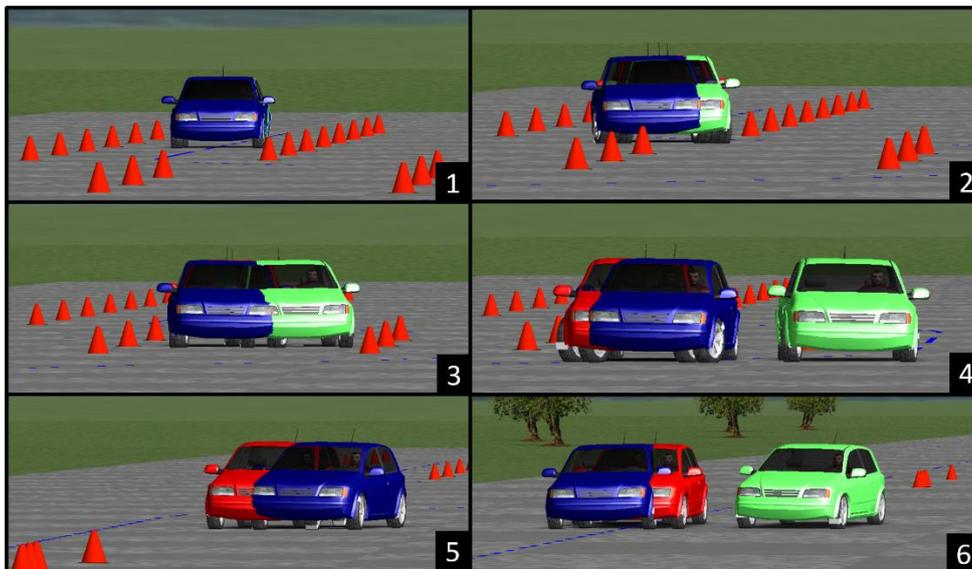


Figura 4: Secuencia temporal en simulación de la maniobra Doble Cambio de Carril a 110 km/h y $\mu = 0.25$ para el controlador MPC “offline” (azul), el controlador Stanley+PID (verde) y el controlador MPC “offline” con vectorización de par (rojo).

6. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se ha diseñado un controlador para seguimiento de trayectoria para un vehículo con automatización de la conducción basado en la estrategia MPC “offline” y con vectorización de par, enfocado a la aplicación en maniobras de emergencia evasivas a alta velocidad y asfalto de baja fricción. Mediante simulaciones conjuntas en el software de dinámica vehicular Carsim y Matlab, se ha evaluado el rendimiento del controlador propuesto y comparado con otro controlador “MPC” offline sin vectorización de par y un controlador Stanley descentralizado. Se ha podido comprobar la superioridad del controlador propuesto frente a las demás estrategias de control al mostrar el menor error lateral respecto a la trayectoria de referencia y minimizar la aceleración lateral acumulada durante la maniobra, mejorando de esta forma el seguimiento de trayectoria a la vez que se asegura la estabilidad del vehículo y se influye positivamente en el confort de los pasajeros.

De cara a optimizar el ajuste de parámetros en el controlador de vectorización de par, se propone como trabajo futuro aplicar una metodología de control con lógica difusa, la cual permita ajustar los parámetros del controlador en función de la dinámica del vehículo, la situación de conducción y el comportamiento que se quiera inducir en el mismo para realizar la maniobra evasiva.

7. Agradecimientos

Este trabajo es parte de la subvención PID2022-136468OB-I00 financiada por MICIU/AEI/10.13039/501100011033 y por ERDF, EU.

8. Referencias

- [1] Stano, Pietro, et al. "Model predictive path tracking control for automated road vehicles: A review." *Annual reviews in control* 55 (2023): 194-236.
- [2] Zha, Yunfei, et al. "A survey of intelligent driving vehicle trajectory tracking based on vehicle dynamics." *SAE International journal of vehicle dynamics, stability, and NVH* 7.10-07-02-0014 (2023): 221-248.
- [3] Viadero-Monasterio, Fernando, et al. "Event-triggered robust path tracking control considering roll stability under network-induced delays for autonomous vehicles." *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* (2023).
- [4] Chen, Yimin, Yuanxu Zhang, and Feihu Zhang. "Personalized path generation and robust H_∞ output-feedback path following control for automated vehicles considering driving styles." *IET Intelligent Transport Systems* 15.12 (2021): 1582-1595.

- [5] Wang, Hongbo, et al. "Multi-objective comprehensive control of trajectory tracking for four-in-wheel-motor drive electric vehicle with differential steering." *IEEE Access* 9 (2021): 62137-62154.
- [6] Qin, Zhaobo, et al. "A lateral and longitudinal dynamics control framework of autonomous vehicles based on multi-parameter joint estimation." *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 71.6 (2022): 5837-5852.
- [7] Zhang, Zhida, et al. "Cooperative strategy of trajectory tracking and stability control for 4WID autonomous vehicles under extreme conditions." *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 72.3 (2023): 3105-3118.
- [8] Zhai, Li, et al. "MPC-based integrated control of trajectory tracking and handling stability for intelligent driving vehicle driven by four hub motor." *IEEE transactions on vehicular technology* 71.3 (2022): 2668-2680.
- [9] Rego, Rosana CB, and Marcus VS Costa. "Offline output feedback robust anti-windup MPC-LPV using relaxed LMI optimization." *European Journal of Control* 69 (2023): 100719.
- [10] Asperti, Michele, Michele Vignati, and Edoardo Sabbioni. "On Torque Vectoring Control: Review and Comparison of State-of-the-Art Approaches." *Machines* 12.3 (2024): 160.
- [11] De Filippis, Giovanni, et al. "Energy-efficient torque-vectoring control of electric vehicles with multiple drivetrains." *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 67.6 (2018): 4702-4715.
- [12] Goggia, Tommaso, et al. "Integral sliding mode for the torque-vectoring control of fully electric vehicles: Theoretical design and experimental assessment." *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 64.5 (2014): 1701-1715.
- [13] Kothare, Mayuresh V., Venkataramanan Balakrishnan, and Manfred Morari. "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities." *Automatica* 32.10 (1996): 1361-1379.
- [14] Lenzo, Basilio. *Vehicle Dynamics*. Springer International Publishing, 2022.