



Comparativa del modelado 2D de engranajes por elementos finitos en software comercial y *open source*

A. Iñurritegui¹, I. Ulacia¹, J. Larrañaga¹, A. Arana¹

¹ Dpto. de Mecánica y Producción Industrial. Mondragon Unibertsitatea, Arrasate-Mondragón
ainurritegui@mondragon.edu, iulacia@mondragon.edu, jlarranaga@mondragon.edu, aarana@mondragon.edu

El análisis de engranajes mediante modelos de elementos finitos (FEM) se emplea cada vez más para optimizar parámetros geométricos y evaluar tensiones de contacto y en el pie. Sin embargo, no existe una guía común para la selección de software para este tipo de simulaciones. Los trabajos en la literatura suelen apoyarse principalmente en software comerciales como Abaqus, Ansys, Marc, etc., mientras que el uso de open-source, como Calculix, es mucho más limitado. No obstante, la mayoría de estos estudios validan sus resultados solo de manera general, sin detallar parámetros específicos como el algoritmo de contacto o las configuraciones técnicas del software, lo cual complica la selección del programa para ingenieros y académicos que buscan resultados precisos y reproducibles.

En este estudio se realiza un análisis comparativo de dos de los principales programas empleados para el análisis de elementos finitos de engranajes. Se evalúan los resultados en un modelo 2D de una pareja de engranajes, comparando las simulaciones con los estándares ISO 6336 y AGMA 2101, con el objetivo de identificar las configuraciones y algoritmos de contacto óptimos. Este trabajo pretende ofrecer una base clara y objetiva para la selección de software y parámetros en futuros análisis de engranajes mediante elementos finitos. Asimismo, se demuestra que, con la correcta configuración de los parámetros de simulación, programas de open-source, como Calculix, pueden ofrecer resultados válidos y confiables, brindando una alternativa interesante para su utilización en el estudio de engranajes.

1. Introducción

El análisis de elementos finitos (AEF) es una herramienta esencial en la ingeniería actual, para evaluar el comportamiento de estructuras y componentes mecánicos bajo diversas condiciones de carga [1-5]. En el ámbito de la transmisión de potencia, el análisis de engranajes mediante FEA permite obtener información detallada sobre esfuerzos, deformaciones y distribución de carga en los dientes, facilitando la optimización del diseño y el diagnóstico de posibles fallos. El cálculo analítico siguiendo las normas ISO 6336 [6] o AGMA 2101 [7] está ampliamente utilizado y validado para una gran mayoría de casos de diseño y dimensionamiento, principalmente por su rapidez y eficacia. Sin embargo, tienden a sobreestimar o sobredimensionar los valores de tensión del pie, lo cual puede resultar inadmisibles en aplicaciones críticas o con un dentado optimizado [2,8]. En este contexto, y gracias al desarrollo de las máquinas de cálculo, el uso de los modelos de elementos finitos se ha incrementado de forma exponencial. También de la misma forma ha aumentado el número de softwares y distintos modelos empleados para realizar el mismo tipo de cálculos, con su consiguiente desviación en los resultados.

La literatura muestra, que la precisión de los resultados obtenidos mediante AEF depende en gran medida de la formulación de contacto utilizada, la estrategia de discretización, los algoritmos de solución y los parámetros de configuración específicos de cada software [9-11]. Cada uno de los estudios presentados realiza el análisis óptimo de parámetros centrándose tan solo en un único programa. En este contexto, la comparación entre diferentes códigos de simulación se vuelve clave para comprender sus diferencias y limitaciones. Entre los trabajos encontrados en la literatura, el análisis más frecuentemente realizado es el relacionada con el grado de discretización del mallado empleado [9,11-12]. Estos se centran en la mayoría de casos en una geometría concreta de engranaje y las conclusiones obtenidas, son en muchos casos difíciles de extrapolar a otros casos. Es por ello que es difícil encontrar directrices generales respecto al mallado a emplear para conseguir resultados precisos. Pese a ello, existen trabajos que han concluido directrices comunes para la simulación de parejas de engranajes [12-13], como, por ejemplo, la modelización de 5 dientes para representar el comportamiento de todo el engranaje.

En trabajos previos, se ha identificado que los resultados de contacto pueden variar significativamente entre diferentes programas de FEA, incluso cuando se mantiene la misma geometría, condiciones de contorno y propiedades de material. En particular, estudios realizados con ANSYS y ABAQUS han demostrado discrepancias notables en la distribución de esfuerzos de contacto, atribuibles a diferencias en la formulación de contacto, el método de detección de nodos en contacto, la rigidez normal de la interfaz y la estrategia de interpolación de los resultados. Factores como la formulación Augmented Lagrange en ANSYS frente al método de contacto por pares en ABAQUS, la diferencia entre la detección basada en nodos o segmentos y la configuración del tratamiento de la interfaz (con o sin ajuste de superficies) han demostrado ser críticos para obtener resultados comparables.

Para reducir las discrepancias, investigaciones previas han sugerido el refinamiento de malla como una estrategia efectiva para mejorar la convergencia de los resultados entre distintos softwares. Se ha observado que, al incrementar el número de elementos en la zona de contacto, los valores de tensión de Von Mises tienden a converger, aunque en algunos casos las diferencias iniciales entre códigos pueden ser significativas. Esto se ha verificado en análisis de engranajes donde, tras duplicar la cantidad de nodos en la superficie de contacto, los esfuerzos en ANSYS y ABAQUS se acercaron considerablemente, lo que indica que la sensibilidad a la malla es distinta en cada software.

La mayoría de modelos numéricos tienden a modelizar el comportamiento en 3D, para poder tener en cuenta otros efectos como la rigidez del eje, la no uniformidad de la distribución de carga y el apoyo de los rodamientos, no obstante, el incremento de tiempo dado el gran número de grados de libertad también se incrementa de forma considerable. Es por eso que se tiende a simplificar estos modelos a modelos 2D que sean más ágiles computacionalmente, sin perder la precisión de los resultados.

A la luz de estas observaciones, este trabajo compara los resultados del análisis de engranajes en tres códigos de elementos finitos: Marc, Abaqus y CalculiX. Mientras Marc y Abaqus son ampliamente utilizados en la industria por su robustez y capacidades avanzadas de contacto, CalculiX representa una alternativa de software libre con creciente interés en la comunidad académica.

El estudio se centrará en un análisis bidimensional de engranajes, lo que permitirá reducir la complejidad computacional y aislar las diferencias derivadas exclusivamente de las formulaciones de contacto en cada software. El objetivo es evaluar la precisión y fiabilidad de CalculiX frente a los programas comerciales en el análisis de contacto en engranajes. A través de esta comparación, se busca identificar diferencias clave entre los softwares y proporcionar criterios para seleccionar la opción más adecuada según las necesidades de cada estudio.

2. Desarrollo de los modelos de simulación

2.1. Caso de estudio

Para realizar el análisis se ha partido de una geometría de engranajes sin corrección, con una relación de transmisión de 1:1, el cual proporciona resultados ampliamente contrastados y fáciles de interpretar. Las propiedades geométricas, así como las del material (Acero 18CrMo, se considera un material isotrópico) se detallan en la Tabla 1. Se trata de engranajes simétricos con longitudes de aproximación y retroceso idénticos, por lo que los diagramas de los resultados analíticos tienen que ser simétricos.

Tabla 1: Propiedades geométricas, condiciones de contorno y material de la pareja de engranajes.

Propiedad	Unidad	Piñón	Rueda
Módulo normal	[mm]	4.5	
Ángulo de presión normal	[°]	20	
Distancia entre centros	[mm]	90	
Número de dientes	[-]	20	20
Corrección de perfil	[mm]	0.0	0.0
Holgura circunferencial	[°]	0.1146	0.1146
Ancho del diente	[mm]	14	14
Diámetro del eje	[mm]	40	40
Tipo de perfil de referencia		A	A
Par aplicado	[Nm]	600	
Módulo de elasticidad	[GPa]	206	
Coefficiente de Poisson	[-]	0.3	
Densidad	[kg/m ³]	7830	

2.2. Mallado y discretización

Para los modelos numéricos, se ha utilizado un mallado basado en cuadriláteros, dado que ofrecen mejores resultados frente a elementos triangulares en dos dimensiones [14,17]. La malla se ha creado siguiendo la metodología propuesta por Litvin [5], la cual se caracteriza por tener una densidad de elementos mayor en los dientes que en el cuerpo del engranaje como se puede ver en la Figura 1. Dentro del mallado se distinguen tres zonas de densidad de malla distintas: la zona del flanco del diente, donde ocurre el contacto, la zona del pie del diente, y la zona del cuerpo del engranaje.

Las zonas de mayores gradientes de tensión se dan en el flanco (presiones de contacto) y en la zona del pie del diente (tensiones de flexión), es por ello que es necesario que estas regiones tengan una buena calidad de mallado. Gracias a la metodología de mallado empleado, se consiguen elementos de una relación de aspecto cercana a uno ($bias \approx 1$) cerca de la superficie. Posteriormente, mediante un *bias factor* se generan los elementos con una relación de aspecto progresiva desde la superficie hasta el núcleo (llegando en al núcleo a elementos con una relación de aspecto pequeña, como se observa en la Figura 1. De esta forma, se consigue tener un mallado de buena calidad en aquellas zonas de interés, sin incrementar de forma excesiva el número total de elementos en el modelo. Pese a ser un modelo 2D y el tiempo computacional no ser crítico, se ha optado por tener un modelo ágil, por lo que el número de elementos en cada región se ha establecido acorde al análisis de optimización presentado anteriormente [12] y resumido en la Tabla 2.

Tabla 2: Discretización del mallado empleado.

Parámetro	Valor
Elementos en el flanco	32
Elementos en el pie	30
Elementos en la cabeza	34
Elementos en el cuerpo	4
Relación de aspecto entre la superficie y el núcleo	8
Número de dientes simulados	5

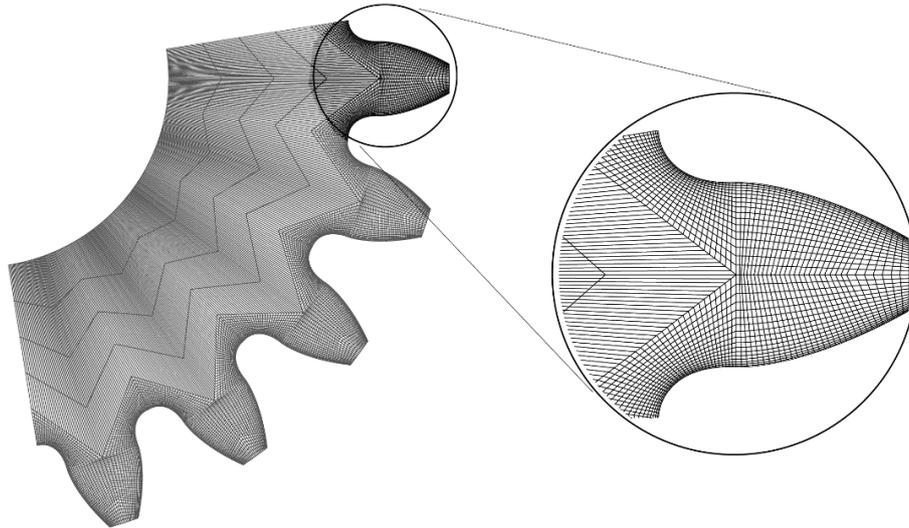


Figura 1: Mallado utilizado en los modelos numéricos

Pese a que en términos generales los elementos lineales se prefieren frente a los cuadráticos en zonas de contacto, por su mejor convergencia, también es cierto que los cuadráticos ofrecen mayor precisión en solicitaciones a flexión sin concentración de tensiones, porque están formados por más nodos y puntos de integración. Sin embargo, su coste computacional es mayor [14,17]. Los elementos lineales también tienen un mayor riesgo de tener problemas conocidos en inglés como *shear locking* o *hourglassing*, los cuales pueden ser evitados con elementos cuadráticos [15]. Siendo un aspecto que influye tanto y que es discutido en la literatura, se ha optado por comparar ambos tipos de elementos en este estudio.

2.3. Condiciones de contorno

El número de dientes a simular ha sido definido como cinco, basándose en los resultados obtenidos en [12], por el buen compromiso entre la precisión de los resultados obtenidos y el coste computacional. Como muestra la Figura 2, la posición de engrane de la rueda tiene efecto en el error de transmisión y tensiones en el pie, generando una asimetría no real en los resultados. Esto se debe, a que el efecto de las condiciones de contorno rigidiza en exceso el engrane y no existe la misma distancia hasta el diente cuyos resultados se muestran. Es por ello que es de vital importancia extraer los resultados del diente central, y asegurarse que en la rueda engrana también el diente central.

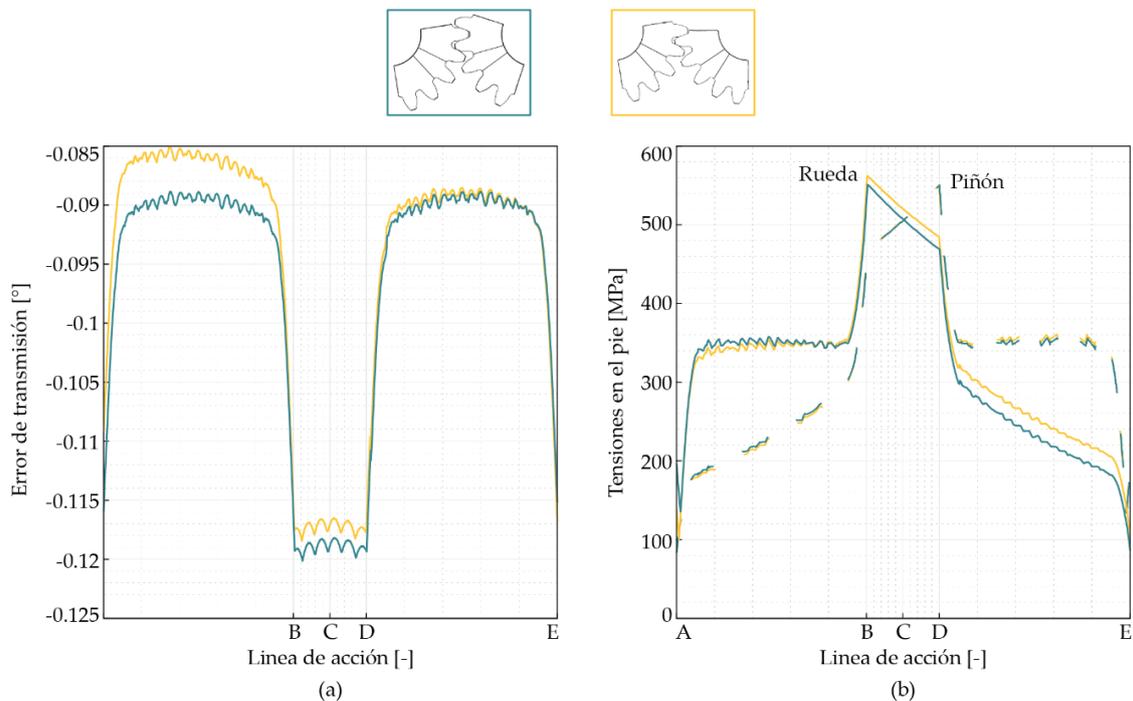


Figura 2: Efecto de la posición de engrane de la rueda respecto del piñón en (a) el error de transmisión y (b) tensiones en el pie.

Las condiciones de contorno que se han aplicado ha sido rotación respecto del eje z en el piñón y un par resistente de 600 Nm en la rueda, ambos en sentido antihorario. Estas cargas y condiciones de contorno se han aplicado en nodos de referencia que se encuentran en el centro del piñón y de la rueda, los cuales tienen sus desplazamientos en x e y bloqueados durante el análisis. Para asegurar que todos los nodos del diámetro interior tienen el mismo comportamiento que el nodo central al que se aplican las condiciones de contorno, estos se han unido mediante conectores. Finalmente, para asegurar la convergencia de la simulación ésta se ha planteado en tres pasos: i) se fija la rueda mientras se aplica la rotación al piñón hasta que éste hace contacto con la rueda, ii) se aplica el par en la rueda progresivamente, y finalmente, iii) el piñón gira 0.00022° por incremento mientras se aplica el valor constante de par en la rueda. El paso de tiempo utilizado en cada paso se describe en la siguiente Tabla 3. Esto se ha aplicado para los dos softwares comerciales. En el caso de CalculiX, se han realizado cambios a la hora de ejecutar la simulación, como se detalla en la Sección 2.3.

Tabla 3: Propiedades de los pasos de cálculo (*step*) utilizados.

Paso de calculo	Paso de tiempo	Incrementos
i) Giro	$1.0e^{-7}$	20
ii) Par	$1.0e^{-5}$	10
iii) Engrane	$6.667e^{-4}$	2560

En los siguientes apartados se describen las propiedades de los modelos numéricos y sus características por defecto. Dado que los trabajos previos de simulación a partir de los cuales se ha realizado este [12], están basados en el software, Marc, se define éste como el software base y las comparaciones se realizarán frente a él.

Cada uno de los modelos descritos a continuación, incluyendo el mallado fueron creados de forma automatizada mediante el módulo *Gear* del software *DMLab*®, íntegramente desarrollado por los investigadores de Diseño Mecánico de Mondragon Unibertsitatea [14].

2.4. Modelo de Marc – Base

Los tipos de elementos empleados son para el tipo lineal un elemento bidimensional de tensión plana, cuadrilátero isoparamétrico (tipo 3), y para el tipo cuadrático, un elemento bidimensional de tensión plana cuadrilátero distorsionado (tipo 26). Ambos elementos utilizan la formulación de Lagrange actualizado en sus elementos por defecto. El elemento tipo 3 consta de 4 nodos y 4 puntos de integración, mientras que el elemento tipo 26 consta de 8 nodos y 9 puntos de integración, como se muestra en la Figura 4(a-b).

En cuanto a las características concretas del elemento tipo 3, utiliza funciones de interpolación bilineales, lo cual significa que las deformaciones son constantes en todo el elemento. Se estima que para tener una mayor precisión harán falta un mayor número de estos elementos que de los elementos cuadráticos. Además, cuando se utiliza para analizar zonas de contacto, este elemento es preferible frente a los de mayor orden, como es el caso del tipo 26 [16].

En elemento tipo 26, utiliza funciones de interpolación bicuadráticas, lo que posibilita una mayor precisión en la representación de las deformaciones para un análisis elástico, frente a elementos lineales. Se especifica que, en problemas de contacto, el elemento tipo 3 puede proporcionar mejores resultados [16].

Para realizar la unión entre el nodo central y los nodos del diámetro interior del engranaje, en Marc se hace mediante la opción RBE2, el cual define un vínculo cinemático rígido entre el nodo de referencia y un número de nodos arbitrarios, cuyos grados de libertad dependen de los definidos para el nodo de referencia. Cuando se restringen todos los grados de libertad, el RBE2 simula un movimiento de cuerpo rígido [17].

La definición del contacto puede ser uno de los aspectos más importantes para interpretar correctamente los resultados obtenidos. En este modelo, se han definido dos cuerpos de contacto deformables, formados por los elementos que representan las superficies del piñón y la rueda. Para determinar cuándo un nodo entra en contacto con una superficie, se ha establecido una tolerancia equidistante a esta, con un valor igual a $1/20$ del tamaño del elemento más pequeño del modelo [17]. Se ha utilizado una definición de contacto nodo a superficie —la opción predeterminada del software— junto con un contacto de tipo *touching*. Este tipo de contacto impide la penetración al restringir los desplazamientos normales a la superficie, permitiendo, sin embargo, el deslizamiento en la dirección tangencial si se define una condición de fricción, la cual no ha sido considerada en este modelo.

Cuando un nodo entra en contacto con un cuerpo deformable, se genera una restricción entre dicho nodo y los nodos del segmento con el que interactúa. En el caso de elementos lineales, la normal es constante a lo largo de todo el segmento, lo que puede provocar cambios abruptos de dirección cuando el nodo cambia de segmento, especialmente si la superficie es curva. Esta limitación no se presenta en los elementos de orden superior, ya que los nodos intermedios están bien definidos sobre la superficie real curva. Sin embargo, esto no garantiza que la normal sea continua en los nodos compartidos entre varios segmentos. La separación de un nodo en contacto se produce cuando la fuerza de reacción residual cae por debajo de un umbral definido. En este caso, se adopta el valor por defecto, que considera que un nodo deja de estar en contacto cuando su fuerza de reacción residual es inferior al 10 % de la fuerza de reacción máxima [18].

El sistema de ecuaciones se soluciona mediante un esquema de solución Full Newton-Raphson y se emplea el *multifrontal direct sparse solver*, el cual es el *solver* recomendado junto con *Pardiso* para este tipo de simulaciones.

2.5. Modelo de Abaqus – Software comercial

Se ha empleado Abaqus/Standard y los tipos de elementos empleados, de forma similar a Marc, son elementos bidimensionales de tensión plana, de 4 nodos bilineal (tipo CPS4), y para el tipo cuadrático, un elemento bidimensional de tensión plana de 8 nodos bicuadrático (tipo CPS8). Ambos elementos utilizan la formulación de Lagrange actualizado en sus elementos por defecto. El elemento tipo CPS4 consta de 4 puntos de integración, mientras que el elemento tipo CPS8 de 9 puntos de integración, como se muestra en la Figura 4. Se podría decir que ambos elementos son equivalentes a los empleados en Marc. El control del efecto de *hourglass* se hace mediante el método de rigidez total por defecto para los elementos lineales. También se menciona el riesgo de *shear locking* para los elementos lineales [19].

La restricción aplicada en el modelo se basa en el uso del acoplamiento con restricción cinemática. Este permite acoplar el movimiento del conjunto de nodos del diámetro interior al nodo de referencia en el centro del piñón y de la rueda, como si fueran parte de un cuerpo rígido.

Los pares de contacto utilizan, por defecto, la formulación de deslizamiento finito (*finite-sliding*) con discretización nodo a superficie (*node-to-surface*). Utilizan el método de multiplicadores de Lagrange para imponer las restricciones de contacto y la interacción de contacto se ha definido como contacto rígido (*hard*), por defecto [20]. Las superficies no transmiten presión de contacto a menos que los nodos de la superficie esclava entren en contacto con la superficie maestra. Además, minimiza la penetración de la superficie esclava en la superficie maestra en las ubicaciones de restricción y no permite la transmisión de tensiones de tracción a través de la interfaz. También se ha considerado contacto sin fricción.

Se ha utilizado Abaqus/Standard junto con el método de Newton para resolver el sistema de ecuaciones de equilibrio no lineales. No se han definido parámetros de control de convergencia, por lo que se han empleado los valores predeterminados del software [21].

2.6. Modelo de Calculix – Software open-source

Aunque la recomendación de CalculiX [22–23] es utilizar elementos cuadráticos por ser más estables y robustos, y desaconseja en gran medida el uso de elementos lineales, se han seleccionado ambos tipos de elementos a modo de comparación. Como elemento lineal se ha empleado el CPS4, y como elemento cuadrático, el CPS8. En CalculiX, los elementos bidimensionales tipo *shell* se expanden automáticamente en elementos tridimensionales (*continuum solid*) de 20 nodos [22]. Para cada nodo de la lámina, el programa genera nuevos nodos a ambos lados, dejando la lámina ubicada en la parte media del espesor. El espesor del elemento corresponde al de la sección definida para la pieza, aplicándose en la dirección normal al plano del elemento. De este modo, a partir de los nodos del elemento CPS4 se genera automáticamente un nuevo elemento sólido tipo C3D8, compuesto por 12 nodos; mientras que, a partir de los nodos del CPS8, se obtiene un elemento sólido de 20 nodos, C3D20, como se muestra en la Figura 3(a). Por esta razón, no es posible aplicar restricciones multipunto en la dirección transversal al plano bidimensional (dirección z).

Al extraer los datos de los nodos, el programa los obtiene promediando los valores de los dos nodos más cercanos del elemento expandido. En el caso de los datos extraídos del elemento, estos se almacenan en los puntos de integración del elemento expandido (Figura 3(b–c)): en el CPS4 se utilizan 8 puntos de integración, y en el CPS8, 27. Ambos elementos, al convertirse en elementos con integración completa, pueden presentar una respuesta excesivamente rígida frente a sollicitaciones de flexión. Por otro lado, el elemento C3D20 se caracteriza por su excelente comportamiento en cálculos estáticos lineales.

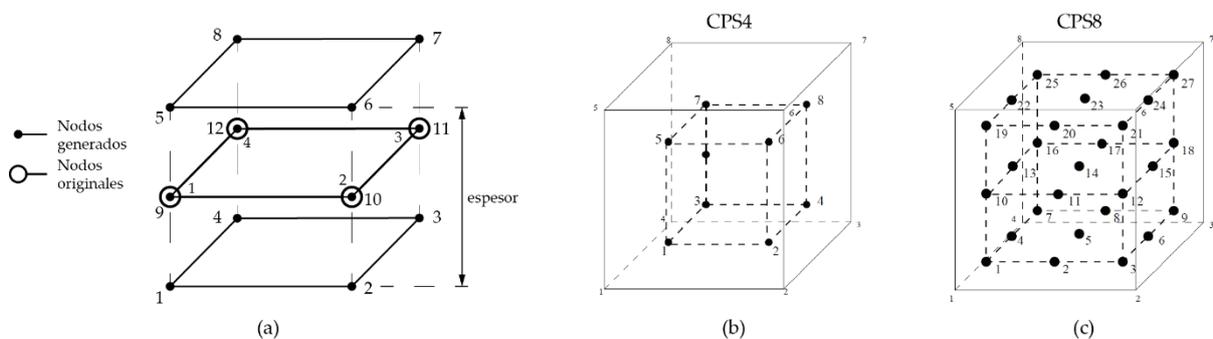


Figura 3: (a) expansión de elementos en CalculiX CPS4 \rightarrow C3D8, y puntos de integración del elemento (b) CPS4 \rightarrow C3D8 y (c) CPS8 \rightarrow C3D20 (adaptado de [22]).

Para definir la conexión entre el nodo de referencia y los nodos del diámetro interior, se ha utilizado una unión de cuerpo rígido. Esta definición garantiza que la distancia entre el nodo de referencia y cualquier nodo unido al cuerpo permanezca constante durante la deformación. En un modelo bidimensional, esto reduce los grados de libertad a tres: dos traslacionales y uno rotacional. Es decir, el movimiento del cuerpo queda limitado a una traslación del nodo de referencia y a una rotación alrededor de dicho nodo. No obstante, en CalculiX el nodo donde se restringe el desplazamiento no coincide con el nodo donde se aplica la rotación, aunque ambos compartan coordenadas. Por ello, se emplea un nodo rotacional ficticio, cuyos grados de libertad traslacionales se interpretan como rotaciones alrededor del nodo de referencia. Cabe destacar que, al aplicar una rotación en un nodo, CalculiX implementa automáticamente restricciones multicuerpo medias, lo cual impide la aplicación de un momento alrededor del eje perpendicular al plano.

Debido a esta limitación, se han modificado las condiciones de contorno en las simulaciones: se restringen todos los grados de libertad en la rueda, mientras que en el piñón se aplica una rotación de 0.002° . Esta configuración permite obtener un par resistente de 600 Nm en la rueda, replicando así el comportamiento deseado en el contacto.

Para definir adecuadamente el contacto y mejorar el rendimiento del *solver*, se ha definido un par de contacto individual entre cada pareja de dientes en contacto del piñón y la rueda. Por ejemplo, el diente n del piñón y el diente n de la rueda forman un par de contacto. Esta estrategia facilita la extracción precisa de la fuerza normal de contacto en el diente deseado. El tipo de contacto se ha definido como segmento a segmento, lo cual activa el modo de penalización cara a cara (*face-to-face penalty contact*). La naturaleza del contacto se ha considerado lineal, dado que CalculiX convierte internamente el tipo de contacto rígido (previamente empleado en Abaqus) a uno lineal. Se ha utilizado el valor por defecto de la pendiente de la relación lineal, equivalente a 50 veces el módulo de elasticidad del material.

El sistema de ecuaciones ha sido resuelto utilizando el *solver* gratuito PaStiX (Parallel Sparse Matrix package), desarrollado por INRIA. Se trata de un *solver* eficiente que aprovecha el uso de la unidad de procesamiento gráfico (GPU) del dispositivo. La Tabla 4 resume las principales diferencias entre los tres softwares comparados.

Tabla 4: Diferencias principales entre la definición del modelo en los tres softwares analizados.

Propiedad	Marc	Abaqus	Calculix
Tipo de elemento lineal	3	CPS4	CPS4 \rightarrow C3D8
Nº de puntos de integración lineal	4	4	8
Tipo de elemento cuadrático	26	CPS8	CPS8 \rightarrow C3D20
Nº de puntos de integración cuadrático	9	9	27
Tipo de unión rígida	RBE2	Acoplamiento cinemático	Unión de cuerpo rígida
Pares de contacto	Solo superficie de los flancos	Superficie de contacto continua	Un par de contacto por cada diente
Tipo de contacto	Nodo-segmento	Nodo-segmento	Segmento-segmento
Interacción de contacto	Tocando	Rígido	Lineal
Solver	Multifrontal direct sparse	Newton	Parallel Sparse matrix (PaStiX)

2.7. Variables analizadas

En este trabajo se han realizado simulaciones para cada uno de los softwares previamente descritos, con el objetivo de analizar la influencia de las siguientes variables:

- Tipo de software: Marc vs. Abaqus vs. CalculiX.
- Tipo de elemento: lineal vs. cuadrático
- Método de extrapolación de valores de tensión: centroide, centroide superficie, y puntos de integración adyacente.

Respecto a la extrapolación de los valores de tensión, estos se obtienen a partir de los puntos de integración del elemento. Existen diversos métodos para realizar esta operación, comúnmente disponibles en los post-procesadores mediante sus interfaces gráficas. El método más habitual consiste en calcular la media de los valores de tensión en los puntos de integración cercanos a un nodo, y asignar ese promedio al nodo correspondiente. No obstante, esta operación puede llevarse a cabo de distintas maneras. Por ello, este trabajo analiza las diferencias entre tres enfoques, ilustrados en la Figura 4:

- Centroide: se calcula la media de todos los puntos de integración del elemento.
- Centroide de superficie: similar al método anterior, pero considerando únicamente los puntos de integración ubicados en la superficie del elemento.
 - o En elementos lineales (Figura 4(a)), se consideran los puntos 3 y 4.

- En elementos cuadráticos se analizan dos variantes (Figura 4(b)): (i) utilizando los puntos de integración 7, 8 y 9, y (ii) utilizando los puntos 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
- Puntos de integración adyacentes: el valor de tensión en un nodo se obtiene a partir de los puntos de integración más cercanos a ese nodo, incluyendo aquellos pertenecientes a elementos vecinos.
 - En elementos lineales (Figura 4(a)), el valor de tensión en el nodo N3 se ha calculado en dos variantes: (i) utilizando los puntos 2 y 4 del elemento EL1, y los puntos 1 y 3 del elemento EL2, y (ii) considerando únicamente el punto 4 de EL1 y el punto 3 de EL2.
 - En elementos cuadráticos (Figura 4(b)), el valor de tensión en el nodo N5 se ha estimado considerando tres combinaciones distintas: (i) puntos 6, 8 y 9 de EL1, y 4, 7 y 8 de EL2, (ii) puntos 6 y 9 de EL1, y 4 y 7 de EL2 y (iii) puntos 9 de EL1 y 7 de EL2.

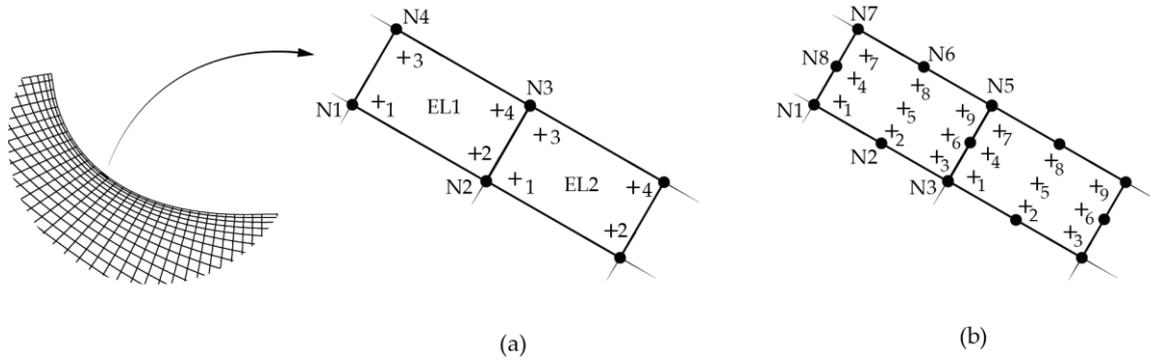


Figura 4: Cálculo del valor de la tensión en el pie del diente a partir de los puntos de integración de elementos (a) lineales y (b) cuadráticos.

2.8. Post-procesado de los resultados

Para realizar la comparación de las variables previamente descritas, se han analizado los siguientes resultados: distribución de carga, distribución de carga normalizada, error de transmisión, rigidez y tensiones en el pie del piñón y rueda. Cabe señalar que, dado que el análisis de malla realizado previamente [12] no incluyó el estudio de las tensiones de contacto, estas tampoco han sido consideradas en el presente trabajo. Cada uno de los resultados ha sido extraído del modelo numérico mediante los procedimientos a continuación:

La distribución de carga se obtuvo a partir de la fuerza normal (W) de los nodos en contacto (n) del flanco para cada incremento (ξ); siempre del diente central, dado que es el único que tiene una distribución de carga completa y un efecto simétrico de las condiciones de contorno. Una vez calculada la fuerza normal a lo largo de la línea de acción (1), ésta se divide por la fuerza normal máxima (W_{\max}) para obtener la distribución de carga normalizada. Para ello, se divide el par aplicado (Γ) por el radio base (r_{b1}) del piñón (2).

$$W(\xi) = \sum_{i=1}^n W_i \quad (1)$$

$$W_{\max} = \Gamma / r_{b1} \quad (2)$$

El error de transmisión se ha calculado a partir de la diferencia del giro de la rueda con respecto del giro del piñón, teniendo en cuenta la relación de transmisión (3). Siguiendo el criterio de signos convencional [12], un valor de error de transmisión negativo significara un retraso de la rueda con respecto del piñón.

$$TE(\xi) = \frac{z_2}{z_1} \cdot \theta_2(\xi) - \theta_1(\xi) \quad (3)$$

El cálculo de la rigidez, se ha realizado a partir del valor del error de transmisión según (4), la holgura circunferencial (j_{bn}) y la fuerza normal máxima (W_{\max}).

$$K_{1 \rightarrow 2}(\xi) = \frac{W_{\max}}{|TE - (j_{bn}/2)|} \quad (4)$$

Por último, las tensiones en el pie que se comparan, son tensiones de Von Mises del lado de tracción y compresión del diente. Es conocido en la literatura que las tensiones de compresión son superiores a las de tracción, sin embargo, éstas serán las más críticas para el fallo por fatiga del pie del diente [24].

3. Resultados y Discusión

El modelo con elementos lineales consta de un total de 24 320 elementos y 25 496 nodos, mientras que el modelo con elementos cuadráticos contiene el mismo número de elementos, pero un total de 75 318 nodos. A modo de comparación, los resultados se contrastan inicialmente en la Figura 5 con un modelo que incluye todos los dientes (ambos modelos construidos con elementos cuadráticos). Los resultados se han evaluado a lo largo de toda la línea de acción del diente central, y las tensiones se han extraído utilizando el método del centroide.

Como puede observarse, la distribución de carga normalizada (Figura 5(a)) es prácticamente idéntica entre ambos modelos, así como la distribución de carga absoluta. El ruido presente en los resultados se atribuye al tamaño de malla empleado, y podría reducirse refinando la discretización [12]. En cuanto a las tensiones en el pie del piñón (Figura 5(b)), solo se muestran los valores correspondientes a la zona de compresión. Aunque los resultados son muy similares en las regiones de contacto doble, se observa que en la zona de contacto simple (marcada como C), el modelo de 5 dientes presenta un valor máximo de tensión ligeramente superior, con una diferencia del 3 %. Esta desviación se debe a la rigidez adicional introducida por las condiciones de contorno en dicho modelo. Por otro lado, tanto la rigidez (Figura 5(c)) como el error de transmisión (Figura 5(d)) evidencian el efecto de la flexibilidad del cuerpo. El modelo de 5 dientes presenta una mayor rigidez, consecuencia directa de las condiciones de contorno aplicadas. Sin embargo, es importante destacar que el valor pico a pico del error de transmisión es idéntico en ambos modelos, con un valor de 0.034° , lo que indica que el comportamiento dinámico general se ha modelado correctamente. Dado que rigidez y error de transmisión están estrechamente relacionados, la rigidez no se representará en las comparaciones posteriores.

En consecuencia, se considera validado el modelo base utilizado para las siguientes comparaciones.

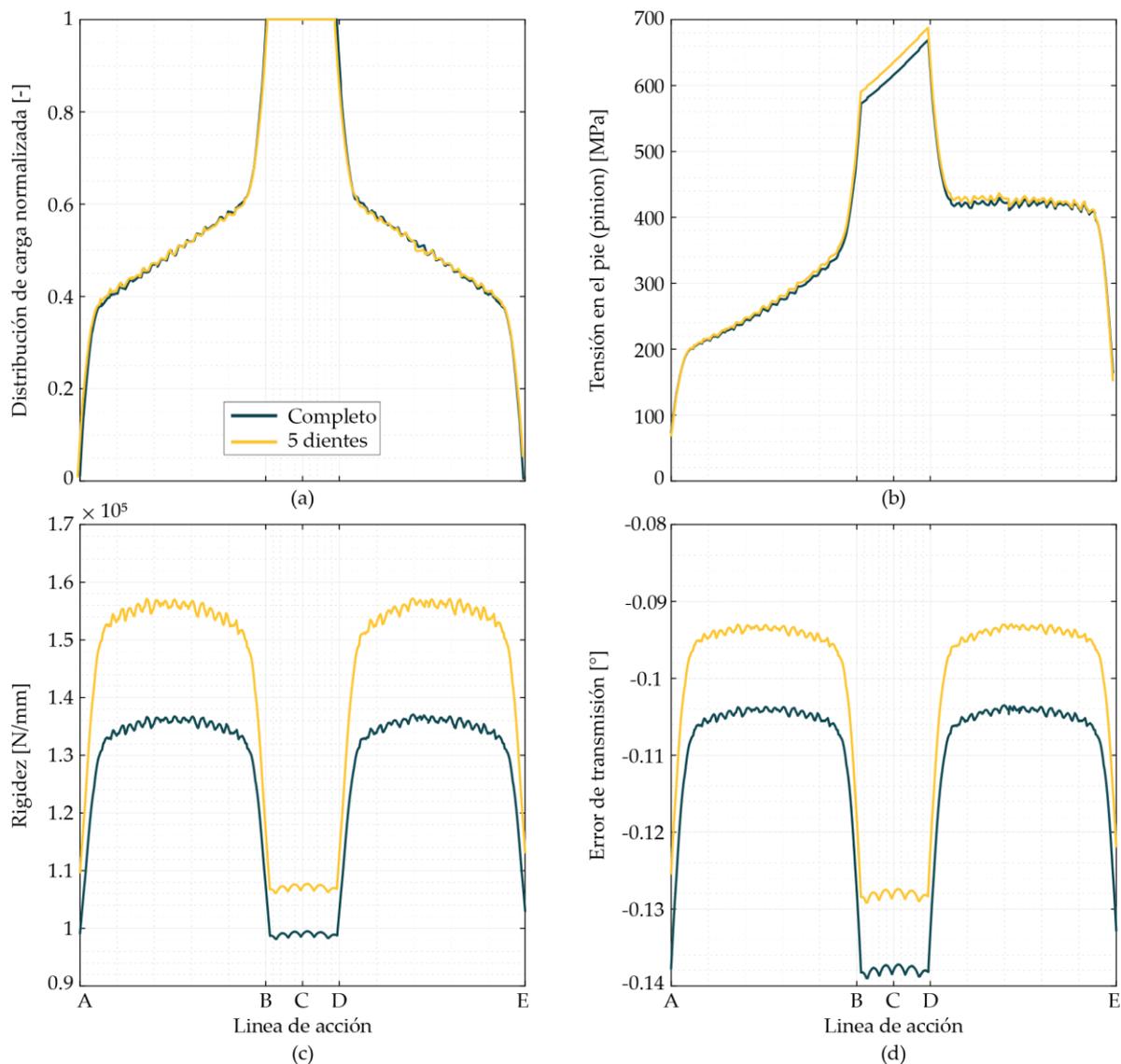


Figura 5: Modelo completo vs. 5 dientes: (a) distribución de carga normalizada, (b) tensiones en el pie del piñón Von Mises, (c) rigidez, y (d) error de transmisión.

3.1. Influencia del tipo de software y del tipo de elemento

La Figura 6 muestra la comparación de los tres softwares para las zonas de contacto características de la línea de acción con elementos cuadráticos: contacto doble y contacto simple. Como se puede apreciar, la distribución de tensiones y la escala de valores es uniforme en todos los softwares. Como diferencia a destacar, se puede apreciar cómo el incremento de tensión alrededor de la zona de contacto es mayor en Abaqus y CalculiX, mientras que los valores de tensión en el pie son ligeramente más elevados en Marc.

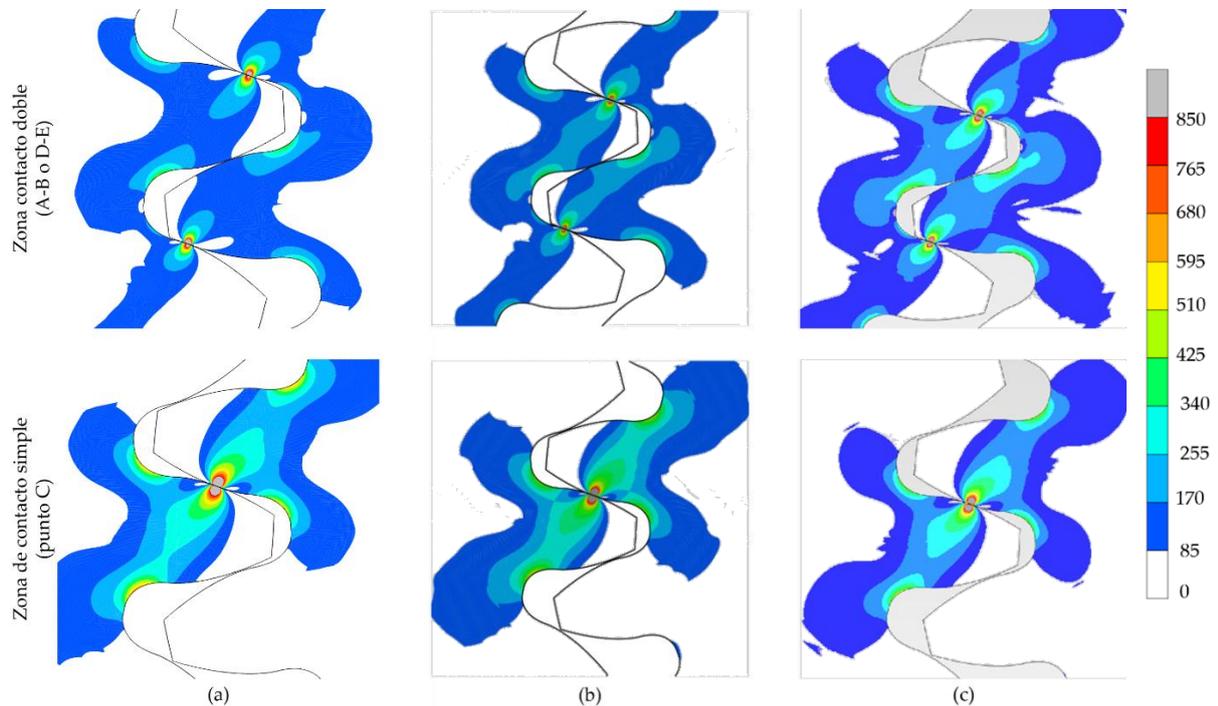


Figura 6: Distribución de tensiones de Von Misses para dos zonas de la línea de acción con elementos cuadráticos en (a) Marc, (b) Abaqus y (c) CalculiX.

Para ver la influencia con detalle, las siguientes Figuras 7-8 muestran la distribución de carga, tensiones en el pie de compresión y de tracción, y error de transmisión para los tres softwares junto con el valor de referencia numérico. La Figura 7 muestra los resultados obtenidos de los elementos lineales, mientras que la Figura 8 aquellos obtenidos con los elementos cuadráticos. Con respecto a la distribución de carga y error de transmisión las diferencias son prácticamente inapreciables. Se puede ver un mayor ruido en la distribución de carga normal en Abaqus para los elementos cuadráticos, el cual puede estar relacionada con un mayor problema de convergencia de dichos elementos y una no estabilización del contacto (*contact control*). El error de transmisión se incrementa en la Figura 7, mostrando una mayor rigidez de los elementos lineales frente a los cuadráticos, disminuyendo ligeramente también la distancia pico a pico a aproximadamente 0.031° .

Con respecto a las tensiones en el pie, cabe destacar que el mismo comportamiento es observado en la rueda, pero no se muestran en las figuras para mayor claridad del lector. Se observa cómo en ambos casos (elementos lineales y cuadráticos) los resultados de Marc y Abaqus son idénticos, con ligeras variaciones en el ruido de los resultados. En el caso de CalculiX, claramente se muestra como los elementos lineales (CPS4) no alcanzan los valores de tensión predichos por los otros softwares, lo cual se alinea con la recomendación de la guía de usuario. Además, se ve como en todos los casos con elementos lineales, los valores de tensión máximos alcanzados son un 20% menores que el valor de referencia.

Sin embargo, en todos los casos con elementos cuadráticos, se ve como los valores de tensión (Figura 8(b) y (d)), tanto en el lado de tracción como en el de compresión son equivalentes, con diferencias menores al 1.5%. El resto de resultados comparados en la Figura 8, muestran valores idénticos.

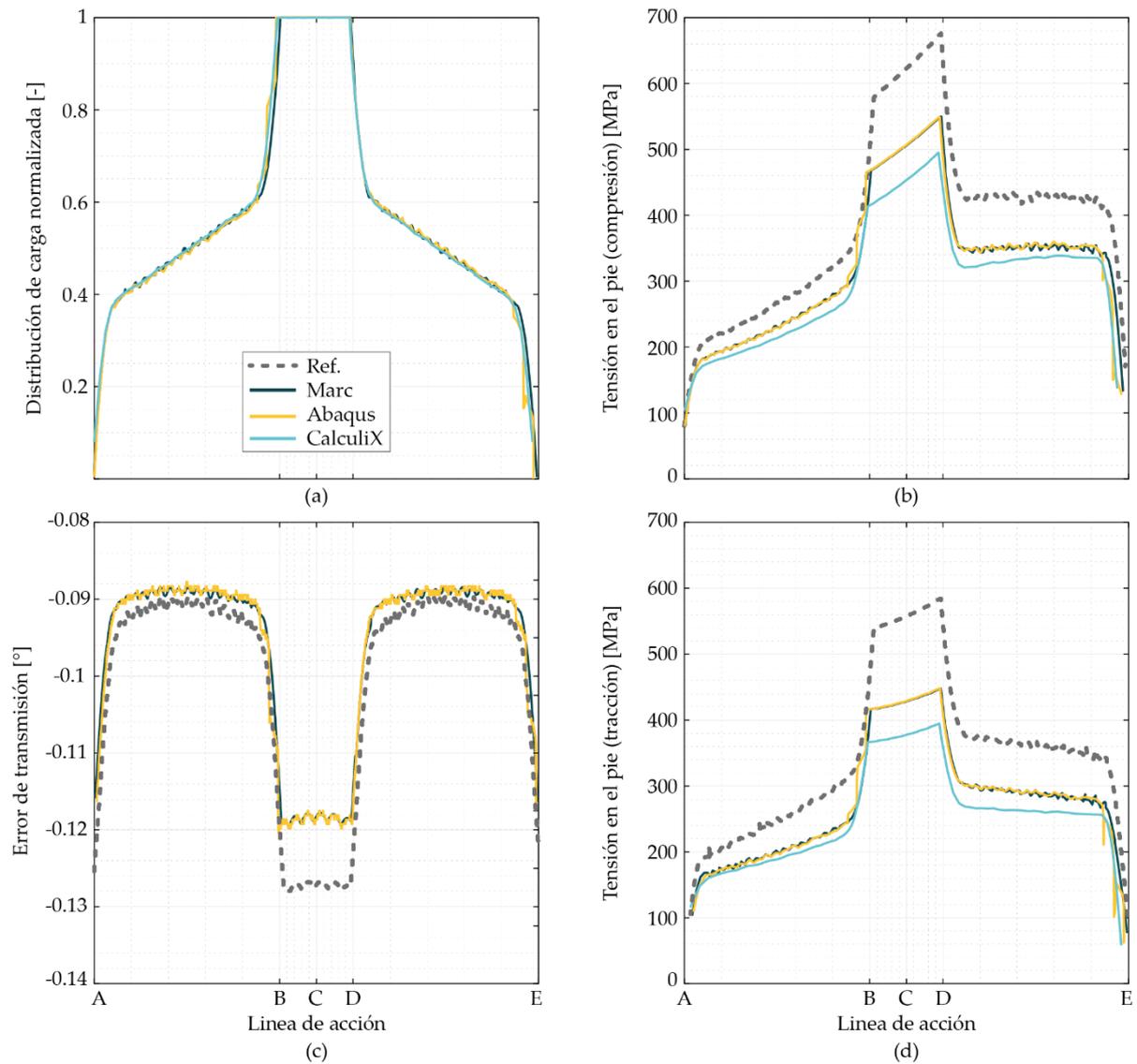


Figura 7: Influencia software en elementos lineales: (a) distribución de carga normalizada, (b) tensiones en el pie del piñón Von Mises compresión, (c) error de transmisión, y (d) tensiones en el pie del piñón Von Mises tracción.

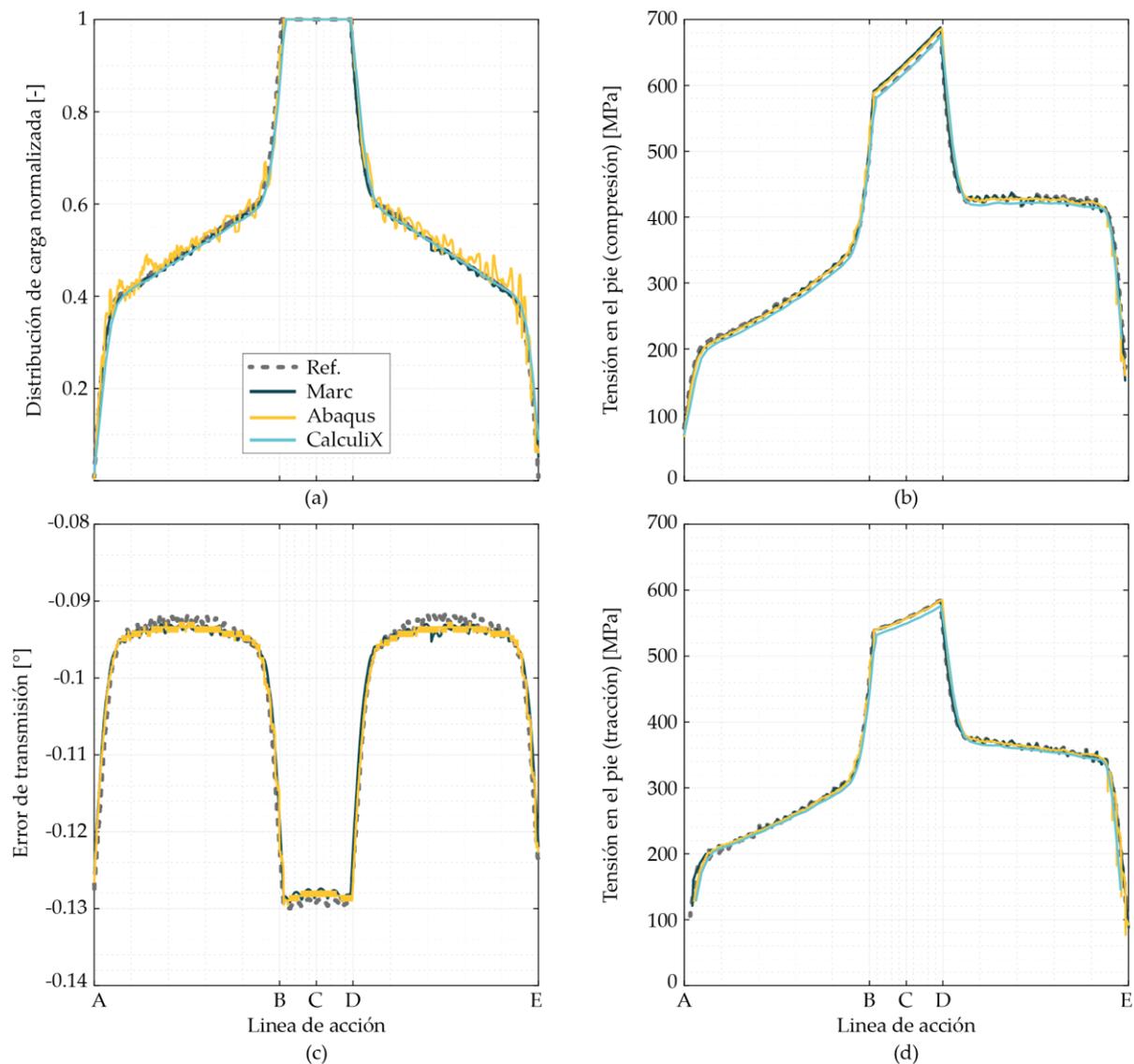


Figura 8: Influencia software en elementos cuadráticos: (a) distribución de carga normalizada, (b) tensiones en el pie del piñón Von Mises compresión, (c) error de transmisión, y (d) tensiones en el pie del piñón Von Mises tracción.

3.2. Influencia del tipo de extrapolación en valores de tensión

Teniendo en cuenta los puntos de integración de los cuales se puede extraer la tensión del elemento —centroide, centroide de la superficie o considerando los elementos adyacentes—, la Figura 9 muestra el rango de variación de los resultados en la tensión del pie para elementos lineales (a) y (c) y elementos cuadráticos (b) y (d), en los casos analizados con el modelo base (Marc).

El límite inferior de la franja está determinado por el método del centroide, mientras que el superior se obtiene al considerar únicamente el centroide de los puntos de integración cercanos a la superficie o los puntos de integración de la superficie de los elementos adyacentes. De hecho, la diferencia entre estos dos últimos casos es inapreciable en los análisis realizados.

Asimismo, dado que el mallado presenta una relación de aspecto cercana a uno y el tamaño del elemento es reducido en la zona de interés, las diferencias con los valores de tensión calculados mediante el centroide no son significativas. Las desviaciones máximas son inferiores al 5% en elementos lineales y al 2% en elementos cuadráticos. Estos resultados coinciden con las conclusiones obtenidas en [12], donde se observó que la forma de extracción de los datos de tensión tenía un impacto considerable en elementos con una relación de aspecto muy reducida (elementos muy alargados).

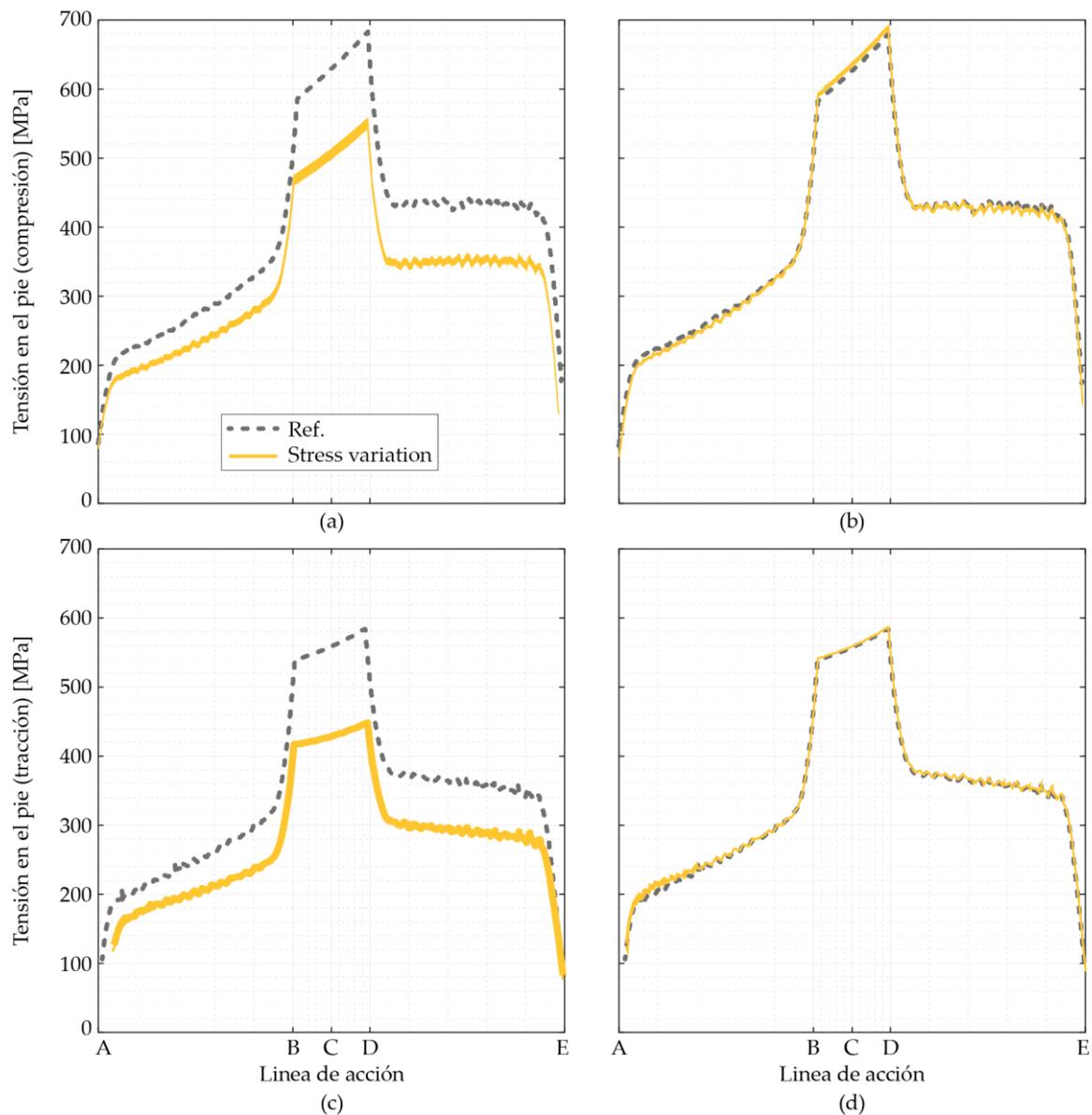


Figura 9: Influencia del tipo de extrapolación de valores de tensión en el pie: elementos lineales (a) y (c), y elementos cuadráticos (b) y (d) para la zona de tracción y compresión del diente.

4. Conclusiones

En este trabajo se ha realizado una descripción detallada de los parámetros definidos para cada modelo equivalente implementado en dos softwares comerciales (Marc y Abaqus) y uno de código abierto (CalculiX). Asimismo, se han comparado las diferencias observadas en la distribución de carga, el error de transmisión y las tensiones en la base del diente (en tracción y compresión) para un par de engranajes en 2D, en función del software utilizado y del tipo de elemento (lineal o cuadrático) empleado. Este estudio demuestra que softwares de código abierto, como es el caso de CalculiX, pueden ofrecer resultados comparables a los de programas comerciales, siempre que se realice una correcta parametrización y una adecuada selección de elementos.

Marc y Abaqus presentan resultados equivalentes en todas las variables analizadas, con ligeras diferencias en la convergencia asociadas a un menor control del contacto en Abaqus. En el caso de CalculiX, se observan diferencias más notables en los valores de tensión, aunque los elementos cuadráticos muestran buena fiabilidad para estimar las tensiones en el pie del diente en los tres programas. Por su parte, los elementos lineales tienden a infraestimar los valores de tensión, con una desviación media del 17 %. En cuanto a los métodos de extrapolación utilizados para obtener la tensión a partir de los puntos de integración, se ha observado que su influencia es muy reducida en modelos con una relación de aspecto adecuada, sin afectar de manera significativa a los resultados.

Este trabajo abre nuevas vías de investigación orientadas a la optimización de simulaciones mediante software libre, con el objetivo de integrarlas en herramientas de uso académico e industrial, como es el caso de DMLab® [14], también presentada en este congreso.

5. Agradecimientos

Los autores agradecen el soporte económico ofrecido por la Universidad de Mondragón y el grupo de investigación DMLab.

6. Referencias bibliográficas

- [1] Gonzalez-Perez, I., *et al.*, “Implementation of a finite element model for gear stress analysis based on tie-surface constraints and its validation through the Hertz’s theory”, *Transactions of ASME, Journal of Mechanical Design* **140** (2017).
- [2] Lisle, T. J., *et al.*, “External spur gear root bending stress: A comparison of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04, ANSYS finite element analysis and strain gauge techniques”, *Mechanism and Machine Theory* **111**, (2017).
- [3] Roda-Casanova, V., “Investigation of the effect of contact pattern design on the mechanical and thermal behaviors of plastic-steel helical gear drives”, *Mechanism and Machine Theory* **164**, (2021).
- [4] Del Rincon *et al.*, “A model for the study of meshing stiffness in spur gear transmissions”, *Mechanism and Machine Theory* **61**, (2013).
- [5] Litvin, F.L. *et al.*, “Modified involute helical gears: computerized design, simulation of meshing and stress analysis”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **192**, (2003).
- [6] ISO Standard 6336 1-5, Calculation of load capacity of spur and helical gears, International Organization for Standardization, Geneva, 2006.
- [7] AGMA Standard 2101-D04, Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth (Metric Edition), American Gear Manufacturer Association, 2001.
- [8] Lee, K. *et al.*, “Finite element modeling and fatigue analysis of hypoid gears installed in a power transfer unit with a correlational study based on an experimental investigation”, *Journal of Mechanical Science and Technology* **33**, (2019).
- [9] Li, S., “Finite element analyses for contact strength and bending strength of a pair of spur gears with machining errors, assembly errors and tooth modifications”, *Mechanism and Machine Theory* **114**, (2007).
- [10] Sainsot, P., Analyse du contact entre dentures d’engrenages cylindriques de reducteurs. Tesis doctoral, INSA Lyon, 1989.
- [11] Gonzalez-Perez, I., *et al.*, “Implementation of a Finite Element Model for Gear Stress Analysis Based on Tie-Surface Constraints and Its Validation Through the Hertz’s Theory”, *Journal of Mechanical Design* **140**, (2018).
- [12] Inurritegui, A. *et al.*, “Modelizado bidimensional de engranajes cilíndricos por elementos finitos”, *Actas del XXII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, 911-922, Madrid (2018).
- [13] Bronner, H.J., Einfluß von Flankenkorrektur auf Zahnkraft und Verformung bei Geradverzahnung. Tesis doctoral, ETH Zürich, 1980.
- [14] Ulacia, I. *et al.*, “Modelizado bidimensional de engranajes cilíndricos por elementos finitos”, *Actas del XXV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, Santander (2025). Aceptado.
- [15] Qiuli, E., “Shear locking and hourglassing in MSC Nastran, Abaqus, and Ansys”, (2006).
- [16] MSC.Software, *Marc 2023 - Volume B: Element Library* (2023).
- [17] MSC.Software, *Marc 2023 - Volume A: Theory and User Information* (2023).
- [18] MSC.Software, *Marc 2023 - Volume C: Program Input* (2023).
- [19] Dassault systems, *Abaqus 2020 – Volume IV: Elements* (2020).
- [20] Dassault systems, *Abaqus 2020 – Volume V: Prescribed conditions, constraints & interactions* (2020).
- [21] Dassault systems, *Abaqus 2020 – Volume II: Analysis* (2020).
- [22] Dhondt, G., *CalculiX CrunchiX User’s manual versión 2.20* (2022).
- [23] Dhondt, G., “*The Finite Element Method for Three-Dimensional Thermomechanical Applications*”, Wiley, 2004.
- [24] G. Cortabitarte *et al.*, “Application of the theory of critical distances for fatigue life assessment of spur gears”, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **128**, (2023).